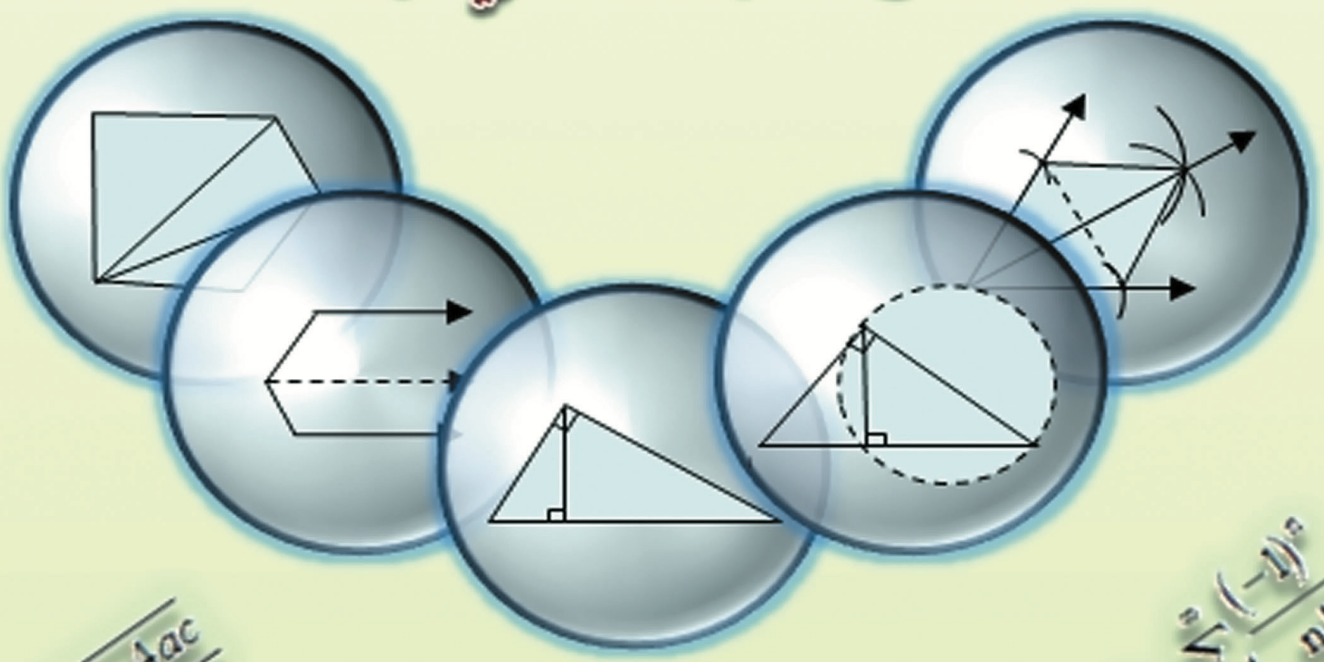
مناهج الرياضيات المدرسية

ومتطلبات تدريسها



د. محمد عبد الفتاح سعيد

منشورات
جامعة عمر المختار
البيضاء
2022

اسم الكتاب : مناهج الرياضيات المدرسية ومتطلبات تدريسها
اسم المترجم : محمد عبد الفتاح سعيد
رقم الإيداع : 2017/117م

دار الكتب الوطنية بنغازي – ليبيا

© 2022 المؤلف

هذا كتاب يخضع لسياسة الوصول المفتوح (المجاني) ويتم توزيعه بموجب شروط ترخيص إسناد المشاع الإبداعي (CC BY-NC-ND 4.0)، والذي يسمح بالنسخ وإعادة التوزيع للأغراض غير التجارية دون أي اشتقاق، بشرط الاستشهاد بالمؤلف وبجامعة عمر المختار كناشر الاصلي.

منشورات

جامعة عمر المختار

البيضاء

الترقيم الدولي

ردمك ISBN 978-9959-79-122-1

"مَّا يَفعَلُ اللهُ بِعَذَابِكُم إِن شَكَرتُم وَءَامَنتُم وَكَانَ اللهُ شَاكِراً عَلِيماً"

سورة النساء /147.

"اعلم أن الدنيا بداية اللانهاية، فاحذر واختر لنفسك لانهاية، إما خلود بلا موت في الجنة أو خلود بلا موت في النار "

الفهارس

أولا: فهرس المحتوى

الموضوع	الصفحة
المقدمة	1
الفصل الأول	
ماهية الرياضيات	
أولا: الرياضيات كعلم	5
ثانيا: الرياضيات كلغة	8
ثالثا: الرياضيات كنظام	12
رابعا: الرياضيات كنماذج	15
خامسا: الرياضيات كمنهج دراسي	19
الفصل الثاني	
منهج الرياضيات	
– مبادئ المنهج	24
– عناصر المنهج	27
أولا: الأهداف التعليمية	28
ثانيا: المحتوى	33
• معايير المحتوى	34
• معايير الرياضيات المدرسية	36
أولا: معايير المحتوى للرياضيات المدرسية	36

الموضوع	الصفحة

ثانيا: معايير العمليات 43

ثالثا: نشاطات التعليم والتعلم 52

رابعا: التقويم 54

- معايير تقويم المتعلمين 54

1- معيار القوة الرياضية 55

2- معيار حل المشكلات 57

3- معيار التواصل 60

4- معيار الاستدلال والبرهان الرياضي 61

5- معيار المفاهيم الرياضية 64

6- معيار الإجراءات الرياضية 67

7- معيار الاتجاه نحو الرياضيات 72

الفصل الثالث

نظريات التعلم وتفسيراته

- ماهية عملية التعليم والتعلم 77

- تفسيرات التعلم 77

- نظرية بياجييه 79

- نظرية برونر 85

- نظرية أوزبل 88

-نظرية جانييه 90

الموضوع	الصفحة

الفصل الرابع

التخطيط

- مفهوم التخطيط 97
- مستويات التخطيط 98
- عناصر خطة الدرس اليومي 100

أولا: موضوع الدرس..... 100

ثانيا: الأهداف التعليمية 101

- مصادر اشتقاق أهداف الدرس 101
- طريقة صياغة أهداف الدرس 102
- تصنيف "بلوم" للأهداف التعليمية 102

ثالثا: تحليل المحتوى (عناصر المعرفة الرياضية) 107

- المصطلحات 107
- المفاهيم 108
- التعميمات 111
- المهارات الرياضية 112
- حل المشكلات 113

الفصل الخامس

طرق تدريس الرياضيات

أولا: طريقة المحاضرة 120

ثانيا: طريقة المناقشة والحوار 121

الموضوع	الصفحة
• التعلم بالاكتشاف	125
ثالثا: طريقة الاكتشاف الاستقرائي	126
– خطة لدرس يومي	129
رابعا: طريقة الاكتشاف الاستنباطي	133
خامسا: طريقة التعلم التعاوني	134
سادسا: طريقة العصف الذهني	136
– حل تمرين باستخدام العصف الذهني	138
رابعا: طريقة حل المشكلات	145
– حل مشكلة باستخدام طريقة حل المشكلات	147
خامسا: استخدام معمل الرياضيات	149

الفصل السادس

تدريس المعارف الرياضية

أولا: تدريس المفاهيم	157
– خطة لدرس يومي لتدريس مفهوم	160
ثانيا: تدريس التعميمات	162
– أنواع التعميمات	163
– خطة لتدريس تعميم بطريقة الاستقراء	165
ثالثا: تدريس المهارات الرياضية	167
– تعريف الخوارزمية	168

الموضوع	الصفحة
– تعريف المهارة	168
– أهمية اكتساب المهارات الرياضية	168
– خطوات التدريب على أداء المهارة	168
رابعا: تدريس حل المشكلات	171
– أهمية حل المشكلات	172
– الصعوبات التي تواجه التلاميذ في حل المشكلات	172
– التمرين الرياضي	173
– محاور تدريس حل المشكلات	173
– نماذج تدريس حل المشكلات الرياضية	174
– نموذج "بوليا"	174
– حل مشكلات باستخدام نموذج "بوليا"	176
– نموذج "جون ديوي"	180
– حل مشكلات باستخدام نموذج "جون ديوي"	181
– استراتيجية مقترحة لحل المشكلات في الرياضيات	194

الفصل السابع

نماذج واستراتيجيات تدريس الرياضيات

| أولا: نموذج "برونر" للتعليم والتعلم ..... | 199 |
| – خطة لتدريس درس باستخدام نموذج "برونر" ..... | 199 |

الموضوع	الصفحة
ثانيا: نموذج "فان هيل" لتعليم وتعلم الهندسة	206
ثالثا: استراتيجية للتدريس تستند إلى الإنشاءات الهندسية والارتباطات.....	209
– خطة لتدريس درس باستخدام الاستراتيجية	210
رابعا: استخدام المعالجات في تدريس الرياضيات	214
خامسا: استراتيجية تستند الى التمثيل المتعدد والارتباطات الرياضية	220
– خطة لتدريس مجموعة من الدروس باستخدام الاستراتيجية	222
الفصل الثامن	
كفايات تعليم الرياضيات	
– مفهوم الكفاية	243
– الكفاية التدريسية	243
– كفاية التدريس الأدائية	244
– الكفايات الرياضية	244
– أولا: كفايات رياضية خاصة بعمليتي التعليم والتعلم	245
– ثانيا: كفايات خاصة بعملية التعليم والنمو المهني للمعلم.....	249
الفصل التاسع	
القياس والتقويم	
– القياس	255
– التقييم	256
– التقويم	256

الموضوع	الصفحة
– الفرق بين القياس والتقويم	257
– أنواع التقويم	257
– أهمية التقويم	258
– تقويم نواتج تعلم الرياضيات	259
– أساليب تقويم مخرجات التعلم	259
– خطوات إعداد الاختبار التحصيلي	264
1- تحديد أهداف الاختبار	264
2- تحليل المحتوى	264
3- إعداد جدول المواصفات	265
4- إعداد أسئلة الاختبار	269
5- توزيع الدرجات على مفردات الاختبار	269
6- صدق الاختبار	270
7- ثبات الاختبار	271
– صفات الاختبار الجيد	272
المراجع	275
الملاحق	287
ملحق (1) : مواصفات (معايير) الكتاب المدرسي في الرياضيات	287
ملحق (2) : اختبار تحصيلي في وحدة الكسور	291

ثانيا: فهرس الجداول

عنوان الجدول	الصفحة
جدول (2-1) يوضح الأدوات والمهام	56
جدول (4-1) درجات الحرارة خلال ايام الأسبوع	103
جدول (4-2) يوضح المصطلحات الرياضية (الرموز) ودلالتها واستخدامها	108
جدول (5-1) تمثيل جدولي للعلاقة بين متغيرين	128
جدول (5-2) لاستقراء مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع	132
جدول (7-1) تمثيل جدولي للمشكل	224
جدول (8-1) تصنيف للأنماط الأساسية للمحتوى الرياضي	245
جدول (9-1) يربط عناصر المعرفة بوحدة الكسور بعدد الحصص المطلوب تدريسها	266
جدول (9-2) مواصفات الاختبار لوحدة الكسور	268

ثالثا: فهرس الأشكال

عنوان الشكل	الصفحة
شكل (1-1) صندوق على شكل لمتوازي مستطيلات	17
شكل (1-2) يوضح سمك الصندوق	18
شكل (2-1) عناصر المنهج	27
شكل (2-2) نموذج لربط مساحة الدائرة بمساحة متوازي الأضلاع	63
شكل (2-3) نماذج لتمثيل الكسر	65
شكل (2-4) نماذج لأشكال رباعية	66
شكل (2-5) لإجراء ابتكار غير مألوف	71
شكل (3-1) يوضح الزاوية الخارجة عن المثلث	82
شكل (3-2) يوضح ح خواص متوازي الأضلاع	83
شكل (3-3) لاستخلاص عدد المثلثات داخل المستطيل	84
شكل (3-4) تمثيل الأعداد على خط الأعداد	84
شكل (3-5) يوضح تكوين التعلم ذي المعنى	88
شكل (3-6) أنماط التعلم في الرياضيات	91
شكل (3-7) الاتجاه الهرمي في تحليل المهام التعليمية	93
شكل (3-8) يربط تحليل المهام التعليمية وتدريسها	94
شكل (4-1) التمثيل البياني لدرجات الحرارة خلال أيام الأسبوع	104
شكل (4-2) متوازي الأضلاع	109
شكل (4-3) امثلة ولا أمثلة لمتوازي الأضلاع	110
شكل (5-1) دائرة مركزها (م) ونصف قطرها (نق)	123

عنوان الشكل	الصفحة
شكل (5-2) تقسم المستوى	124
شكل (5-3) زاوية علم قياسها	130
شكل (5-4) مضلعات	131
شكل (5-5) تمثيل هندسي للتمرين	139
شكل (5-6) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	139
شكل (5-7) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	140
شكل (5-8) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	140
شكل (5-9) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	141
شكل (5-10) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	141
شكل (5-11) يوضح إجراء عمل لحل التمرين	142ذ
شكل (5-12)	144
شكل (5-13)	145
شكل (5-14) يوضح وجود عائق لحل المشكلة	145
شكل (5-15) يوضح إزالة العائق لحل المشكلة	146
شكل (6-1) تمثيل هندسي للمشكل	182
شكل (6-2) تمثيل هندسي آخر للمشكل	184
شكل (6-3) تمثيل هندسي للمشكل	187
شكل (6-4) تمثيل هندسي للمشكل	188
شكل (6-5) تمثيل هندسي للمشكل	189
شكل (6-6) تمثيل هندسي للمشكل	190

عنوان الشكل	الصفحة
شكل (6-7) تمثيل هندسي للمشكل	191
شكل (6-8) تمثيل هندسي لاستخلاص الناتج	193
شكل (7-1) نموذج تقسيم الوحدة إلى أجزاء متساوية	204
شكل (7-2) مربع	208
شكل (7-3)، شكل (7-4) تنصيف زاوية معلومة	212
شكل (7-5)، شكل (7-6) معين	214
شكل (7-7) رسم مثلث	218
شكل (7-8) تمثيل بياني للموقف المشكل	225
شكل (7-9) تمثيل بياني لحل الموقف المشكل	227
شكل (7-10) معادلة خط مستقيم يمر بنقطة الأصل	231
شكل (7-11) التمثيل البياني للمستقيمين ل1، ل2	233
شكل (7-12) لإيجاد النسب المثلثية للزاوية الحادة	234
شكل (7-13)	237
شكل (7-14)	238

المقدمة

الحمد لله والشكر لله على ما أنعم علينا به من نعمة ظاهرةً وباطنةً، وأن جعل الموت راحة للمؤمن ونقمة للكافر والظالم، وأن جعل الدنيا حياة فناء، والآخرة حياة بقاء، والجنة جزاء للمؤمنين المتقين، والنار جزاء للكافرين والظالمين والعصاة المذنبين غير التائبين، والصلاة والسلام على سيدنا محمد رسول الله... وبعد،،،

فتعد الرياضيات أسلوباً جيداً لتنظيم خبراتنا نحو العالم، وتقوي فهمنا وقدرتنا على التواصل وإحداث معنى للخبرات التي نمر بها في حياتنا اليومية، كما نشعر بالمتعة أثناء تعلم الرياضيات ونستطيع من خلال تعلمها حل العديد من المهام الفعلية، ومشاكل الحياة اليومية.

فمن هذا المنطلق يجب أن نعلم أبناءنا الرياضيات في مختلف المراحل التعليمية، ليكتسبوا أساليب التفكير المنطقي، والقدرة على حل المشكلات التي تواجههم بنفس الأسلوب الذي يستخدمونه في حل المشكلات الرياضية أثناء تعلمهم.

لذا يجب أن نطور مناهج الرياضيات المدرسية بما يواكب تطورات المناهج في العالم من حولنا، ليصبح لدينا متعلم يمتلك المعارف والمهارات الرياضية التي تساعده على التواصل في دراسته الجامعية، وفي حياته اليومية.

انطلاقًا مما سبق، ومن خبرتي كمعلم للرياضيات وموجه بالمعاهد الأزهرية، وباحثٍ ومحاضر بكلية التربية بالبيضاء- جامعة عمر المختار، تم بتوفيق من الله إخراج هذا الكتاب ليكون عونا لأبنائنا الطلاب –المعلمين، والأخوة المعلمين والموجهين بالمدارس ومصممي المناهج والباحثين في مجال تدريس الرياضيات.

المقدمـــــة

هذا الكتاب يتضمن تسعة فصول، يناقش الفصل الأول ماهية الرياضيات كعلم، ولغة، ونظام، ونماذج، ومنهج دراسي، والفصل الثاني يناقش مبادئ ومعايير منهج الرياضيات المدرسية وعناصره. في حين يتعرض الفصل الثالث لماهية عملية التعليم والتعلم، و لنظريات التعلم، بينما يناقش الفصل الرابع التخطيط كمفهوم، والهدف منه وأهميته ومبادئه ومستوياته، ومناقشة عناصر خطة الدرس اليومي، ويناقش الفصل الخامس طرق تعليم الرياضيات بالإضافة إلى خطة لدرس يومي عقب كل طريقة تدريسية، في حين يناقش الفصل السادس تدريس المعارف الرياضية المتمثلة في المفاهيم والتعميمات والمهارات وحل المشكلات بالإضافة لخطة لتدريس درس يومي إما لتدريس مفهوم أو تعميم أو حل مشكلات، بينما يناقش الفصل السابع بعض نماذج واستراتيجيات فاعلة في تدريس الرياضيات مع خطة لتدريس درس يومي وفقا لخطوات النموذج أو الاستراتيجية.

يناقش الفصل الثامن كفايات معلم الرياضيات، وأخيرا يناقش الفصل التاسع القياس والتقويم، والفرق بين القياس والتقويم، وأنواع التقويم، وأساليب التقويم، وخطوات إعداد الاختبار التحصيلي، وإعداد جدول المواصفات وأهميته وصفاته.

أخيراً لا يسعني إلا أن أتقدم بجزيل الشكر وعظيم التقدير إلى كل من ساهم مساهمة فعالة بالمراجعة العلمية أو التصحيح اللغوي لهذا الكتاب، أو من أبدى ملاحظات واقتراحات منطقية، كما أتقدم بالشكر والتقدير للإخوة المسؤولين بمكتب التأليف والترجمة والبحث العلمي بجامعة عمر المختار الذين ساهموا في إظهار هذا الجهد المتواضع إلى حيز الوجود.

والله ولي التوفيق

د/ محمد عبد الفتاح سعيد

الفصل الأول
ماهية الرياضيات

أولا: الرياضيات كعلم Mathematics as a science

تُعرف الرياضيات في "قاموس الرياضيات المصور" بأنها علم دراسة الفضاء، والأعداد، والأنماط، حيث تبرهن النتائج في تلك المجالات باستخدام الاستدلال الرياضي – وتنقسم الرياضيات إلى (كيث سلكيرك، 1990: 8):

- الرياضيات البحتة وهي: تهتم بتطوير المعرفة الرياضية لذاتها دون الاعتبار لتطبيقها الحالي أو العاجل.
- والرياضيات التطبيقية وهي: تهتم بتطوير أساليب رياضية لتستخدم في العلوم ومختلف المجالات.

إن الحدود الفاصلة بين الرياضيات البحتة والتطبيقية ليست دائما واضحة، فغالبا ما نجد تطبيقات عملية لأفكار طورت في الرياضيات البحتة وكثيرا ما تقود أفكار في الرياضيات التطبيقية إلي أبحاث في الرياضيات البحتة، والرياضيات البحتة بشكل عام تهتم بدراسة مفاهيم مجردة بدون هدف التطبيق، ومن بين فروع الرياضيات البحتة الأنظمة العددية، والتحليل العددي، والتحليل الحقيقي، والجبر المجرد، في حين الرياضيات التطبيقية تسعى إلي التعبير عن الواقع في إطار الرياضيات، فنجد الرياضيات التطبيقية تستخدم في الفيزياء النظرية، وحل المسائل الفيزيائية، كما تستخدم في العلوم والهندسة وإدارة الأعمال والصناعة، ومن بين فروع الرياضيات التطبيقية: الإحصاء، والاحتمالات، وحساب المثلثات، والتفاضل والتكامل، والميكانيكا، والهندسة (عبد الله البلادي، 2014).

كما تُعرف الرياضيات بأنها علم دراسة الأنماط والعلاقات، والرياضيات علم تطبيقي يهتم بحل المشكلات التي تظهر في العالم (Robbins, Herbert, 1996:18)، وتُعرف أيضا بأنها علم يختص بالمقدار، والعدد، والشكل والفراغ، وإدراك العلاقات فيما بينها، وهي كلغة عالمية قائمة على الرموز والمخططات، وأنها تتضمن المعالجة (بالتنظيم، التحليل، المعالجات اليدوية، التواصل) للمعلومات، وتستخدم كوسيلة لعمل التنبؤات، وحل المشكلات باستخدام لغة تتميز بالإيجاز والدقة (المجلس القومي للمنهج والتقويم National Council for Curriculum and Assessment (NCCA, 1999:2).

وقديما كانت تُعرف الرياضيات من حيث الموضوع بأنها علم الكم المتصل (الهندسة)، والكم المنفصل (العدد)، وتعرف حديثا من حيث المنهج بأنها نسق استنباطي، أي يقوم على استخلاص مقدمات أو قضايا أولية أهمها الأصول الموضوعة والمسلمات (محمد الفندي، 1990: 42-48).

قد عرّف "K.Sidhu" الرياضيات التقليدية بأنها ذلك العلم الذي يتخذ الكم والفراغ مجالاً لبحثه ويتعامل مع الحقائق والعلاقات الكمية، أما الرياضيات الحديثة فهي ذلك العلم الذي يدرس الفئات والتراكيب الرياضية ويعيد تنظيم فروع الرياضيات في تراكيب أكثر شمولاً تكشف عن العلاقات بين الفروع المختلفة وتوحدها حول مفاهيم معينة مثل المجموعة والمجال والحلقة (خليفة عبد السميع، 1987: 11).

كما يرى "أبو زينه" أن الرياضيات علم تجريدي من خلق وإبداع العقل البشري، ويمكن النظر إلى الرياضيات على أنها:

- طريقة ونمط في التفكير، وتنظم البرهان المنطقي، وتقرر مدى صحة فرضية أو قضية.
- لغة تستخدم تعبيرات ورموزاً محددة ومعرفة بدقة.

- معرفة منظمة في بنية لها أصولها وتنظيمها وتسلسلها.
- تعني بدراسة الأنماط.
- "فن" وهي كفن تتمتع بجمال في تناسقها وترتيب وتسلسل الأفكار بداخلها.

أي أن الرياضيات من وجهة نظر كثير من المربين والمهتمين بتدريسها أداة مهمة لتنظيم الأفكار وفهم المحيط الذي نعيش فيه. فالرياضي "M.Kline" يرى أن الرياضيات موضوع يساعد الفرد على فهم البيئة المحيطة والسيطرة عليها، وبدلا من أن يكون موضوع الرياضيات مولدا لنفسه فإن الرياضيات تنمو وتزداد وتتطور من خلال خبراتنا الحسية في الواقع ومن خلال احتياجاتنا ودوافعنا المادية، والرياضي "Dienes" عرف الرياضيات بأنها علم دراسة البُنى (structures) والعلاقات فيما بين هذه البُنى (فريد أبو زينه، 1990: 15-18).

وتُعرف الرياضيات بأنها علم دراسة الأشكال وحركة الأجسام المادية، وتستخدم الرياضيات دائما كأداة أساسية في العديد من المجالات كالعلوم والطبيعة والهندسة والطب والاقتصاد والعلوم الإنسانية، كما أنها نشاط عقلي يكمن في بناء أنظمة رياضية الواحد تلو الآخر، ويمكن أن توصف الرياضيات كعلم لحل المشكلات وتطوير النظريات والقوانين، وفي هذه الحالة ينظر للرياضيات كلغة عالمية ذات رموز وقوانين مشتركة بغض النظر عن بلد المنشأ، حيث يستطيع العلماء فهم بعضهم بعضاً والتواصل معا من خلال لغة الرياضيات ، وتتضمن مجموعة من الأنظمة الرياضية التي تطبق في مختلف نواحي الحياة والتخصصات العلمية. والنظام الرياضي عبارة عن بناء استنتاجي قائم على المنطق ومجموعة من المسلمات والنظريات، كما أنها تهتم بدراسة موضوعات عقلية إما يتم ابتكارها كالأعداد والرموز أو أن تجرد من الواقع كالأشكال والمجسمات وإدراك العلاقات القائمة بينها أو بين أجزائها (uqu.edu.sa/page/:1-2).

كما تُعرف الرياضيات التربوية بأنها أداة لتطوير خبرتنا نحو العالم وتقوي فهمنا، وتمكننا من التواصل مع الآخرين وفهم خبراتهم، كما تزودنا بالاستمتاع، فبواسطة تعلم الرياضيات نستطيع حل نسق من المهام العملية، وحل المشكلات الحياتية، كما يمكننا أن نصف ونشرح المواقف، وأيضا نتنبأ بما يحدث، وأثناء تعلم الرياضيات نستخدم لغتنا المعتادة بالإضافة إلى لغة الرياضيات الخاصة به (NCCA, 1999: 2).

ثانيا: الرياضيات كلغة Mathematics as a Language

تُعرف اللغة في "معجم المصطلحات التربوية" بأنها وسيلة الاتصال، والتعريف السيكولوجي للغة: نظام عرفي يستخدم إرشادات تعبيرية وظيفية سيكولوجية للفرد كأداة تحليل منهجي وتركيبي واجتماعي، وكوسيلة تشاور... واللغات رمزية ونظامية (ميشيل جرجس ورمزي كامل، 226:1998). وتُعرّف اللغة بصفة عامة بأنها (http://. en.wikipedia.org/):

- وسائل منظمة للتواصل بواسطة استخدام الأصوات أو الرموز الاصطلاحية.
- نظام من الكلمات يستخدم في فرع من فروع العلوم.
- كود يستخدم للتعبير عن أنفسنا وللتواصل مع الآخرين.
- مجموعة من الجمل، وكل جملة فقرة محدودة ومكونة من فئة محدودة من العناصر.

وتصف هذه التعريفات اللغة من منظور المكونات التالية:

- معجم خاص بالرموز أو الكلمات.
- قواعد توضح كيف يمكن أن تستخدم تلك الرموز.
- مجتمعات بشرية تستخدم هذه الرموز وتفهمها.
- سلسلة من المعاني التي يمكن توصيلها للآخرين باستخدام هذه الرموز.

كل هذه المكونات موجودة أيضا في لغة الرياضيات. ولقد صممت لغة الرياضيات لكي نستطيع أن نقرأ ونكتب ونتعلم عن:

أ- موضوعات محددة مثل: الأعداد، والفئات، والدوال، وكيفية التعامل مع تلك الموضوعات من حيث (الجمع والطرح والضرب والقسمة) وربطهم معاً.

ب- الرموز الرياضية وكيفية استخدامها بدلا من الكلمات حيث نجد:

- عشرة أرقام هي: 0، 9، 8، 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1 تستخدم للتعبير عن أي عدد.
- رموز مثل: x, y, z تحل محل القيم العددية.
- العديد من الرموز الخاصة مثل: =، >، <، ≤، ≥، π،...، والتي تعبر عن مصطلحات رياضية.
- حروف اعتيادية غالبا ليست دائما تستخدم كحروف ولكن لها استخدامات خاصة مثل:

1- a ، b ، c تمثل قيماً ثابتة.

2- I, j, k... n من i إلي n تمثل أعداداً موجبة للعد.

3- الحروف الأبجدية A, B, C تمثل مجموعات عددية.

هذه الحروف تستخدم بطريقة معتادة فمثلا: المعادلة $y = ax + b$ في المتغيرين x, y وقيم المتغير y تتغير بتغير قيم x بفرض أن a, b ثابتان.

جـ- الأسماء، والأفعال، والتعبيرات الرياضية حيث:

- **الأسماء**: وهي تطلق على موضوعات محددة مثل: الأعداد أو التعبير عن الأعداد مثل: 15، 2(3- 8)، 4^2.
- **الأفعال**: هي الإجراءات التي نسلكها مثل : حل معادلة أو رسم شكل هندسي.

- **التعبيرات الرياضية**: وهي جمل تقريرية تشمل كلاً من المسلمات، والفروض والنظريات والتمهيدات، وتوجد بعض التعبيرات تستخدم فيها أساليب محددة مثل: إذا وفقط إذا كان، ضروري، ولازم، على الأقل، أو على الأكثر، عموما لغة الرياضيات: هي نظام يستخدمه الرياضيون لتوصيل الأفكار فيما بينهم، وهذه اللغة تتكون في الأساس من بعض اللغات الطبيعية (على سبيل المثال اللغة الانجليزية) ومصطلحات فنية متفق عليها خاصة بالمعالجات الرياضية (http://www.mathsisfun.com/).

لقد اقترح "Schwartz & Kenney" أن الأسماء الرياضية تطلق على موضوعات رياضية قد تكون : الأعداد، والقياسات، والأشكال، والمجسمات، والدوال، والأنماط، والبيانات، وترتيب الموضوعات بمعايير المحتوى الرياضي في خريطة تساعد على تسهيل الاطلاع. أما الأفعال الرياضية فيمكن ملاحظتها خلال أربعة أعمال سائدة تظهر في حل المشكلات والاستدلال وهي:

- **نمذجة وصياغة الموقف المشكل**: ابتكار التمثلات والعلاقات المناسبة للموقف المشكل الرياضي الأولي.
- **ترجمة ومعالجة الموقف**: تتمثل في ترجمة الصياغة الرياضية التي تعبر عن الموقف المشكل الأصلي إلى صيغ مكافأة تمثل الحلول.
- **الاستدلال**: يعني تطبيق النتائج المستخلصة من حل الموقف المشكل الأصلي، وتفسير النتائج وتعميمها في المواقف المماثلة التي تظهر لاحقا.
- **التواصل**: يعني وصف ما قد تم تعلمه عن الموقف المشكل لبقية المستمعين من الزملاء.

تلك الأعمال الأربعة مجتمعةً معاً تمثل عملية حل الموقف المشكل، وهذا يتطلب تنمية كل منها على حِدة لدى التلاميذ، وبالنظر إلى كل عمل على حِدة يمكن أن نميز

العمل المطلوب إتقانه لدى التلاميذ، ويمكن تقويمهم من خلال تلك الأعمال. كما أكد كل من "Barton & Heidema" على أنه ينبغي تعلم التلاميذ معنى كل رمز رياضي يستخدم مثل تعلمهم استيعاب معنى الكلمات في اللغة الأم، وأيضا ربط كل رمز بالفكرة التي تمثله، والكتابة والتلفظ بالعبارة (المصطلح) المقابل للفكرة، ويجب على المعلم أن ينمي لغة الرياضيات لدى التلاميذ خلال إتاحة الفرصة للتعبير عن أفكارهم شفهيا، وكتابيا، ومناقشة تلك الأفكار داخل حجرة الدراسة. إن الهدف الأهم للبرنامج الرياضي أن يتمكن التلاميذ من استخدام لغة الرياضيات (التعبيرات، الرموز، المصطلحات الرياضية) بفاعلية وعلى نحو صحيح، وهذا يتضمن قدرتهم على الاستماع ، وتوجيه الأسئلة، والمشاركة في المناقشات الجماعية تماما مثل مهارات التحدث والقراءة والكتابة، وتلعب المناقشة دوراً فاعلاً في إكساب لغة الرياضيات، ونمو المفاهيم، وتوضيح الأفكار لدى التلاميذ، واختزال الاعتماد على المعلم. يجب أن يعي المعلم أن الرياضيات تبدو للعديد من التلاميذ أنها لغة غريبة، فالرموز، والعبارات الرياضية تمثل عائقاً كبيراً لفهم المفاهيم الرياضية، لذا ينبغي على المعلم أن يطلب من التلاميذ التحدث أثناء حل المشكلات (Joan, 2005:1-7).

عرف برنامج تقييم التلميذ العالمي Program for International Student Assessment(PISA) معرفة قراءة وكتابة الرياضيات بأنه: قدرة الفرد على معرفة وفهم الدور الذي تلعبه الرياضيات في تطور العلم، وفي إصدار الأحكام الدقيقة، وقدرته على تعلم الرياضيات واستخدامها في المواقف الحياتية التي تواجهه، وتعكس اهتماماته. (http://www.nctm.org/search).

ثالثا: الرياضيات كنظام (بناء) Mathematics as Structure

يُعّرف النظام الرياضي بأنه عبارة عن مجموعة من العناصر، وعلى هذه المجموعة نضع هيكلاً، أي مجموعة من القواعد والعلاقات تحدد طرق العمل، فالقوانين أو طرق العمل قد تكون علاقات تعرف على عناصر المجموعة، أو عملية ثنائية أو أكثر، ولهذه العمليات والعلاقات خصائص معينة (فريد أبو زينة، 1990: 19). والنظام الرياضي يتضمن ثلاثة أوجه أساسية مختلفة:

- مجموعة من العناصر.
- علاقات تستخدم للمقارنة بين عنصر وآخر داخل المجموعة.
- عمليات يمكن أن تستخدم لربط بعض عناصر المجموعة لإنتاج عناصر أخرى داخل المجموعة.

فمثلاً: النظام الرياضي للأعداد الكلية The Mathematical System of the Whole number يتضمن:

- المجموعة= $\{0,1,2,3, \ldots .\}$.
- العلاقات: =، >، <، ≤، ≥، ≠ ، وتستخدم للمقارنة بين أي عددين.
- العمليات: ±، ×، ÷، وتستخدم لربط عددين للحصول على عدد آخر.

ويمكن تطوير نظام الأعداد الكلية خلال العمليات الأساسية، وتعريف علاقات على المجموعة، واشتقاق بعض النظريات المرتبطة بتلك العلاقات (James, 1970:44).

كما أن النظام الرياضي يرتكز على خمس دعائم (عدنان الحسّون، 1984: 137-130):

1- المسلمة

المسلمة: حقيقة عامة تشرح نفسها ولا تحتاج إلى برهان. مثل:

a) الكل أكبر من الجزء.

b) متساويات الأشياء المتساوية أشياء متساوية.

c) إذا طرحت أشياء متساوية من أخرى متساوية فالنواتج متساوية.

d) إذا أضيفت أشياء متساوية لأخرى متساوية فالنواتج متساوية.

ومثل بعض مسلمات إقليدس التالية:

a) يمكن رسم مستقيم مار بأية نقطتين.

b) يمكن مد القطعة المستقيمة بلا حدود من كلتا جهتيها.

c) يمكن رسم دائرة بأي مركز وأي نصف قطر.

d) جميع الزوايا القوائم متساوية.

2- بعض التعبيرات أو المصطلحات الأولية غير المعرفة

هي عبارة عن مجموعة من العناصر تخص هذا النظام ، وفائدة تلك التعبيرات أو المصطلحات أنها تستخدم في صياغة المسلمات والبديهيات والتعريفات.

مثل: النقطة، المستقيم، المستوى في نظام هندسة إقليدس.

3- التعريفات

كلمات أو جمل يقصد بها إيضاح المقصود ببعض المصطلحات والتعريف لا يحتاج إلى برهان.

فمثلاً: تُعرف الزاوية أنها اتحاد شعاعين صادرين من نقطة واحدة.

ويُعرف المستطيل بأنه متوازي أضلاع زواياه قوائم.

4- النظريات (المبرهنات)

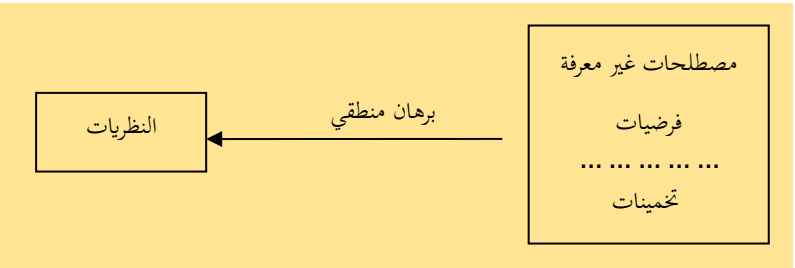
هي نص أو مجموعة من النصوص يمكن إثبات صحتها بالاعتماد على ما يسبقها من بديهيات أو مسلمات أو تعريفات أو غيرها أو النتائج المشتقة من داخل النظام. ومجموعة النظريات تنمي وتكبر هذا النظام الرياضي.

مثل نظرية "مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المثلث = 180°"، نظرية فيثاغورث،...

5- البرهان

البرهان هو مناقشة تبين صحة النظرية تنتج منطقيا عن صحة النظريات والمسلمات السابقة لها. وللبرهان عدة أنواع وعدة استراتيجيات، ويعتمد بشكل مباشر أو غير مباشر على بعض المسلمات، وهذا يدل على أن وجود المسلمات في النظام الرياضي أمر ضروري.

ويمكن توضيح النظام الرياضي المجرد Abstract Mathematical Structures (AMS) بالمخطط التالي:



الرياضيات البحتة تتكون من كل الأنظمة الرياضية المجردة (AMS)، والرياضيات التطبيقية تتكون من كل التفسيرات العملية للأنظمة الرياضية المجردة (AMS)، والرياضيات تتكون من الرياضيات البحتة والتطبيقية (Olive, 1997: 10-12)، وبناءً عليه فالبنية الرياضية كأي بناء

(مثل بناء المنازل أو الجسور) تبدأ من لبنات بسيطة، ثم يضاف إليها لبنات أخرى حتى يكتمل البناء.

رابعا: الرياضيات كنماذج Mathematics as Models

يُعرّف النموذج بأنه "كل تمثيل للواقع بواسطة رسم، أو شكل، أو رمز، وتتمثل وظيفته في تجسيد هذا الواقع وتجسيمه عن طريق إظهار بنيته أو نظامه والعلاقات بين عناصره، وذلك بغية وصفه أو تفسيره أو إيضاح النظرية أو المنهج الذي يكمن فيه"(عبد اللطيف الفاربي، 1996: 40).

يُعرّف في "معجم المصطلحات التربوية" بأنه تقديم فكرة concept أو أسلوب في شكل له بُعدان أو ثلاثة أبعاد في أي هيئة أخرى رياضية أو مشابهة، كما يُعرف أيضا بأنه وسيلة نقل علاقة أو عملية من موضعها الفعلي إلى موضع آخر حيث يمكن أن يدرس بطريقة متأنية (ميشيل جرجس ورمزي كامل، 1998: 253).

كما يُعرّف في "معجم المصطلحات العلمية والتقنية" النموذج الرياضي بأنه تمثيل رياضي لعملية، ولطريقة، أو لفكرة بواسطة عدد من المتغيرات التي تحدد العملية، أو الطريقة، ومجموعة من المعادلات والمتباينات تصف التفاعل المتبادل بين المتغيرات. ويعرف أيضا بأنه نظرية أو نظام رياضي بالإضافة الى مسلماته (Daniel, N.L., 1967:910).

بينما يُعرّف في " قاموس المصطلحات الرياضية المصور" بأنه محاكاة، أو مثال لشيء ما في الواقع. مثل: عمل نموذج يحاكي وضعاً حقيقياً، أو يعرف أيضا بأنه فكرة رياضية تساعد في تفسير بعض سلوكيات طبيعية. على سبيل المثال: الدالة (sin) تمثل حركة موجة (كيث سلكيرك، 1993 : 290).

والنموذج: هو تمثيل لشيء ما، أو نموذج يحاكي بعض الأشياء بالتصنيع، ويستخدم لوصف تلك الأشياء، كما يساعد على تخيل (تصور) هذه الأشياء.

بينما النموذج الرياضي لظاهرة طبيعية هو ببساطة عبارة عن فرضيات نحو الظاهرة، وإجراء بعض التحاليل المنطقية لنتائج الفرضيات، ويكون لدينا نموذج رياضي عندما نتمكن من التعبير عن الفرضيات في صيغ رياضية. وبدون شك يقصد بالنماذج أن تصف ظواهر طبيعية، وأي تنبؤات ترتكز على تحليل النموذج الذي سيقارن مع الملاحظات التجريبية لتحديد صدق الفرضيات (Grossman, Turner, 1974: 367) .

كما أن النموذج الرياضي Mathematical Model هو تمثيل لسلوك أشياء وأدوات حقيقية باستخدام عبارات رياضية. والنماذج الرياضية قد تأخذ أشكالاً عديدة لا تقتصر على الأنظمة الحركية، ولكن تتضمن نماذج إحصائية، ومعادلات تفاضلية ونماذج منطقية، وعادة تصف النماذج الرياضية نظاماً معيناً، بواسطة فئة من المتغيرات وفئة من المعادلات التي تُنشيئ علاقات بين المتغيرات (http://www.sfu.ca/~vdabbagh/) .

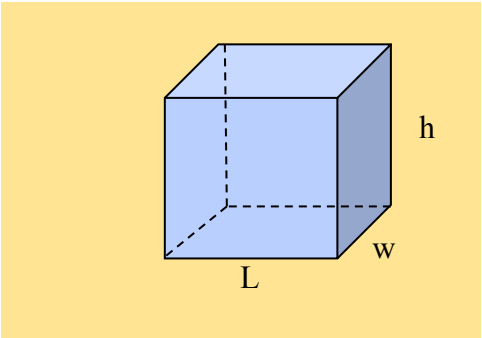
كما يُعرّف النموذج الرياضي بأنه صياغة المشكلة بشكل معين يُمَكّنْ من إيجاد حل لها باستخدام الطرق الرياضية (قيس علوش:1-2)، وعملية بناء النموذج وتطويره تسمى النمذجة الرياضية Mathematical Modeling وتتم باستخدام التمثيل البياني، والعددي، والرمزي، والتعبير اللفظي لوصف واستكشاف الظواهر، وبيانات حياتية حقيقية، والنمذجة تربط دراسة الرياضيات داخل حجرات الدراسة بالحياة اليومية، فالمواقف الحياتية يمكن أن تنمذج باستخدام الرياضيات، وتقيم بواسطة الفروض المختلفة، واستكشاف النتائج ومقارنة التنبؤات مع البيانات، ويمكن أن يكون النموذج بسيطا جدا (فعلى سبيل المثال: الثمن الكلي لشراء شيء ما = ثمن الوحدة × عدد المشتريات).

ويمكن أن تستخدم الرياضيات في نمذجة أو تمثيل أعمال حياتية، فعلى سبيل المثال: لحساب حجم صندوق من الكرتون الموضح :

نعلم أن: طول القاعدة = L

عرض القاعدة =w

ارتفاع الصندوق = h



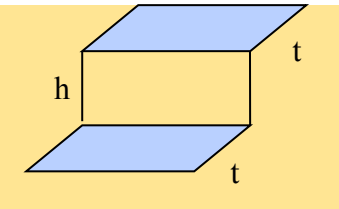
شكل 1–1 صندوق على شكل متوازي مستطيلات

نعلم أن حجم متوازي المستطيلات يعطى بالمعادلة: $V = L \times W \times h$ لذا فان لدينا أبسط نموذج رياضي يوضح لنا حجم الصندوق، ولكن إذا رغبنا ملء هذا الصندوق بالزبيب واستخدامه في عملية البيع والشراء، فإننا في حاجة لمعرفة سعته من الداخل، وبناء عليه يجب معرفة سمك الصندوق لتحسين نموذج الحجم، بفرض أن t تمثل سمك الصندوق. فكم تكون سعته من الداخل ؟

طول القاعدة من الداخل = L – 2t

عرض القاعدة من الداخل = w – 2t

ارتفاع الصندوق من الداخل = h – 2t



شكل (1-2) يوضح سمك الصندوق

∴ الحجم من الداخل = $(L-2t)(w-2t)(h-2t)$ ، وبذلك يكون لدينا أفضل نموذج يعطي حجم الصندوق في حالة استخدامه في عملية البيع والشراء (htt:/www.Mathsisfun-com/algbra/.

والدورة الأساسية للنمذجة يمكن تلخيصها في النقاط التالية (www.corestandards. org/math/):

1) تحديد متغيرات الموقف، واختيار ما يمثل منها الأوجه الأساسية للموقف.
2) استنباط نموذج بواسطة ابتكار وانتقاء تمثيل هندسي أو رمزي أو جدولي أو بياني أو إحصائي.
3) تحليل العمليات وأداؤها على تلك العمليات لاستخلاص النتائج.
4) تفسير النتائج الرياضية من جهة الموقف الأصلي.
5) التحقق من النتائج بمقارنتها مع الموقف، وعندئذ إما أن يحسن النموذج أو نقبله.
6) كتابة تقرير عن النتائج.

تستخدم النماذج الرياضية في مختلف نواحي الحياة، فمثلا تستخدم في العلوم الطبيعية مثل: (الفيزياء، والبيولوجي، والجيولوجيا)، كما تستخدم في مجالات الهندسة والعلوم الإنسانية وعلم الإحصاء. والنموذج يساعدنا في شرح عمل النظام الذي يمثله، ودراسة التأثيرات لمختلف مكوناته وعمل تنبؤات تجاه سلوكه.

خامسا: الرياضيات كمنهج دراسي

Mathematics as Subject Curriculum

إن منهج الرياضيات المدرسية يعد بمثابة جسد يتضمن بداخله المعارف، والمهارات، والإجراءات الرياضية التي يمكن أن يستخدمها المتعلم في وصف، وتمثيل، وتفسير مواقف عديدة ومتنوعة، ويتنبأ ويفسر الأنماط والعلاقات في الأعداد، والجبر، والهندسة المستوية والفراغية ، والقياسات ، والبيانات. كما أن الرياضيات المدرسية مزودة بلغة قوية ومختصرة يمكن بواسطتها تنظيم المعلومات ومعالجتها وتوصيلها للآخرين- هذه الخصائص تجعل من الرياضيات أداة أساسية للطفل والراشد.

الرياضيات المدرسية تزود المتعلم بنطاق متسع من المعارف والمهارات المرتبطة بالأنشطة التي تساعد على تطور فهمه للعالم من حوله وللتفاعلات الاجتماعية، وتزوده بلغة ونظام يستطيع من خلالهما أن: يحلل، ويصف، ويفسر مجالاً واسعاً من الخبرات، ويستطيع التنبؤ من خلال تحليل بيانات معطاة، ويحل مشكلات. كما أنها تشجع المتعلم على الإبداع، وتقوي لديه نمو الاستدلال الرياضي خلال استخدام تقنيات بحثية في سياق الرياضيات، كما تكسبه الثقة في نفسه والتواصل بفاعلية بلغة الرياضيات (NCCA, 1999: 2).

كما أن الرياضيات المدرسية تزود التلاميذ بفئة من الأدوات الفعّالة والفريدة لفهم العالم وتغيراته، وهذه الأدوات تتضمن المنطق، والاستدلال، ومهارات حل المشكلات، والقدرة على التفكير بأساليب مجردة (DEE, 1999: 14).

بينما أوضح العالم الرياضي "Lamon" أن الرياضيات عندما يدرسها المتعلم فإنه ليس من المهم أن يشتق معلومات رياضية جديدة مثلما يفعل العلماء، بل يكون الاهتمام منصبا على إكساب المتعلم كيفية إجراء العمليات الاستدلالية البسيطة التي يتمكن بواسطتها

اشتقاق بعض النتائج من معلومات رياضية متاحة له، كما أوضح أيضا العالم الرياضي "Land" (1963) أن الرياضيات كمادة دراسية، تحتوي في جوهرها المفاهيم الأساسية لعلم الرياضيات ولكن بعد تبسيطها حتى تلائم خصائص المتعلم الذي يمر بمرحلة نمو معينة، وتناسب خلفيته الرياضية (وليم عبيد وآخرون، 2000: 27).

نستخلص مما سبق أنه يمكن النظر إلى الرياضيات بأنها:

- علم يهتم بدراسة الأعداد، والأنماط، والفضاء، وإدراك العلاقات فيما بينها.
- لغة تختص بتعبيرات ومصطلحات ورموز رياضية محددة ومعرفة بدقة.
- تتكون من مجموعة من الأنظمة الرياضية المرتبطة والمتكاملة، ومرتبطة بتطبيقاتها في مختلف المجالات والتخصصات، وفي الحياة اليومية.
- تستخدم اللامعرفات، والمعرفات، والمسلمات، والمنهج الاستدلالي في اشتقاق النتائج أو النظريات داخل النظام الرياضي، وبذلك تنمو وتتطور الأنظمة الرياضية.
- تهتم بحل المشكلات داخل الرياضيات وخارجها.
- تهتم بالنمذجة الرياضية، أي بناء نماذج رياضية لحل مشكلة، أو لوصف ظاهرة طبيعية، أو نظام معين بواسطة فئة من المتغيرات، وأخرى من المعادلات التي تنشيئ علاقات بين تلك المتغيرات.
- علم تراكمي البناء، فالمعرفة الجديدة تبنى على أساس المعارف السابقة.
- علم مجرد وتطبيقي، له تطبيقات في مختلف فروع المعرفة والحياة اليومية.
- منهج دراسي يزود المتعلم بالمعارف الرياضية، وبأدوات كالاستدلال الرياضي والمنطق تمكنه من حل المشكلات التي تواجهه، وتحليل البيانات وتفسيرها.

الفصل الثاني
منهج الرياضيات

المنهج لغويا يعني وسيلة محددة توصِل إلى غاية معينة (حلمي الوكيل ومحمد المفتي، 1996: 2)، كما أن المنهج بالمفهوم التقليدي يعني المقرر الدراسي، أي كمية المعرفة التي يتعلمها المتعلم في موضوع معين خلال سنة دراسية، لذا كان المنهج التقليدي يركز على جانب النمو العقلي، دون الاهتمام بالجوانب الأخرى مثل النمو الجسمي والاجتماعي والنفسي (محمد عباس ومحمد العسي، 2007: 27).

يُعرّف المنهج في "معجم المصطلحات التربوية": بأنه "كل الخبرات المخَّططة التي تُقدِّمها المدرسة من خلال عملية التدريس" (ميشيل جرجس ورمزي كامل، 1998: 132). والمنهج بمفهومه الحديث هو "مجموعة الخبرات التربوية التي تهيئها المدرسة للتلاميذ سواء داخلها أو خارجها وذلك بغرض مساعدتهم على النمو الشامل المتكامل – أي النمو في كافة الجوانب العقلية، والثقافية، والدينية والاجتماعية، والجسمية، والنفسية، والفنية – نموا يؤدي إلى تعديل سلوكهم ويكفل تفاعلهم بنجاح مع بيئتهم ومجتمعهم، وابتكارهم حلولا لما يواجههم من مشكلات" (حلمي الوكيل ومحمد المفتي، 1996: 2).

ويُعرف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) منهج الرياضيات المدرسية بأنه خطة إجرائية للتعليم تصف ما هي الرياضيات التي يحتاج أن يعرفها المتعلمون، وإلى أي مدى يتم إنجازهم لأهداف المنهج المحددة، ودور المعلم في مساعدة المتعلمين في نمو المعارف الرياضية لديهم، والظروف المناسبة التي يتم خلالها إحداث عمليتي التعليم والتعلم (NCTM, 1989: 1) .

كما ينظر إلى منهج الرياضيات: بأنه الخبرات التعليمية لكل مرحلة من مراحل التعليم، وأنه يصف المعارف، والمهارات الرياضية التي يتوقع أن يكتسبها المتعلمون أثناء عملية التعليم والتعلم، ومن ثم تظهر تلك المعارف والمهارات لديهم أثناء الاستقصاء، والتطبيق، وحل المشكلات داخل الفصل المدرسي، وفي مختلف الأنشطة المختلفة والاختبارات التي يتم بواسطتها تقييم وتقويم التحصيل لدى المتعلمين (Ontario, 2005: 7).

وقد أصدر المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية (NCTM, 2000) التي تهدف إلى توفير التوجيه للمعلمين والتربويين نحو محتوى وطبيعة الرياضيات المدرسية حيث يقصد بالمبادئ: أنها عبارات محددة تعكس الخصائص والقواعد الأساسية والجوهرية للتعليم، وبالمعايير: أنها عبارات محددة تصف مجموعة من الأهداف الشاملة لتعليم الرياضيات، أو هي مجموعة من المحددات الأساسية التي تستخدم للحكم على جودة منهج الرياضيات أو طرق التقييم، إذاً المعايير هي توضيح لما يقيم.

وفيما يلي توضيح لمبادئ الرياضيات المدرسية (NCTM, 2000: 16):

مبادئ منهج الرياضيات

1- مبدأ العدالة: Equality Principle

يجب أن يوفر منهج الرياضيات الفرص والدعم لجميع التلاميذ لتعلم الرياضيات بغض النظر عن خصائصهم الشخصية، وخلفياتهم. والمساواة لا تعني تلقي جميع التلاميذ لنفس التعلم بل تعني توفير الدعم المناسب والتشجيع لكل المتعلمين، ويتضمن مبدأ المساواة المبادئ الفرعية التالية:

- توقعات عالية وفرص قيمة للجميع.

- مراعاة الفروق الفردية بين المتعلمين لمساعدة الجميع على التعلم.
- توفير الموارد والمساعدات وتقديم العون لكل الفصول.

2- مبدأ المنهج: Curriculum Principle

منهج الرياضيات ليس مجرد مجموعة من الأنشطة المطلوب أن ينفذها المتعلمون، بل منهج الرياضيات الفعال يركز على الرياضيات المهمة التي تعد المتعلمين للتعلم المستمر، ولمواجهة حل المشكلات الرياضية والحياتية. ويتضمن مبدأ المنهج المبادئ الفرعية التالية:-

- يجب أن يكون المنهج مترابطا منطقيا، ومنظماً تنظيماً منطقياً على امتداد سنوات التعلم.
- يجب أن يركز المنهج على أهمية الرياضيات.
- يجب أن يوفر المنهج فرصاً التعلم على نحو متزايد للكثير من الأفكار الرياضية المركبة أثناء تقدم المتعلمين خلال المراحل الدراسية.

3- مبدأ التعليم: Teaching Principle

ينادي هذا المبدأ بتعليم الرياضيات الفعالة Effective Mathematics ، ويتطلب فهم ما يعرفه المتعلمون، وما يحتاجون تعلمه، وعندئذ يثار اهتمامهم ومساعدتهم لتعلم الرياضيات جيدا، ويتضمن هذا المبدأ المبادئ الفرعية التالية:

- معرفة وفهم الرياضيات.
- معرفة وفهم استراتيجيات تربوية.
- معرفة وفهم خصائص المتعلمين.
- توفير بيئة صفية تثير التحدي وتوفر المساعدة والدعم للمتعلمين.

4- مبدأ التعلم: Learning Principle

يجب أن يتعلم التلاميذ الرياضيات ويفهموها، وأن يبنوا المعارف الجديدة بفاعلية، انطلاقا من الخبرات والمعارف السابقة، ويتضمن مبدأ التعلم المبادئ الفرعية التالية:-

- تعلم الرياضيات بفهم ضروري وأساسي.
- أن يتيح الفهم المفاهيمي والإجرائي لدى المتعلمين استخدام المعرفة بمرونة في حل المشكلات.
- تطبيق المعلومات الرياضية في مواقف حياتية.

5- مبدأ التقويم: The Assessment Principle

يجب أن تساعد عملية التقويم في تعلم الرياضيات المهمة، وتوفر المعلومات المفيدة للمعلمين والمتعلمين. ويتضمن مبدأ التقويم المبادئ الفرعية التالية:-

- يجب أن يعقب التقويم عملية القياس بهدف توجيه وتعزيز تعلم التلاميذ.
- استخدام أساليب التقويم الثلاثة القبلي، والتكويني، والختامي.
- تنوع مصادر تجميع البيانات ولتكن: استخدام الأسئلة مفتوحة النهاية، والمهام، أسئلة الاختيار من متعدد، والملاحظات، والمحادثات، والمجلات العلمية.
- يعد التقويم جزءاً مكملاً لعملية التعليم، حيث يرشد المعلمين ويوجههم لاتخاذ القرارات المناسبة.

6- مبدأ التكنولوجيا: The Technology Principle

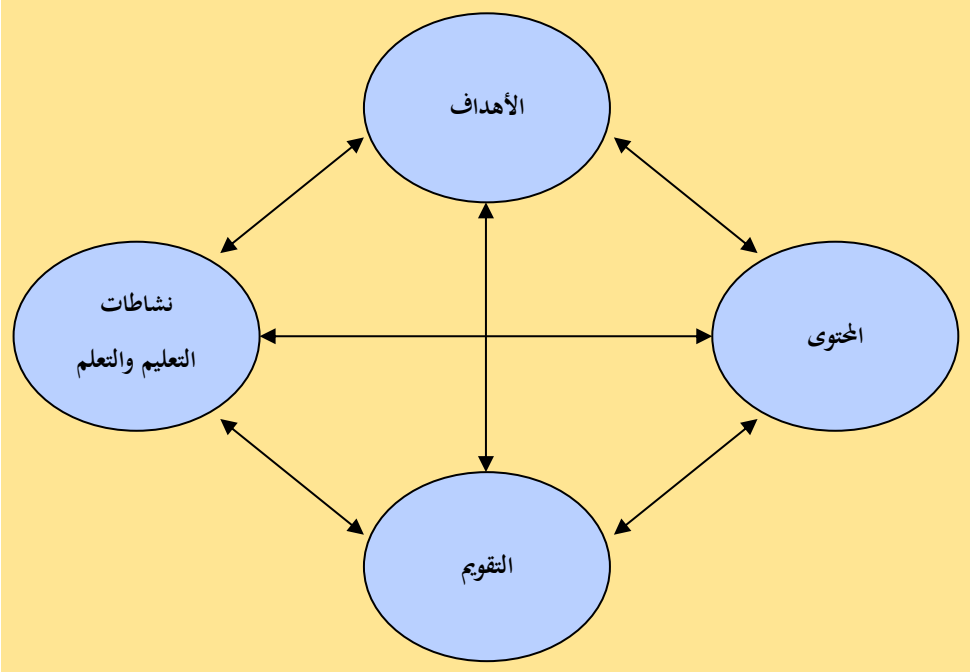
للتكنولوجيا أهمية جوهرية في تعليم وتعلم الرياضيات، وهي تعتبر عاملا مؤثرا في تعلم الرياضيات حيث تعمل على تحسين قدرة المتعلم على التعلم. ويتضمن مبدأ التكنولوجي المبادئ الفرعية التالية:

- يمكن أن نعمق تعلم المتعلمين للرياضيات أكثر فأكثر باستخدام التكنولوجيا المناسبة.

- لا يمكن للتكنولوجيا أن تحل محل المعلم، ولا يمكن أن تستخدم كبديل للتفاهمات والإدراكات الأساسية.
- عند توفر الوسائل التكنولوجية المناسبة يستطيع المتعلمون التأمل، والاستدلال، وحل المشكلات، واتخاذ القرار.

عناصر المنهج

يتكون المنهج المدرسي من أربعة عناصر أساسية وهي: الأهداف – المحتوى – نشاطات التعليم والتعلم – التقويم. التي تكون مترابطة تبادليا ومتكاملة وظيفيا كما يوضحها الشكل التالي (محمد السيد، 2000: 48):



شكل 2-1 عناصر المنهج

يلاحظ من الشكل السابق أن عناصر المنهج مترابطة فيما بينها ترابطا محكما، فكل منها يؤثر ويتأثر بالعنصر الآخر، فعلى سبيل المثال الأهداف تؤثر في اختيار المحتوى الذي يتطلب بدوره أنماطاً من نشاطات التعليم والتعلم، والتقويم بدوره يكشف لنا عن مدى نجاح اختيار المحتوى والأنشطة في تحقيق الأهداف، ومن ثم يزودنا بالتغذية الراجعة لإعادة النظر في المنهج من جديد بعد تحديد نقاط القوة فنعززها، ونقاط الضعف فنتلاشاها أو نعالجها. وفيما يلي توضيح لكل عنصر.

أولا: الأهداف

إن الأهداف التعليمية يجب أن تتضمن خمسة أهداف عامة للمتعلمين خلال مراحل التعليم المختلفة وهي أن يكون لديهم:

1) تقدير منفعة الرياضيات.
2) الثقة في قدرتهم على الاستمرار في تعلم الرياضيات.
3) القدرة على حل المشكلات الرياضية والحياتية.
4) التواصل مع الآخرين بلغة الرياضيات.
5) التعلم من أجل الاستدلال منطقيا.

فيجب عند تنفيذ المنهج التركيز على تحقيق هذه الأهداف خلال تقديم العديد من الخبرات المترابطة، والإجراءات المناسبة، وبذلك يمتلك المتعلمون المقدرة الرياضية Mathematic Power ، وهذا المصطلح يعني قدرة المتعلم على الاستكشاف، والتخمين، والاستدلال منطقيا، والتواصل، وإحداث ارتباطات، بالإضافة إلى قدرته على استخدام أساليب رياضية متنوعة في حل مشكلات غير روتينية (NCTM, 1989: 5-6).

وتتحدد أهداف تدريس الرياضيات في محاور ثلاثة هي (وليم عبيد وآخرون، 2000: 36-42):

1- أهداف تتعلق بمعرفة وفهم أساسيات مادة الرياضيات

يعتبر هذا الجانب من أهم جوانب أهداف تدريس الرياضيات إذ أن معرفة أساسيات المادة الدراسية وفهمها يساعد المتعلم على الفهم العميق لجوهر المادة والاستمرار في دراستها سواء أثناء مراحل التعليم النظامية أو بعد التخرج منها.

ويمكن تحديد أهداف هذا الجانب في أن تعليم الرياضيات يمكن المتعلم من أن:

1) يعرف الحقائق والمفاهيم والتعميمات الرياضية، ويستوعب العلاقات بينها.
2) يعي الأنماط الرياضية، ويدرك أهميتها في الرياضيات وفي المواد الدراسية الأخرى.
3) يعي النماذج الرياضية، ويدرك دورها في حل بعض المشكلات.
4) يفهم المعنى الرياضي للعمليات الرياضية المختلفة، وخصائص كل عملية، ويدرك العلاقات فيما بينها.
5) يفهم معنى التركيب الرياضي ومكوناته.
6) يعرف النظم الرياضية، وخواص كل نظام مثل: النظم العددية، والنظم الجبرية، والنظم الهندسية.
7) يفهم الأساس المنطقي لبعض طرق البرهان الرياضي.
8) يفهم الأساس النظري لتتبع الخطوات المنطقية للبرهان المنطقي ولحل التمارين.
9) يعرف التطبيقات الرياضية في المجالات المعرفية الأخرى، وفي حل مشكلات الحياة اليومية.

10) يفهم أسلوب الاستدلال الرياضي في تحليل المواقف المشكلة، وتحديدها، ووضع الفروض، والتأكد من صدق النتائج.

2- أهداف تتعلق بممارسة أساليب التفكير السليمة وتنميتها

نعلم أن الرياضيات بناء استدلالي يقوم على أساس مقدمات مسلم بصدقها، ويشتق منها النتائج باستخدام قواعد منطقية، وهذا يعتبر أساسا للتفكير المنطقي السليم. وهذا الجانب من الأهداف يتكامل مع الجانب السابق – إذ أن اكتساب المتعلم لأساسيات المعرفة الرياضية يعتبر ضروريا لممارسة أساليب التفكير السليمة.

ويمكن تحديد أهداف هذا الجانب في أن تعليم الرياضيات يمكّن المتعلم من أن:

1- يكتسب أسلوب التفكير الاستدلالي الذي يمكنه من:

- الوصول إلى حالة عامة من دراسة عدد كاف من الحالات الخاصة التي تشترك في خاصية معينة.
- القياس من حالة عامة على حالات خاصة.

2- يكتسب أسلوب التفكير التأملي الذي يمكنه من:

- تحليل مشكلة أو موقف إلى عناصره الأولية.
- رسم خطة للوصول إلى النتائج المطلوبة.
- تقويم النتائج في ضوء الخطة الموضوعة.

3- يكتسب أسلوب التفكير الناقد الذي يمكنه من:

- إصدار الحكم على صدق النتائج في ضوء المعلومات المتاحة.
- تجنب أخطاء الاستدلال كسرعة التعميم، أو التسليم بفروض قبل التأكد من صدقها، أو الاستدلال على أساس المقارنة غير الملائمة.

4- يكتسب أسلوب التفكير العلاقي الذي يمكنه من:
- فهم العناصر المكونة لموقف معين.
- إدراك العلاقات بين عناصره.

5- يكتسب الأسلوب التركيبي في التفكير بحيث يمكنه من:
- معرفة المعلومات المتاحة، وفهمها.
- معرفة النتيجة المطلوب الوصول إليها.
- استخدام العبارات الشرطية إذا كان ... فإن ...، للوصول من المعلومات المتاحة إلى النتيجة المطلوبة.

6- يكتسب الأسلوب التحليلي في التفكير بحيث يمكنه من:
- معرفة النتيجة المطلوب الوصول إليها.
- استخدام العبارات الشرطية إذا كان ... فإن ...، بطريقة عكسية للوصول من النتيجة المطلوبة إلى معلومة صادقة.

7- يكتسب القدرة على حل المشكلات الرياضية وغير الرياضية باستخدام أساليب التفكير السابقة.

3- أهداف تتعلق باكتساب المهارات الرياضية:

تلعب المهارات دورا أساسيا في تدريس الرياضيات، فتعلم المهارات وإتقانها يسهل تعلم الرياضيات، وعدم تحقيق هذا يعوق تعلم الفرد للرياضيات. وبناءً على ذلك فإن اكتساب المهارات الرياضية يأخذ مكانة هامة بين أهداف تدريس الرياضيات.

ويمكن تحديد أهداف هذا الجانب في أن تعليم الرياضيات يمكن المتعلم من أن:

1- يستطيع تحويل التعبير الرياضي من صيغة إلى أخرى مثل:

- تحويل الصورة الكمية إلى الصورة البيانية المقابلة لها.
- تحويل الصورة الرمزية إلى الصورة البيانية أو الهندسية المقابلة لها.
- تحويل الصورة اللفظية إلى الصورة الرمزية أو الهندسية المقابلة لها.
- تحويل وحدات القياس بأنواعها المختلفة إلى وحدات أصغر أو أكبر في نفس النظام.

2- يستخدم طرق البرهان الرياضي في برهنة النظريات، وحل التمارين.

3- يستخدم الخوارزميات في تحليل المقادير الجبرية وحل المعادلات والمتباينات الرياضية.

4- يعمل إحصاءات بسيطة من بيانات كمية أو عددية.

5- يكتسب المهارة في استخدام الأدوات الهندسية المختلفة في رسم الأشكال الهندسية وإجراء الإنشاءات الهندسية.

6- يكتسب المهارة في استخدام حاسبة الجيب أو الحاسب الآلي في حل بعض المشكلات الرياضية.

7- يستطيع استخدام القواعد والنظريات والقوانين الرياضية في تفسير بعض الظواهر الطبيعية.

يتضح لنا من الاستعراض السابق للمهارات التي يجب أن يكتسبها المتعلم أثناء عملية التعليم والتعلم تشتمل على مهارات معرفية وأدائية وعقلية.

4- أهداف وجدانية تتعلق باكتساب اتجاهات موجبة وتنمية الميول وأوجه التقدير نحو الرياضيات والرياضيين:

إن هذا الجانب من أهداف تدريس الرياضيات لا يقل أهمية عن الجوانب السابقة، فهناك تكامل بينه وبين الجوانب الأخرى، فلكي تتحقق الأهداف المعرفية والمهارية الرياضية

لابد وأن تتولد لدى المتعلم اتجاهات موجبة نحو دراسة الرياضيات، وأن تنمو ميوله نحوها ويقدر أهميتها، ودورها في حل المشكلات الحياتية .

ويمكن تحديد أهداف هذا الجانب في أن تعليم الرياضيات يمكن المتعلم من أن:

- يكتسب الدافعية والرغبة في مواصلة تعلم الرياضيات.
- يصبح لديه التذوق للجمال والتناسق في الرياضيات، والاستمتاع بدراسة الأنماط والبُنى الرياضية والأشكال الهندسية.
- يتعرف على أن الرياضيات مادة حيوية تتطور باستمرار، ويتم بناؤها على أساس الخبرات والتجارب أو ما يتوصل إليه من نظريات.
- يقّدر الدور الحضاري والاجتماعي للمعرفة الرياضية، وإسهاماتها في التقدم الحضاري والثقافي للأمم والشعوب.

إن المتعلم كفرد هو الذي تنمو بنيته المعرفية، وهو ذاته الذي يفكر، ويتأثر انفعاليا، وهو أيضا الذي يتعلم بعض المهارات الرياضية. وكثيرا ما تجتمع أهداف المجالات الأربعة في درس واحد، ولذلك هذه المجالات متكاملة والفصل الذي حدث لها كان بغرض التوضيح، وإن تحقيق هذه الأهداف يتم بطريقة تكاملية.

ثانيا: المحتوى

يمثل المحتوى العنصر الثاني من عناصر المنهج المدرسي، ويتكون من جانب معرفي متمثل في الحقائق، والمفاهيم، والتعميمات (قواعد، قوانين، نظريات)، وحل المشكلات ، وجانب نفسي حركي متمثل في القراءة والكتابة، والتواصل بلغة الرياضيات، وإجراء العمليات سواء كانت أدائية أو ذهنية، وجانب وجداني متمثل في الاتجاه والميل والقيم والتعاون – هذا ويُعرّف محتوى المنهج على أنه جميع المعارف والاتجاهات والقيم والمهارات المراد إكسابها

للمتعلمين، وبمعنى آخر هو كل ما يضعه مخطط المنهج من خبرات سواء أكانت خبرات معرفية أو وجدانية أو نفس حركية بهدف تحقيق النمو الشامل والمتكامل للمتعلم، أي أن المحتوى هو مضمون المنهج، ويتعلق بالسؤال ماذا نُعلّم؟ (محمد السيد، 2000: 185)، ويعد الكتاب المدرسي كوعاء لمحتوى المنهج، ويعرف بأنه الوعاء الذي يحتوي على الخبرات غير المباشرة (لأنها تقدم للمتعلم في شكل مكتوب أو مرسوم أو مصور)، وتلك الخبرات تسهم في جعل المتعلم قادرا على بلوغ أهداف المنهج المحددة سلفاً.

معايير اختيار المحتوى

إن المعايير الأساسية في اختيار محتوى المنهج تتمثل في (محمد السيد، 2000: 178 -180):

1- أن يكون المحتوى مرتبطا بالأهداف

يعد ارتباط المحتوى بالأهداف المراد الوصول إليها أهم معايير الاختيار، لذا يجب أن يكون المحتوى ترجمة صادقة للأهداف حتى يتسنى تحقيقها.

2- أن يكون المحتوى صحيحا وذا أهمية

يقصد بصحة المحتوى أن يكون صادقا، بمعنى أن تكون المعارف التي يحتويها حديثة وصحيحة من الناحية العلمية، وأساسية بالنسبة للمادة نفسها، وقابلة للتطبيق على مجالات واسعة ومتنوعة، وأيضا إكساب المتعلم روح المادة، وطريقة البحث فيها.

أما أهمية المحتوى فيقصد به قيمة المحتوى للمتعلم والمجتمع على حد سواء، ويفهم من معنى صدق المحتوى وأهميته أن يكون محتوى المنهج مناسبا للمتعلم والمجتمع، ومن هنا يبرز نوعان لصدق المحتوى وأهميته:

أ- الصدق السيكولوجي: بمعنى أن يكون المحتوى مناسبا للمتعلمين.

ب- الصدق الاجتماعي: بمعنى أن يكون المحتوى معبرا عن حاجات المجتمع وأهدافه.

3- أن يكون المحتوى ملائما للواقع الاجتماعي والثقافي الذي يعيش فيه المتعلمون

لكي يكون المنهج مفيدا يخدم المتعلم، ينبغي أن يكون محتواه والغايات التي يحاول الوصول إليها ملائمة للواقع الاجتماعي والثقافي الذي يعيشه المتعلمون.

4- أن يكون المحتوى متوازنا في شموله وعمقه

يعني الشمول أن تكون الموضوعات التي يتضمنها المحتوى كافية لإعطاء فكرة واضحة عن المادة ونظامها، أما العمق فيعني تناول المحتوى لأساسيات المادة كالمبادئ والمفاهيم والأفكار الأساسية، وتطبيقاتها بشيء من التفصيل الذي يؤدي إلى فهمها فهما كاملا ، وربطها بغيرها من المفاهيم والتعميمات والأفكار على نحو يمكن من تطبيقها في مواقف جديدة.

5- أن يراعي المحتوى ميول واتجاهات المتعلمين

الاهتمام بميول المتعلمين وحاجاتهم من خلال المحتوى يولد الدافع لديهم للإقبال على دراسة المحتوى، وييسر عملية تعلمهم، ولهذا يجب مراعاة ميول المتعلمين وحاجاتهم عند اختيار المحتوى ، بحيث يكون ملائما لمستوى المتعلمين وللقدرات العقلية والجسمية لمرحلة النمو التي يمرون بها، وعدم مراعاة المحتوى لهذه الاعتبارات قد يسبب لدى المتعلمين نوعا من الإحباط وبالتالي لا يساعدهم على مواصلة دراستهم .

6- أن يتصف المحتوى بصفة القابلية للتعلم من قبل المتعلمين

ويتطلب هذا المعيار أن يراعي في المحتوى مستوى نضج المتعلمين و الفروق الفردية بينهم من حيث القدرات العقلية.

7- ينبغي أن يتمثل في المحتوى معيار العالمية

وهذا يعني أن تكون موضوعات المحتوى تتمشى مع ما استحدث من تطورات أو تعديلات عالمية سواء أكانت أكاديمية أم تربوية في مجالات التخصص.

8- يراعى تجانس مفردات محتوى المنهج المقرر مع تسلسل الأفكار والمواضيع معتمدةً على ما تم دراسته في مقررات سابقة، وأهميتها في تكوين بناء رياضي قابل لفتح أفق جديد في مقررات لاحقة.

معايير الرياضيات المدرسية

أصدر المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات وثيقتين (NCTM, 1989, 2000) تناول فيهما المعايير الخاصة بالرياضيات المدرسية بدءاً من مرحلة الروضة وحتى المرحلة الثانوية، وهذه المعايير تصف ما ينبغي لتعليم الرياضيات من تمكين المعلمين من معرفته والقيام به، كما أنها تصف مجموعة من الأهداف الشاملة لتدريس الرياضيات ، وتمثل المعايير الخمسة الأولى الأهداف في مجموعة مجالات (موضوعات) المحتوى الرياضي للأعداد والعمليات عليها، والجبر، والهندسة، والقياس، وتحليل البيانات والاحتمال الرياضي، وتصف الخمسة المعايير الأخرى الأهداف والإجراءات المتعلقة بالعمليات وهي: حل المشكلات، والاستدلال والبرهان، والارتباطات، والتواصل، والتمثيل وتصف المعايير مجتمعة معا المهارات الأساسية والكافيات الأساسية لكل تلميذ.

أولا: معايير المحتوى (الموضوعات) للرياضيات المدرسية

1- معيار الأعداد والعمليات: Number and Operations Standard

يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (K-4) :(NCTM, 1989: 36)

أ- مفاهيم الأعداد، ومهارات العدّ بحيث يتمكن كل تلميذ من أن:

a) تتكون لديه معاني الأعداد من خلال الخبرات الحسية الواقعية.

b) يستوعب نظام العد خلال ربط مفاهيم العد بالتجميع والقيمة المكانية للرقم.

c) يكتسب مفهوم العدد ومعناه.

d) يفسر الاستخدامات المتعددة للأعداد في الحياة اليومية.

ب- مفاهيم العمليات الأربع بحيث يتمكن كل تلميذ من أن (NCTM, 1989: 41):

a) يكتسب معنى للعمليات بواسطة النمذجة، والمناقشة لمواقف مشكلة متنوعة.

b) يربط لغة الرياضيات، ورموز العمليات بمواقف ومشكلات متنوعة.

c) يعرف أن العديد من المشكلات يمكن تمثيلها بعملية واحدة.

جـ- يجب تنمية إجراء العمليات الحسابية بحيث يتمكن كل تلميذ من أن (NCTM, 1989: 44):

a) ينمذج ويفسر الخوارزميات ببراعة وتعقل.

b) يستخدم أساليب متنوعة للحساب الذهني والتقدير.

c) يجري العمليات الحسابية في مواقف مناسبة.

d) يختار التقنيات المناسبة واستخدامها في معالجة مشكلات محددة، والتحقق من صحة النتائج.

عموما يجب أن تمكن برامج الرياضيات للصفوف (K –12) كل متعلم من أن (http://standards.nctm.chapter6:1):

a) يستوعب الأعداد وطرق تمثيلها، والعلاقات بين الأعداد وطبيعة أنظمة الأعداد.

b) يستوعب معاني العمليات الحسابية، والعلاقات القائمة بينها.

c) يجري العمليات الحسابية بطلاقة، ويستطيع عمل تقديرات استدلالية.

2- معيار الجبر: Algebra Standard

يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (5-8) استكشاف مفاهيم الجبر والعمليات لكي يستطيع كل متعلم أن (NCTM, 1989: 102):

a) يستوعب المفاهيم: المتغير، التعبير، المعادلة.

b) يمثل المواقف والأنماط العددية تمثيلا جدولياً، وبيانيا، ولفظيا، وبعبارات مكتوبة، وبمعادلات، ويستكشف العلاقات المتبادلة بين هذا التمثيل المتعدد.

c) يحلل الجداول، والرسوم البيانية ليتعرف على خواص العلاقات.

d) تنمو ثقته في حل المعادلات الخطية باستخدام طرق حسية، ونظامية وغير نظامية.

e) يفحص المتباينات والمعادلات غير الخطية.

f) يطبق طرقاً جبرية في حل مشكلات رياضية وحياتية متنوعة.

- **كما يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (9– 12) التوسع في دراسة مفاهيم وطرق جبرية لكي يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989: 150):

a) يمثل مواقف تتضمن كميات متغيرة بتعبيرات رياضية، أو بمعادلات، أو بمتباينات، أو بمصفوفات.

b) يستخدم الجداول، والرسوم البيانية كأدوات لتفسير التعبيرات الرياضية، والمعادلات، والمتباينات.

c) يقدر قوة التجريد والترميز داخل الأنظمة الرياضية.

- **عموماً برامج الرياضيات للصفوف (K– 12) يجب أن تمكن كل متعلم من** (http://standards.nctm.org/chapter6:1):

a) يستوعب الأنماط، والعلاقات، والدوال.

b) يمثل ويحلل الأنظمة والمواقف الرياضية باستخدام الرموز الجبرية.

c) يستخدم النماذج الرياضية للتمثيل، ولفهم العلاقات الكمية .

d) يحلل التغير في سياقات مختلفة.

3- معيار الهندسة : Geometry Standard

يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (4-k) الهندسة المستوية والفراغية بحيث يستطيع كل متعلم أن (NCTM, 1989: 48):

a) يصف، وينمذج، ويرسم، ويصنف الأشكال الرياضية.

b) يستقصي ويتوقع النتائج خلال التجميع، وتقسيم الأشكال، أو تغيير شكلها.

c) ينمو لديه الحس المكاني.

d) يربط الأفكار الهندسية بالأفكار في الأعداد والقياس.

e) يدرك ويقدر مكانة الهندسة في الواقع .

- **كما يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (5-8) دراسة الهندسة ذات البعد الواحد و البعدين والثلاثة أبعاد في مواقف مختلفة لكي يستطيع كل تلميذ أن** (NCTM, 1989, p.112):

a) يطابق، ويصف، ويقارن، ويصنف الأشكال الهندسية.

b) يتخيل الأشكال الهندسية، ويمثلها مع الانتباه نحو نمو الحس المكاني.

c) يفهم الخواص والعلاقات الهندسية ويطبقها.

d) يمثل المشكلات ويحلها باستخدام النماذج الهندسية.

e) يفهم الخواص والعلاقات الهندسية ويطبقها.

f) يكتشف قدر الهندسة كوسيلة لوصف العالم الطبيعي.

- **كما يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف(9-12) الاستمرار في دراسة الهندسة المستوية والفراغية بحيث يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989: 157):

a) يفسر ويرسم المجسمات.

b) يصنف الأشكال من حيث كونها متطابقة أو متشابهة، ويحل تدريبات على التطابق والتشابه.

c) يستنبط خواص الأشكال الهندسية، والعلاقات بينها من خلال فروض معطاة.

d) يمثل مواقف مشكلة باستخدام نماذج هندسية .

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات للصفوف (12– K) كل متعلم من أن** (http://standards.nctm.chapter6/geom:1):

a) يحلل صفات وخواص الأشكال المستوية، والمجسمات، ويطور البراهين للعلاقات الهندسية.

b) يحدد إحداثيات النقاط، والعلاقات المكانية باستخدام الهندسة التحليلية، وأنظمة التمثيلات الأخرى.

c) يطبق هندسة التحويلات، ويستخدم مفهوم التماثل لتحليل المواقف الرياضية.

d) يستخدم التخيل والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.

4- معيار القياس: Measurement Standard

يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (4–k) القياس بحيث يستطيع كل متعلم أن (NCTM, 1989: 51):

a) يستوعب خصائص مفاهيم: الطول، السعة، الوزن، الكتلة، المساحة، الحجم، الزمن، درجة الحرارة، الزاوية.

b) يكتسب عملية القياس، والمفاهيم المرتبطة بوحدات القياس.

c) يستخدم التقدير في القياس.

d) يستخدم القياسات في مواقف حياتية ومشكلات رياضية.

- **كما يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (5-8) خبرات حسية واسعة باستخدام القياس لكي يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989:116):

a) يعد قياسات ويقيمها ويستخدمها لوصف الظواهر ومقارنتها.

b) يختار الوحدات والأدوات المناسبة عند قياس درجة الدقة المطلوبة في موقف معين.

c) يفهم البنية، ويستخدم أنظمة القياس.

d) يتوسع فهمه لمفاهيم: المحيط، المساحة، الحجم، قياس الزاوية، السعة، الوزن، الكتلة.

e) تتطور لديه مفاهيم :المعدلات، والقياسات الغير مباشرة، والمشتقات الأخرى.

f) يحسن صيغ وإجراءات تعيين القياسات في حل المشكلات.

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات للصفوف (K – 12) كل متعلم من أن** (http://standards.nctm.chapter6/meas:1):

a) يفهم الأشياء التي لها خاصية إمكانية القياس، والوحدات، والأنظمة، وعمليات القياس.

b) يستخدم الأساليب، والأدوات المناسبة، والقوانين لتعيين القياسات.

5- معيار تحليل البيانات والاحتمالات:

Data Analysis and Probability Standard

يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (4-k) خبرات عن تحليل البيانات والاحتمالات بحيث يستطيع كل متعلم من أن (NCTM, 1989: 54):

a) يجمع البيانات ويرتبها ويصفها.

b) يرتب البيانات المعروضة ويقرأها ويفسرها.

c) يصوغ ويحل المشكلات التي تتضمن تجميع وتحليل البيانات.

d) يستكشف مفاهيم الاحتمالات.

- **كما يجب أن تتضمن مناهج الرياضيات للصفوف (5–8) استكشاف إحصاءات في مواقف حياتية لكي يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989: 105):

a) يجمع البيانات ويرتبها ويصفها.

b) ينشئ جداول، ورسوماً إيضاحية، ورسوماً بيانية ويقرأها ويفسرها.

c) يتحسن وعيه بأن الطرق الإحصائية تستخدم كأدوات قوية لاتخاذ القرار.

d) يقيم حججاً تستند إلى تحليل البيانات.

- **ويجب أيضا أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (9– 12) الاستمرار في دراسة تحليل البيانات والإحصاء لكي يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989, p.107):

a) يتوصل لاستنتاجات من خلال المخططات، والجداول، والرسوم البيانية التي تلخص البيانات لمواقف حياتية.

b) يستخدم المنحنى الملائم للتنبؤ عن البيانات.

c) يفهم القياسات، ويطبقها في النزعة المركزية، والمتغير ، والارتباط.

d) يفهم كيفية اختيار العينة، ويعي دورها في الإحصاء.

e) يصمم تجربة إحصائية لدراسة مشكلة، وينفذها، ويفسر ما توصل إليه من نتائج.

f) يحلل تأثير تحول البيانات على قياس النزعة المركزية والتغير.

- **كما يجب أن يتضمن منهج الرياضيات للصفوف (9– 12) استكشاف الاحتمال في مواقف حياتية لكي يستطيع كل متعلم أن** (NCTM, 1989: 171):

a) ينمذج مواقف بواسطة الابتكار، وبإجراء التجارب أو بالمحاكاة لتحديد الاحتمالات.

b) وينمذج مواقف بواسطة إنشاء فضاء العينة لتحديد الاحتمالات.

c) يعي قوة استخدام نموذج الاحتمال مقارنة بالنتائج التجريبية باستخدام التوقعات الرياضية.

d) يعمل توكيداً قائماً على التجريب أو الاحتمالات النظرية.

e) ينمّى تقديره لاستخدام الاحتمال في واقع الحياة.

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات للصفوف (K –12) كل متعلم من أن** :(http://standards.nctm.chapter6/data:1)

a) يصيغ الأسئلة التي يمكن أن تعالج بجمع وتنظيم البيانات، وعرض المناسب منها للإجابة عن تلك التساؤلات.

b) يختار الطرق الإحصائية المناسبة لاستخدامها في تحليل البيانات.

c) يطور الاستدلات، والتنبؤات المبنية على البيانات، ويقيمها.

d) يفهم المفاهيم الأساسية في الاحتمالات ويطبقها.

ثانيا: معايير العمليات

1- معيار حل المشكلات: Problem Solve Standard

حل المشكلات يعني انخراط المتعلم في مهمة تكون طريقة الحل فيها غير معروفة مقدما، فحل المشكلات له أهمية قصوى في نمو ثقة المتعلم بنفسه، وقدرته على استخدام

الرياضيات في تعلم ذي معنى . لذا يجب أن يتضمن منهج الرياضيات على حل المشكلات بحيث:

أ- يتمكن كل متعلم في الصفوف (K – 4) من أن (NCTM, 1989: 23):

a) يستخدم أسلوب حل المشكلات في استقصاء وفهم المحتوى الرياضي.
b) يصوغ مشكلات من خلال مواقف رياضية وحياتية.
c) يطور استراتيجيات ويستخدمها في حل مشكلات متنوعة ومتسعة.
d) يتحقق من صحة النتائج المتعلقة بالمشكلة ويفسرها.
e) يكتسب الثقة في استخدام الرياضيات استخداما ذا معنى.

ب- ويتمكن كل متعلم في الصفوف (5-8) من أن (NCTM, 1989: 75):

a) يستخدم أسلوب حل المشكلات في استقصاء وفهم المحتوى الرياضي.
b) يصوغ مشكلات خلال مواقف من داخل الرياضيات، ومن خارجها.
c) يطور استراتيجيات ويطبقها في حل مشكلات، مع التركيز على مشكلات غير روتينية ومتعددة الخطوات.
d) يتحقق من صحة النتائج الخاصة بالمشكلة الأصلية، ويعطي تفسيرا لتلك النتائج.
e) يعمم الحلول، والاستراتيجيات في مواقف مشكلة جديدة.
f) يكتسب الثقة في استخدام الرياضيات استخداما ذا معنى.

جـ- ويتمكن كل متعلم في الصفوف (9-12) من أن (NCTM, 1989, p. 137):

a) يستخدم أساليب حل المشكلات في فحص وفهم المحتوى الرياضي، مع تزايد ثقته في نفسه.
b) يطبق استراتيجيات متكاملة في حل مشكلات من داخل الرياضيات أو خارجها.

c) يعرف ويصيغ مشكلات خلال مواقف من داخل الرياضيات وخارجها.

d) يطبق عملية النمذجة الرياضية في مواقف حياتية واقعية تمثل مشكلة.

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات للصفوف (K – 12) كل متعلم من أن (http://standards.nctm.chapter6/prop:1):**

a) يبني معارف رياضية جديدة خلال حل المشكلات.

b) يحل المشكلات سواء كانت داخل محتوي رياضي أو في سياقات أخرى.

c) يستخدم العديد من الاستراتيجيات الملائمة ويكيفها لحل المشكلات.

d) يراقب ويتأمل في إجراءات حل المشكلة الرياضية.

2- معيار التواصل: Communication Standard

التواصل في الرياضيات يعني أن يستطيع المتعلم استخدام لغة الرياضيات بما تحتويه من رموز ومصطلحات وتعبيرات رياضية للتعبير عن الأفكار والعلاقات وفهمها وتوضيحها للآخرين (أحمد الرفاعي، 2001: 21)، ويعني أيضا قدرة المتعلم على القراءة والكتابة والتحدث والمناقشة والتخمين والبرهان بلغة الرياضيات، وقدرته أيضا على تمثيل الأفكار الرياضية بطرق متنوعة مثل استخدام: الأشكال الهندسية والجداول والمعادلات والرسم البياني والنماذج التي تسهم في تنمية قدرته على فهم وتفسير تلك الأفكار. لذا يجب أثناء عملية التعليم والتعلم داخل الفصل إتاحة العديد من الفرص للمتعلمين للتواصل لكي:

أ- يستطيع كل متعلم في الصفوف (K-4) أن (NCTM, 1989: 26):

a) يربط الأفكار الرياضية بأشياء مادية، وصور، وأشكال هندسية.

b) يوضح ويفسر تفكيره نحو الأفكار والمواقف الرياضية.

c) يربط لغة حياته اليومية بلغة الرياضيات.

d) يعي بأن: الاستماع، المناقشة، القراءة، الكتابة، التمثيل للرياضيات تعد جزءاً حيوياً لتعلم الرياضيات واستخدامها.

ب- ويستطيع كل متعلم في الصفوف (5-8) من أن (NCTM, 1989:78):

a) ينمذج مواقف مستخدما طرقاً: لفظية، وكتابية، وحسية، صورية، رسوم بيانية، جبرية.
b) يوضح ويفسر تفكيره نحو الأفكار والمواقف الرياضية.
c) يتحسن فهمه نحو الأفكار والمفاهيم الرياضية.
d) يستخدم مهارات الاستماع، القراءة، الرؤية لتفسير الأفكار الرياضية وتقييمها.
e) يناقش الأفكار الرياضية، ويتوصل إلى تخمينات وبراهين مقنعة.
f) يقدر قيمة الترميز الرياضي، ودورها في تطوير الأفكار الرياضية.

جـ- ويستطيع كل متعلم في الصفوف (9-12) أن (NCTM, 1989: 140):

a) يظهر تفكيره نحو الأفكار والعلاقات الرياضية، ويعطي تفسيراً لها عندما يطلب منه.
b) يصوغ التعريفات، ويعبر عن التعميمات الرياضية المكتشفة خلال عملية الاستقصاء.
c) يعبر شفهيا، وكتابة عن الأفكار الرياضية.
d) يقرأ ويفهم العرض المكتوب عن الرياضيات.
e) يقدر قوة الترميز الرياضي وبساطته واقتصاده، ودوره في تطوير الأفكار الرياضية.
f) يسأل أسئلة واضحة ومحددة نحو ما قرأ وسمع عن الرياضيات.

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات المدرسية للصفوف (12– K) كل متعلم من أن** (http://standards.nctm.chapter6/com:1) :

a) يرتب ويقوي تفكيره الرياضي خلال عملية التواصل.

b) يوصل تفكيره الرياضي بوضوح، وبطريقة مترابطة إلى أقرانه ومعلميه، وللآخرين.

c) يحلل ويقيم التفكير الرياضي واستراتيجيات الآخرين.

d) يستخدم لغة الرياضيات للتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح وبدقة.

3- معيار الارتباطات Connections Standard

الارتباطات الرياضية تعني النظر إلى مادة الرياضيات ككل مترابط ومتكامل، وربطها بتطبيقاتها في المواد الدراسية الأخرى وفي مجالات الحياة، وليس النظر إليها كمواد وموضوعات منفصلة ومنعزلة، كما تهدف إلى ربط الخبرات الجديدة بمعارف المتعلمين السابقة أثناء عملية التعليم والتعلم. لذا يجب أثناء عملية التعليم والتعلم داخل الفصل إتاحة العديد من الفرص للمتعلمين لعمل ارتباطات لكي:

أ- يستطيع كل تلميذ بالصفوف (K-4) أن (NCTM, 1989: 32)

a) يربط المعرفة المفاهيمية بالمعرفة الإجرائية.

b) يربط بين مختلف التمثيلات للمفاهيم أو الإجراءات بعضها البعض.

c) يعرف العلاقات بين مختلف المواضيع الرياضية.

d) يستخدم الارتباطات الرياضية في مجالات بخلاف الرياضيات.

e) يستخدم الرياضيات في الحياة اليومية.

ب- ويستطيع كل متعلم في الصفوف (5-8) أن (NCTM, 1989: 84)

a) يرى الرياضيات ككل مترابط.

b) يستكشف المشكلات، ويصف النتائج مستخدما نماذج رياضية قد تكون: بيانية، عددية، حسية، جبرية، لفظية، مخططات.

c) يستخدم الفكرة الرياضية لتعزيز فهمه لأفكار رياضية أخرى.

d) يستخدم التفكير الرياضي، والنمذجة في حل المشكلات التي تظهر في مواد دراسية أخرى مثل: الموسيقى، علم النفس، العلوم، الاقتصاد .

جـ- كما يستطيع كل متعلم في الصفوف (12-9) أن (NCTM, 1989: 146)

a) يعي التمثيل المتعدد لنفس المفهوم الرياضي.

b) يـربط بـين الإجـراءات المتبعـة في أي تمثيـل وبـين الإجـراءات المتبعـة في تمثيـل آخـر مكافأ.

c) يستخدم الارتباطات، ويقدر أهميتها في ربط المواضيع الرياضية.

d) يستخدم الارتباطات في ربط الرياضيات بمواد دراسية أخرى.

- عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات المدرسية للصفوف (12- K) كل متعلم من أن (http://standards.nctm.chapter6/conn:1)

a) يعرف الارتباطات بين الأفكار الرياضية ويستخدمها.

b) يفهم كيف يربط الأفكار الرياضية ويبني أحداها فوق الأخرى لإنتاج كل مترابط منطقيا.

c) يقدر الرياضيات ويستخدمها في سياقات خارج الرياضيات.

4- معيار الاستدلال والبرهان: Reasoning and Proof Standard

إن عملية الاستدلال والبرهان الرياضي تعمل على تقوية فهم أعمق للرياضيات، فبواسطتها يتمكن المتعلمون من فهم الرياضيات التي يتعلمونها، وهذه العملية تتضمن

استكشاف الظواهر، ونمو الأفكار، وعمل تخمينات رياضية، وصياغة الفروض واختبارها، والتحقق من صحة النتائج، وتنفيذ البراهين المنطقية، بالإضافة إلى تقييم المتعلمين لأفكارهم. لذا يجب أثناء عملية التعليم والتعلم داخل الفصل التركيز على الاستدلال لكي:

أ- يستطيع كل متعلم في الصفوف (K-4) أن (NCTM, 1989: 29)

a) يتوصل لنتائج منطقية نحو الرياضيات.
b) يستخدم النماذج، والحقائق، والخواص، والعلاقات لتفسير تفكيره.
c) يقدم تبريرات للحلول والإجابات التي توصل إليها.
d) يستخدم الأنماط والعلاقات لتحليل المواقف الرياضية.
e) يعتقد بأن الرياضيات ذات معنى.

ب- كما يستطيع كل متعلم في الصفوف (5-8) أن (NCTM, 1989: 81)

a) يعرف كلاً من الاستدلال الاستقرائي والاستنباطي ويطبقهما.
b) يفهم عمليتي الاستدلال ويطبقهما، مع التركيز خاصة على الاستدلال المكاني، والاستدلال باستخدام التناسب والرسوم البيانية.
c) ينفذ تخمينات وأحكاماً رياضية ويقيمها.
d) يثق في تفكيره.
e) يدرك الاستخدام الواسع للاستدلال، وقوته كجزء من الرياضيات.

جـ- كما يستطيع كل متعلم في الصفوف (9-12) أن (NCTM, 1989: 143)

a) ينفذ ويختبر تخمينات.
b) يصدر حكما على مدى صحة التخمينات.
c) يستنبط أمثلة معاكسة(مناقضة).

d) يقيم تخمينات بسيطة صادقة.

e) يمارس الحجج المنطقية .

- **عموماً يجب أن تمكن برامج الرياضيات المدرسية للصفوف (12– K) كل متعلم من أن (http://standards.nctm.chapter6/reas:1)**

a) يعرف أن الاستدلال والبرهان جزآن أساسيان في الرياضيات.

b) يقيم تخمينات، ويتحقق من صحتها.

c) يطور الحجج والبراهين ويقيمها.

d) يختار ويستخدم أساليب متنوعة من الاستدلال، وطرق البرهان.

5- معيار التمثيل: Representation Standard

التمثيل الرياضي يعني التعبير عن الأشياء وخواصها بمجموعة من الرموز أو الأنماط المماثلة لها، وتتحدد أهمية التمثيل بأنه مناسب لكي (نرمز لـ، أو نَصِفَ، أو نحول، أو نمثل) بعض الأشياء بأشياء أخرى. وإذا كانت الرياضيات علم النماذج ، فان التمثيل هو الأداة التي يتم بواسطتها بناء وتحليل تلك النماذج، ويعد التمثيل من الأساليب المناسبة التي تجعل التعلم ذا معنى، كما اتفق غالبية المؤلفين والباحثين في مجال الرياضيات التربوية على أن مفتاح الفهم والتواصل وإجراء العمليات بفاعلية مرتبط بالتمثيل المتعدد لنفس الموقف والانتقال بين تلك التمثلات.

- **لذا يجب أن تمكن برامج الرياضيات المدرسية للصفوف (12– K) كل متعلم من أن (http://standards.nctm.chapter6/rep:1**

a) يبتكر تمثيلاً متعدداً، ويستخدمه في تنظيم، وتسجيل، وإظهار الأفكار الرياضية.

b) يتنقل بين التمثيلات الرياضية ويختار من بينها التمثيل المناسب لاستخدامه في حل المشكلات.

c) يستخدم التمثيلات للنمذجة، وتفسير الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.

مجموعة المعايير التي نوقشت تهدف إلى إعطاء الفرصة لكل المتعلمين في تعلم الرياضيات، فكل معيار يشتمل على عدد من الأهداف التي تطبق عبر كل الصفوف بصفة عامة، والتي يتوقع أن تعمل على نمو المعارف الرياضية والمهارات لدى التلاميذ أثناء تقدمهم عبر المنهج. فالعمليات يمكن أن تعلم من خلال مجالات المحتوى، ومجالات المحتوى يمكن أن تعلم داخل العمليات – فعلى سبيل المثال – الأعداد التي تسود في كل مجالات المحتوى، وبعض الموضوعات في تحليل البيانات يمكن أن توصف كجزء من القياس، والأنماط والدوال تظهر خلال الهندسة، والعمليات كالاستدلال والبرهان وحل المشكلات والتمثيل تستخدم في تعلم محتوى كل المجالات.

وهذه المعايير لمجالات المحتوى والعمليات مجتمعة معا تعد بمثابة أهداف عامة لتعليم الرياضيات المدرسية بالمراحل التعليمية المختلفة، فهي بالنسبة لمخططي المناهج تعد الموجّه أو المرشد لاختيار الخبرات المباشرة وغير مباشرة، وإعداد الكتب المدرسية والأنشطة والأدوات والأجهزة والوسائل اللازمة لتحقيق تلك الأهداف، وهي أيضا بالنسبة لمعلمي الرياضيات يمكن أن تترجم أثناء عملية التخطيط للدروس اليومية إلى أهداف سلوكية يتوقع تحقيقها أثناء عملية التعليم والتعلم، ويمكن ملاحظة تحقق تلك الأهداف من خلال سلوك وأداء المتعلمين، كما يمكن قياس تلك الأهداف أثناء عمليات التقويم. كما تعد بالنسبة للمتعلم الأهداف المتوقع أن يكتسبها أثناء عملية التعليم والتعلم، أو نواتج التحصيل من المعرفة المفاهيمية، والإجرائية، وحل المشكلات ، وبذلك يصبح لديه المقدرة الرياضية، وضليع في الرياضيات.

ثالثا: نشاطات التعليم والتعلم

إن مصطلح نشاطات التعليم والتعلم يعني كل نشاط يقوم به المعلم أو المتعلم أو هما معا، لتحقيق الأهداف التعليمية المحددة للمنهج المتمثلة في النمو الشامل والمتكامل

للمتعلم ، سواء تم هذا النشاط داخل الفصل أو خارجه، طالما تم تحت إشراف المعلم (محمد علي، 2000: 200). والأنشطة الصفية يجب أن تمد المتعلمين بفرص العمل الفردي أو في جماعات صغيرة أو الفصل كله، فالعمل الفردي يكسب المتعلم الثقة في قدرته على حل المشكلات، والعمل في جماعات صغيرة يتيح للمتعلمين الفرص للتحدث نحو الأفكار، والاستماع إلى أقِرانهم، ويسمح للمعلم من أن يتفاعل عن كثب مع تلاميذه، والمناقشة لكل الفصل تتطلب من المتعلمين أن يبتركوا، وينتقدوا، ويلخصوا الاستراتيجيات والأفكار والتخمينات التي أنجزت في العمل الفردي أو الجماعي .

تتضمن أنشطة التعليم والتعلم المهام الرياضية التي ينجزها المتعلمون مثل استقراء مفهوم أو استنباط تعميم، أو برهان نظرية، أو إجراء بعض العمليات أو الإنشاءات الهندسية، أو حل المشكلات. وهناك مجموعة من المعايير تتعلق بالمهام نفسها ودور المعلم والمتعلم، وبيئة التعلم، وفيما يلي توضيح لتلك المعايير (http://www.cssu.org/.pdf: 4):

1- مهام رياضية جديرة بالاهتمام

يجب على معلم الرياضيات أن يختار المهام الرياضية على أساس أن:

a) تقدم للمتعلمين رياضيات سليمة وهامة.
b) تُنَمّي الفهم، والمهارات الرياضية لدى المتعلمين.
c) تقتضي صياغة المشكلات وحلها والتفكير الرياضي.
d) تشجع المتعلمين على عمل ارتباطات رياضية.
e) تعمل على نمو التواصل نحو الرياضيات.
f) تصوّر الرياضيات على أنها نشاط إنساني نامٍ ودائم.

2- دور المعلم في معالجة المهام الرياضية

ينبغي على معلم الرياضيات أن ينسق المعالجة بواسطة:

a) عرض المهام، وطرح الأسئلة التي تقتضي من كل متعلم أن يستنبط، ويشارك، ويفكر.

b) الاستماع بعناية لأفكار المتعلمين.

c) الطلب من المتعلمين أن يفسروا، ويبرروا أفكارهم شفويا، وكتابة.

3- دور المتعلم في المعالجة

يجب على المعلم أن يرتقي بالمداولات الصفية بطريقة تجعل المتعلمين:

a) يستمعون للمعلم ويستجيبون له ويسألونه، وكذا مع بعضهم البعض.

b) يستخدمون أساليب متنوعة للاستدلال، وعمل ارتباطات، وحل مشكلات، والتواصل.

c) يقتنعون، ويقنع كل منهم الآخر بصحة التمثيلات، والحلول، والتخمينات، والإجابات التي توصلوا إليها.

d) يعتمدون على الاستدلال الرياضي، والمناقشات لإثبات صحة آرائهم.

4- أدوات لتعزيز المهام

لكي تقوى معالجة المهام لدى المتعلمين يجب على المعلم أن يشجعهم، ويسلم باستخدام:

a) الآلة الحاسبة، والحاسوب، والتقنيات الأخرى.

b) المواد الحسية كنماذج للمفاهيم والأفكار الرياضية.

c) الصور، والرسوم البيانية، والجداول، والمخططات.

5- بيئة التعلم

يجب على المعلم أن يبتكر بيئة تعلم تشجع على نمو المقدرة الرياضية لدى المتعلمين بواسطة:

a) الاستفادة من الحيز المكاني، واستخدام الأدوات لتسهيل التعلم .
b) احترام وتقدير أفكار المتعلمين، وأساليب تفكيرهم، وميولهم الرياضي.
c) عمل المتعلمين إما فرادى أو في جماعات صغيرة لإحداث فهم الرياضيات.
d) إحداث "مخاطرة عقلية" بواسطة طرح أسئلة وتخمينات مربكة.

رابعا: التقويم

يمثل التقويم العنصر الرابع من عناصر المنهج المدرسي، وهو مرتبط ومتفاعل مع بقية العناصر، فالتقويم يؤدي إلى تغيير أو تعديل في بعض الأهداف إذا ثبت عدم مناسبتها لخصائص المتعلمين، ويؤثر في المحتوى إذ قد يؤدي إلى تعديله أو أعادة صياغة بعض أجزائه أو الحذف منه أو الإضافة إليه، كما أن للتقويم أثرا واضحا في نشاطات التعليم والتعلم، إذ قد يؤدي إلى التعديل فيها إذا ثبت أنها لا تعمل على تحقيق الأهداف المرجوة بطريقة مرضية.

معايير تقويم المتعلمين

لقد اقترح المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 1989) مجموعة من المعايير لتقويم المتعلمين، وهذه المعايير تصف ما يلاحظ ويقاس من أداء المتعلمين للوقوف على ما نما من معارف لدى المتعلمين أثناء عملية التعليم والتعلم، وفيما يلي تلك المعايير.

1- معيار القوة الرياضية: Mathematical Power Standard

يجب أن يثمر تقويم المعارف الرياضية لدى المتعلمين ببيانات عن (NCTM, 1989: 205-208):

a) القدرة على تطبيق معارفهم الرياضية في حل مشكلات من داخل الرياضيات، ومن خارجها في مواد دراسية أخرى.
b) قدرتهم على الاستدلال، والتحليل.
c) معرفتهم للمفاهيم والإجراءات، وفهمهما.
d) ميلهم نحو دراسة الرياضيات.
e) فهمهم لطبيعة الرياضيات.
f) تكامل المعارف الرياضية لدى المتعلمين.

المناقشة

المواقف المشكلة المتضمنة للمجالات الدراسية المختلفة تقدم لنا سياقات غنية يمكن من خلالها تقييم المقدرة الرياضية للمتعلمين، فحل المشكلات يتطلب من المتعلمين تطبيق مختلف المفاهيم والإجراءات، واستخدام بعض أساليب الاستدلال الرياضي، واستخدام أنماط مختلفة من التفكير للوصول إلى أفكار الحل.

على سبيل المثال: افترض المهمة التالية التي أخذت من درس في مادة الدراسات الاجتماعية:

افترض؛ طلب منك أن تكون قائداً لطاقم طائرة في الخطوط الجوية، وستقوم برحلة لأول مرة عبر المحيط الهادي من مدينة نيويورك إلى مدينة هونك كونج. ومن ثم أنت في حاجة للاستطلاع والاستعلام عن أقصر مسافة بين المدينتين قبل القيام بالرحلة، وكل ما تملك من معلومات نموذج للكرة الأرضية، وجزء من شريط للقياس فقط، وأنت تعلم مسبقا أن المسافة حول الأرض على طول خط الاستواء 25000 ميل. مع هاتين الأداتين كيف يمكنك حساب أقصر مسافة بين المدينتين؟ وما هي تلك المسافة؟

هذه المهمة تتطلب من المتعلمين تفسير أقصر مسافة بين نقطتين على الكرة، وإيجاد طريقة لقياس تلك المسافة فاستخدام الاستدلال التناسبي يكون مناسباً، وهذه المهمة مناسبة لطلاب المدارس العليا. وبإمكان المتعلمين العمل إما فرادى أو في جماعات صغيرة. وعلى المعلم أن يلاحظ تفاعلاتهم- هذه الملاحظة يمكن أن تثمر عن معلومات نحو قدرة المتعلمين على تطبيق معارفهم الرياضية في حل المشكلة، كما أن هذه المهمة تفسر لنا كيف يمكن للرياضيات أن تكون متكاملة مع مجالات مختلفة عبر المنهج المدرسي.

تقويم المقدرة الرياضية للمتعلمين يمكن أن يكون مناسبا لكل مستويات الصفوف الدراسية، وفيما يلي مثال لتلاميذ الصفوف الدنيا (K-4):

تقديم مجموعة من المهام يكون مفيدا خاصة في الصفوف الدنيا لتقويم تكامل المعرفة الرياضية لديهم، وفيما يلي مجموعة من تلك المهام تفي بهذا الغرض:

جدول 2-1 يوضح الأدوات والمهام (NCTM, 1989: 205-208)

الأدوات المطلوبة	المهمة
صندوق كبير ممتلئ بالزبيب	حساب عدد الزبيب بالصندوق
أوعية مختلفة الأحجام	استخدام أي أداة من الأدوات لحساب أفضل تقدير
ميزان	اختبار تقديرك بطرق مختلفة
حاسبة	سجل نتائجك، وأعرض تقريراً شفهياً عن عملك

تقويم إنجاز التلاميذ لهذه المهمة يركز أساسا على اختيارهم لاستراتيجية الحل بوجه عام. والأسلوب الناجح لإنجاز المهمة يستلزم أن يحسب عدد الزبيب في وحدة صغيرة مع الربط المنطقي بين الوحدة الأصغر والكل(الصندوق الكبير). كما يستطيع التلاميذ استخدام الميزان للحصول على عدد الزبيب تباعا حتى الحصول على عدد سهل، وعندئذ باستخدام

عملية الضرب يمكن الحصول على العدد الكلي في الصندوق الكبير. أو بإمكانهم حساب عدد الزبيب في وعاء صغير، وإيجاد العدد في الأوعية الصغيرة التي بالضرورة تملأ الصندوق الكبير، أو بإمكانهم قياس ارتفاع حجم صغير من الزبيب في الصندوق الكبير، والارتفاع الكلي للصندوق وإيجاد العلاقة بين الارتفاعين.

عموما: أياً كانت الاستراتيجيات التي يستخدمها التلاميذ فهم يستخدمون العد، والحساب، والقياس، والتواصل لإنجاز المهام.

2- معيار حل المشكلات: Problem Solving Standard

لتقويم قدرة المتعلمين على استخدام الرياضيات في حل المشكلات يجب أن نمدهم بالمعلومات التي تمكنهم من (NCTM, 1989: 209-213):

a) صياغة المشكلات.
b) تطبيق استراتيجيات متنوعة في حل المشكلات.
c) حل المشكلات.
d) التحقق من صحة النتائج وتفسيرها.
e) تقييم الحلول.

المناقشة

الطرق التي تستخدم في تقييم قدرة المتعلمين على حل المشكلات تتضمن ملاحظة حل المتعلمين للمشكلات، إما فرادى، أو في جماعات صغيرة، أو في مناقشة جماعية للفصل كله، والاستماع لتلك المناقشات أثناء عملية الحل. كما أن تحليل الاختبارات، والواجب المنزلي، وتقديم التغذية المرتجعة للمتعلمين يمكن أن تأخذ أشكالاً مختلفة تتضمن تعليقات

شـفهية، أو كتابيـة، أو درجـات علـى تـدريبات محـددة. والأمثلـة التاليـة هـي لمواقـف تناسـب المتعلمـين علـى مختلـف مستوياتهم، والتي يمكـن أن تستخدم لتقويم قـدرة المتعلمـين علـى حـل المشكلات بنجاح.

- **مواقف تناسب تلاميذ الصفوف الدنيا (K-4)**

أ- صياغة موقف مشكل

لديك النقود التالية:

200 فلس، $\frac{1}{4}$ دينار، $\frac{1}{2}$ دينار، 3 دنانير.

وتوجد أنواع مختلفة للبيع وهي:

- **علبة مربى بسعر 1.6 دينار.**
- **كوب لبن بسعر 0.40 دينار.**
- **بلا ستر بسعر 0.90 دينار.**
- **كرة بسعر 1.2 دينار.**

استخدم البيانات المعطاة في صياغة مشكلة

هـذا الموقـف يعطـى للتلاميـذ كمهمـة تنفـذ كتابـة، ويمكـن تقـويم التلاميـذ علـى كـم المعلومـات المعطـاة والـتي اسـتخدموها في صـياغة الموقـف المشـكل، ومـدى منطقيـة الموقـف المشـكل، والمغالطـات الرياضـية الـتي وقعـوا فيهـا أثنـاء صـياغة الموقـف المشـكل. إن جـودة المشكلة ليس بالضرورة أن تتضمن كل المعلومات المعطاة، فعلى سبيل المثال: "إذا اشتريت علبة المربى ، فكم كوباً من اللبن يمكنني شراؤه؟" يمكن أن يعمل التلاميذ في مجموعات صغيرة لتوليد المشكلة، ويسمح لهم باستخدام الحاسبة.

ب- حل المشكلة

اقرأ المشكلة التالية، ثم أجب عن السؤال المطروح:

اشترك جابر، ومحمود، وسعيد في سباق للعدو، فقطع جابر السباق في 3 دقائق، بينما قطع سعيد السباق في 4 دقائق. من الفائز في السباق؟

هذه المهمة يمكن أن تستخدم في عملية التعليم لتحديد ما إذا كان التلاميذ بإمكانهم التعرف على أن المعلومات المعطاة ناقصة للإجابة عن السؤال المطروح . فإذا سألوا المعلم عن معرفة الوقت الذي استغرقه محمود في قطع السباق ، أو أسئلة أخرى يمكن أن تسأل مثل: هل من الممكن إعطاء الوقت الذي استغرقه محمود في قطع السباق لمعرفة ما إذا كان هو الفائز أم لا؟

أو لماذا لم يعط الوقت الذي استغرقه محمود؟ – هذا المثال يظهر لنا كيف يمكن أن يكون التدريب الروتيني أساساً لتوليد مهام أخرى منه بمحو شرط، أو إزالة السؤال، أو إضافة معلومات زائدة لا علاقة لها بالمشكل.

جـ- تطبيق استراتيجيات لحل المشكلات

أوجد باستخدام الحاسبة ثلاثة أعداد حاصل ضربها يساوي 2431.

هذه المهمة مناسبة للتخمين، وتجريب استراتيجيات. فيجب تشجيع التلاميذ على تسجيل محاولاتهم، وشرح أفعالهم، وملاحظة ما إذا كانوا سلكوا أساليب نظامية لتطوير حساباتهم، وأنهم حافظوا على قائمة بالحسابات التي أنجزوها، وما إذا عجزوا عن الوصول لتلك الأعداد.

استخدام الحاسبة أساسي ليساعد على تخمين الأعداد في فترة قصيرة، كما يجب إعطاؤهم الوقت الكافي للوصول للأعداد، وشرح الأساليب التي اتبعوها للوصول لتلك الأعداد.

3- معيار التواصل: Communication Standard

لتقييم قدرة المتعلمين على التواصل باستخدام الرياضيات يجب تزويدهم بالحجج (المواقف) التي تمكن كلاً منهم من أن (NCTM, 1989: 214-217):

a) يعبر عن الأفكار الرياضية بالتحدث، والكتابة، وأيضا بالوصف، والتوضيح بصريا.

b) يفهم الأفكار الرياضية ، ويفسرها، ويعطي تقييماً لها.

c) يفهم الأفكار الرياضية التي تقدم له في صورة شفوية أو مكتوبة، أو في أشكال مرئية، ويعطي تفسيرا وتقييما لتلك الأفكار.

d) يستخدم بنية الأنظمة الرياضية ، ومفردات لغتها ورموزها في تمثيل الأفكار، ووصف العلاقات، ونمذجة المواقف.

المناقشة

التواصل في الرياضيات يعني قدرة المتعلم على استخدام مفردات لغته، وتعبيراته، وبنيته المعرفية للتعبير عن الأفكار والعلاقات التي توصل إليها وفهمها، وهذا يعني أن التواصل يكون مكملا للمعرفة والأعمال الرياضية، ونظرا لأن التواصل هو نشاط اجتماعي يحدث خلال السياقات، لذا يجب أن يتم تقييمه خلال مواقف مختلفة، وأثناء عملية التدريس. ويجب على المعلم أن يرعى الانتباه إلى كيف يعبر المتعلمون عن الأفكار الرياضية، وكيف يفسرون العبارات الرياضية، بالإضافة إلى فهمهم للمقصود بكل من المفاهيم والإجراءات

الرياضية التي توصلوا إليها، وطلاقتهم في التحدث نحو الرياضيات، ومع أقرانهم وفهم كتاباتهم وأفكارهم.

كما أن التواصل خلال التحدث والاستماع يكون مهماً للمتعلمين أثناء المناقشات التي تدور بينهم وهم يعملون في مجموعات صغيرة في حل المشكلات، لكي يستطيعوا الربط بين ما لديهم من لغة وبين المصطلحات الواردة بالمشكلات التي لم تكن مألوفة لديهم، وبذلك يفهمون تلك المشكلات.

مناقشة النشاط التالي مع المتعلمين سوف يساعدهم على رؤية كيف تبدوا المشكلات وكأنها مختلفة ولكنها في الحقيقة تعبر عن التركيب التالي: 14 – 5 = □ .

بالاشتراك مع مجموعتك، استخدم عدادات مختلفة الألوان في نمذجة المشكلات التالية:

أ- داليا لديها مجموعة أقلام بدرجها، فإذا زيدت 5 أقلام أصبح لديها 14 قلماً بالدرج. كم عدد الأقلام قبل الزيادة؟

ب- بسمة لديها 14 بالونة مملوءة بغاز الهليوم ، تتطاير بعيدا عنها، فتمكنت من الإمساك بـ 5 بالونات . كم عدد البالونات التي فقدتها؟

جـ- مهاب لديه 14 بليا، وما مع مهاب من بليّ يزيد عن ما مع أحمد بـ 5 بلي . كم عدد البلى التي مع أحمد؟

4- معيار الاستدلال والبرهان الرياضي

Mathematical Reasoning and Prof Staandard

لتقويم قدرة المتعلمين على الاستدلال والبرهان الرياضي يجب تزويدهم بالمواقف التي يستطيع كل متعلم من خلالها أن (NCTM, 1989:219-222):

a) يستخدم الاستدلال الاستقرائي للتعرف على الأنماط، وتخمين طرق صياغتها.

b) يستخدم الاستدلال الاستنباطي لتطوير براهين مناسبة للعبارات الرياضية.

c) يستخدم الاستدلال التناسبي والمكاني في حل المشكلات.

d) يستخدم الاستدلال الاستنباطي للتحقق من الاستنتاجات، ويحكم على صدق البراهين (الجج) ، وينشئ براهين صحيحة (صادقة).

e) يحلل المواقف لتحديد الخواص المشتركة والتركيبات.

f) يفهم طبيعة الرياضيات بديهيا.

المناقشة

الأمثلـة التاليـة تظهـر بوضـوح كمهـام، أو أنشـطة لتقـويم قـدرة المتعلمـين علـى الاسـتدلال، ويمكـن اسـتخدامها في سـياقات التعلـيم كالمناقشـات الصـفية أو مهـام للتقـويم الصفي.

أ- الاستدلال الاستقرائي:

يطلب من المتعلمين افتراض الموقف التالي:

- **درجات خمسة تلاميذ في اختبار ما: 92, 80, 75, 62, 86.**
- **احسب متوسط الدرجات، وكم يزيد المتوسط إذا زادت درجة كل تلميذ:**

أ- بمقدار درجة واحدة.

ب- بمقدار خمس درجات.

جـ- 8 درجات.

د- x **درجة.**

اكتب تقريراً عن الزيادة في المتوسط عندما تزيد درجة كل تلميذ x **درجة.**

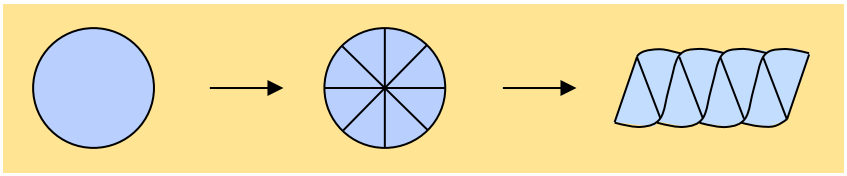
طور الأدلة التي تقنع بها التلاميذ الآخرين بأن الأدلة صحيحة.

هذا التدريب يركز على قياس قدرة المتعلمين في التعميم من عدة حالات خاصة، ويمكن أن يعمل المتعلمون معا في مجموعات صغيرة.

ب- الاستدلال الاستنباطي، وتطوير براهين صادقة:

اطلب من مجموعة صغيرة من التلاميذ بناء نموذج كالموضح بالشكل (2-2)، بهدف أن يتوصلوا الى قانون مساحة الدائرة، أو يفسروا لماذا تعطى مساحة الدائرة بالعلاقة:

$$A = \pi\ x^2$$



شكل 2-2 نموذج لربط مساحة الدائرة بمساحة متوازي الأضلاع (NCTM, 1989:221)

جـ- الاستدلال المكاني، وتطوير براهين صادقة:

اطرح هذا السؤال: كم عدد التلاميذ الذين يستعملون يدهم اليسرى في المدرسة؟ ثم شجع التلاميذ على تطوير إجراء بفحص عينة من التلاميذ لتعيين من يستعمل يده اليسرى في العينة، ثم استخدم الاستدلال التناسبي لتعيين عدد التلاميذ بالمدرسة ككل.

سيضطر التلاميذ إلى جمع البيانات، وأن يطبقوا التناسب للحل، والإجابة عن هذا السؤال، ويمكن استقصاء مواضيع أخرى بطريقة مماثلة.

5- معيار المفاهيم الرياضية: Mathematical Concepts Standard

لكي نقيم قدرة المتعلمين على معرفة المفاهيم وفهمها، يجب تزويدهم بالمواقف التي يستطيع كل متعلم من خلالها أن (NCTM, 1989: 223-227):

a) يميز بين المفاهيم ، ويصف كُلاً منها ويعرفها.

b) يحدد وينتج أمثلة تنطبق على المفهوم، وأخرى لا تنطبق عليه.

c) يستخدم النماذج والمخططات والرموز لتمثيل المفاهيم.

d) ينتقل بين النماذج التي تمثل المفهوم.

e) يعطي معاني وتفسيرات مختلفة للمفهوم.

f) يذكر خصائص مفهوم معين، ويذكر الشروط التي تحدد مفهوماً بعينه.

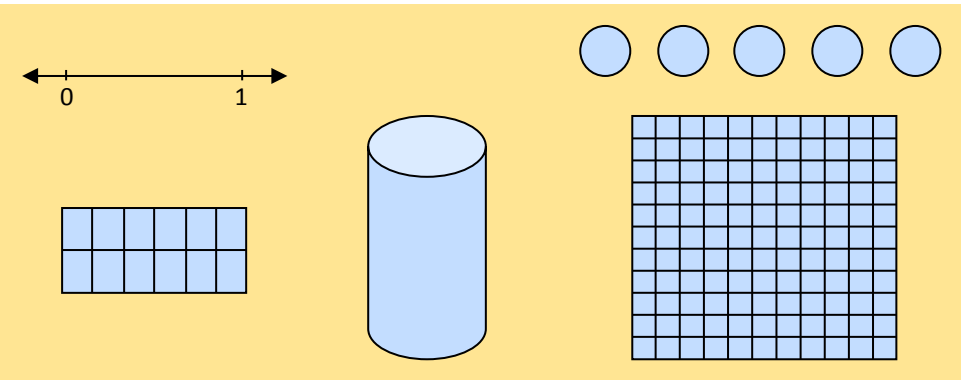
g) تتكامل معرفته لمختلف المفاهيم.

المناقشة

هذا المعيار يتطلب توفير أنواع من المهام التي تكون ضرورية لتقويم أوجه مختلفة للمعرفة والفهم المبنيين على المفاهيم لدى المتعلمين –كما سيتضح من الأمثلة التالية التي تستخدم مع تلاميذ الصفوف (5-8):

أ– يفْهَمْ التفسيرات المختلفة للمفاهيم، ويستخدم المخططات لتمثيل المفاهيم، وينتقل بين نماذج تمثيل المفهوم.

مثل العدد $\frac{2}{5}$ في كل شكل من الأشكال التالية:

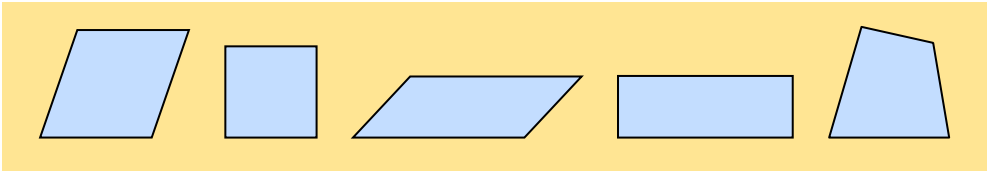


شكل 2–3 نماذج لتمثيل الكسر(NCTM, 1989:225)

هذه المهمة تقيم مدى معرفة المتعلمين للمعاني والتفسيرات المختلفة للكسر المعطى، كما تتطلب منهم أيضا أن ينتقلوا بين نماذج التمثيل التصويرية والرمزية، واستخدام المخططات لتمثيل المفاهيم. المتعلمين الذين يستطيعوا تمثيل الكسر $\frac{2}{5}$ في أوجه التمثيل السابقة بشكل (2–3) ، فإنهم يظهرون فهماً أعمق لمعنى الكسر، ويمكن أن تتسع هذه المهمة لتشمل تلاميذ الصفين الثامن والتاسع لتمثيل الكسور العشرية، والنسبة المئوية، والتناسب.

ب– يحدد أمثلة ولا أمثلة للمفاهيم، ويقارن بين المفاهيم ويكتشف التباين بينها.

في شكل (2–4) التالي: ضع حرف Q على كل شكل رباعي، والحرف P على كل متوازي أضلاع، R على كل مستطيل، والحرفين RH على كل معين، وحرف S على كل مربع، بإمكانك أن تضع أكثر من حرف على نفس الشكل.



شكل 2-4 نماذج لأشكال رباعية (NCTM, 1989:226)

التلاميذ الذين يستطيعون تحديد كل شكل تحديدا صحيحا؛ يظهرون معرفة بالتصنيفات المختلفة للشكل الواحد بطرق مختلفة، هذه المهمة تظهر مدى فهم احتواء العلاقات بين أنواع الأشكال الرباعية فمثلا: كل مربع يكون مستطيلاً، وكل مستطيل يكون متوازي أضلاع، وكل معين يكون متوازي أضلاع، وكل من الأشكال السابقة يكون شكلاً رباعياً.

هذا النشاط يمكن أن يتسع بأن يطلب من المتعلمين التحقق من صحة إجاباتهم شفويا، وكتابتها في جمل تامة مثل: المستطيل هو شكل ...

جـ- تكامل المفاهيم:

صل نقاط منصفات أضلاع شبه المنحرف المتساوي الساقين، ما نوع الشكل الناتج ؟ تحقق من صحة إجابتك.

هذه المهمة تتطلب معلومات تظهر مدى تكامل معارف المتعلمين للمفاهيم الهندسية.

لحل هذه المشكلة يجب أن يكون المتعلمون قادرين على رسم شبه منحرف متساوي الساقين، وتعيين نقاط منصفات أضلاعه، وتحديد نوع الشكل الناتج من توصيل نقاط منصفات أضلاع شبه المنحرف، عندئذ يكون المتعلمون قادرين على تطبيق معلومات إضافية نحو الشروط التي تحدد ما إذا كان الشكل الناتج معين، والتحقق من صحة الإجابة.

يجب أن يكون المتعلمون قادرين على تحديد نوع الشكل الناتج، بالإضافة إلى التحقق من صحة الإجابة.

6- معيار الإجراءات الرياضية : Mathematical Procedures Standard

لتقييم معرفة المتعلمين بالإجراءات ، يجب تزويدهم بالمهام التي تمكن كل متعلم من أن (NCTM, 1989: 228-223):

a) يعرف متى يكون الإجراء مناسبا.
b) يقدم أسباب اختياره الخطوات المتبعة في إجراء ما.
c) ينفذ الإجراء بثقة واقتدار.
d) يتحقق من نتائج الإجراء تجريبيا: أي باستخدام نماذج، أو تحليليا.
e) يتعرف على الإجراءات الصحيحة، وغير الصحيحة.
f) يبتكر إجراءات جديدة، ويطورها، أو يحولها إلى إجراءات مألوفة.
g) يقدر طبيعة الإجراءات، ودورها في الرياضيات.

المناقشة

الإجراءات بصفة عامة تعني الأساليب (الطرق) الحسابية في سياق الرياضيات المدرسية، ولكن ليس كل الإجراءات في منهج الرياضيات تكون حسابية، فمثلا: في البيانات الهندسية نجد تنصيف زاوية معلومة، وإنشاء عمود على مستقيم من نقطة تقع عليه هي إجراءات ولكن ليست حسابية.

يجب أن يعرف المتعلمون عند تطبيق الإجراءات، ماذا يفعلون، وكيف يتحققون من صحة الإجابات التي توصلوا إليها، ويفهموا المفاهيم الأساسية التي وراء هذا الإجراء،

والتبريـرات المنطقيـة لهـا، والمعرفـة الإجرائيـة تعـني: قـدرة المتعلم علـى التمييـز بـين الإجـراءات المناسبة وغير المناسبة، وقدرته على تعديل الإجراءات، وابتكار أخرى جديدة .

يجب آلا يقتصر تقييم المعرفة الإجرائية لدى المتعلمين على تنفيذ الإجراء بسهولة فقط، ولكن يجب أيضا التركيز على كل أوجه المعرفة الإجرائية بهذا المعيار. ومن الواضح أن المعرفة الإجرائية مرتبطة بالمعرفة المفاهيمية، فعلى سبيل المثال: لا يستطيع المتعلم أن يتوسع أو يعدل في إجراء إيجاد المضاعف المشترك لعددين بدون فهمه أساسا لمفهوم المضاعف المشترك، ومجموعة مضاعفات العدد.

الأمثلة التالية تتعلق بأوجه كل من المعرفة المفاهيمية، والمعرفة الإجرائية، كما تركز على الإجراءات الحسابية والغير حسابية، وتصف مهام لتقييم الأوجه المختلفة للمعرفة الإجرائية.

أ- يعرف متى يكون الإجراء مناسبا

إذا رقمت خزائن مدرسة فيثاغورس المتوسطة من 1 إلى 500 ، بدءا من الخزينة رقم 1 وقد وجد أن كل خزينة سادسة لها اللون الأزرق، وكل خزينة تاسعة لها اللون الأصفر، وكل خزينة عاشرة لها اللون الأخضر. ما هو ترتيب أول خزينة لها الألوان الثلاثة.

حل هذه المشكلة يتطلب إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (م. م. ا) للأعداد 6 ، 9 ، 10 .

وبناءً عليه سيضطر المتعلمون إلى استخدام إجراء إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الثلاثة ، أو يعتمدوا على المعرفة المفاهيمية لفئة مضاعفات العدد، وعندئذ يختارون

أقل عدد مشترك في الفئات الثلاث. باستخدام أي الطريقتين فإن الحل يتكون من جزأين هما:

- إيجاد م. م. ا للأعداد 6، 9، 10.
- تقييم الناتج .

يجب أن يركز تقييم الإجراء على الخطوتين السابقتين.

ب- تنفيذ الإجراءات بثقة واقتدار

أوجد م. م. ا للأعداد في المجموعات الآتية:

أ- 8, 12. **ب- 21, 7.** **جـ- 8, 9.**

د- 6, 1. **هـ- 10, 9, 6.** **و- 20, 6, 5.**

لاحظ تنوع الأعداد المعطاة. ففي المجموعة (ب) أحد الأعداد مضاعف للآخر، وفي المجموعة (جـ) إيجاد م. م. ا للأعداد يكون بالقياس للأعداد الفردية، وفي المجموعة (د) أحد العددين هو العدد 1، وفي المجموعتين (هـ)، (و) الأعداد الثلاثة يمكن أن تتطلب بعض الإجراءات التي عادة ما يستخدمها المتعلمون لإيجاد م. م. ا ، فيجب أن يركز التقييم على ما إذا كان بإمكان المتعلمين الوصول للإجابة الصحيحة ببراعة مقبولة.

جـ- يتعرف على الإجراءات الصحيحة وغير الصحيحة

أعطي التلميذ عمر المشكلة: $\frac{2}{5} < ? < \frac{4}{7}$ **. فجاءت إجابته بأن الكسر** $\frac{3}{6}$ **يقع بين** $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}$ **فسأل المعلم عمر بأن يفسر كيف توصل لإجابته؟ ولماذا فكر في استخدام هذه الطريقة؟ فأجاب عمر: بأنه اختار 3 بسطاً للكسر** $\frac{3}{6}$ **لأن** $2 < 3 < 4$ **و 6 مقام لنفس**

الكسر لأن $5<6<7$ ، وقد ادّعى بأن هذه الطريقة دائما ما تستخدم ، و قد أعطى الأمثلة التالية:

أ- الكسر $\frac{2}{4}$ محصور بين $\frac{1}{3},\frac{5}{6}$.

ب- الكسر $\frac{4}{9}$ محصور بين $\frac{2}{5},\frac{6}{11}$.

هل الأمثلة التي قدمها عمر صحيحة؟ هل إجراؤه دائما ما يستخدم ؟ اشرح بالأدلة.

ممكن لمجموعات صغيرة من المتعلمين أن تنتج أمثلة لاختبار ما إذا كان إجراء عمر صحيحاً أم لا. إن الخطوة الأساسية في هذه المشكلة فرض زوجين مختلفين من الكسور، وإيجاد مجموعة من الكسور المرتبة والمحصورة بينهما .

يجب أن يركز التقويم على ما إذا كان يستطيع المتعلمون توليد أمثلة تتفق أو لا تتفق مع إجراء عمر. فإذا توصلوا إلى أمثلة لا تتفق مع إجراء عمر فقد توصلوا إلى أن إجراءه خاطئ.

د- يتحقق من صحة الإجراء :

1- أوجد المعكوس الضربي للمصفوفة: $A=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 1 & 4\end{pmatrix}$.

كيف تستطيع التحقق من أن المصفوفة الناتجة هي المعكوس الضربي للمصفوفة A ؟

2- ارسم قطعة مستقيمة، ثم قسمها إلى ثلاثة أجزاء متساوية مستخدما المسطرة والفرجار. ثم استخدم طي الورقة للتحقق من تثليث القطعة المستقيمة.

في المثال (1) التحقق من صحة الإجابة يتطلب استخدام أساليب حسابية.

وفي المثال (2) التحقق من صحة الإجابة يتم عمليا (بالتجريب).

الفكرة الأساسية هي أن يستطيع المتعلم التحقق من صحة الإجراء بطريقة مستقلة بدون الاعتماد على المعلم أو على الكتاب المدرسي.

والتقويم يجب أن يركز على ما إذا كان المتعلمون يعرفون كيف يتحققون من النتائج التي توصلوا إليها، وما إذا كانوا يستطيعون تكملة عملية التحقق.

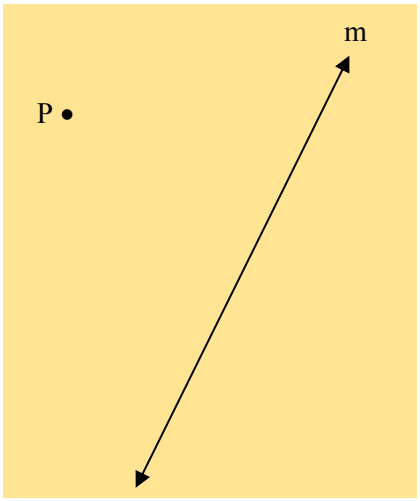
هـ- يبتكر إجراءات جديدة أو يحولها إلى أخرى مألوفة:

في شكل (2-5) المقابل:

استخدم الفرجار فقط في تعيين نقطة ولتكن x

بحيث إذا رسم المستقيم $\overleftrightarrow{xp}$ ؛ فسيكون موازيا للمستقيم m .

صف وتحقق من إجرائك.



شكل 2-5 لإجراء ابتكار غير مألوف

سوف لا تستخدم المسطرة لحل هذه المشكلة، ويجب أن يركز التقويم هنا على ما إذا كان الإنشاء مكتملاً وبدقة.

7- معيار الميل للرياضيات Mathematical Disposition Standard

لتقويم ميل المتعلمين نحو دراسة الرياضيات يجب البحث عن معلومات تظهر ما لديهم من (NCTM, 1989:233-237):

a) ثقة في استخدام الرياضيات لحل المشكلات، وتوصيل الأفكار والاستدلال.
b) مرونة في استكشاف الأفكار الرياضية، والمحاولة في حل المشكلات بطرق مختلفة.
c) استعداد للمثابرة والقدرة على الإبداع في المهام والأنشطة الرياضية.
d) ميل إلى ضبط أفكارهم وعكس آراءهم.
e) تقدير تطبيقات الرياضيات في المواقف التي تظهر في مواد دراسية أخرى، أو في الخبرات اليومية.
f) تقدير دور الرياضيات في ثقافتنا وقيمتها كأداة ولغة.

المناقشة

تَعَلُّم الرياضيات يمتد إلى ما هو أبعد من تَعَلُّم المفاهيم والإجراءات والتطبيقات، إنه يتضمن نمو استعداد المتعلمين نحو الرياضيات، ورؤيتها كأسلوب قوي لدراسة المواقف بدقة. الاستعداد لا يشير إلى الاتجاهات فحسب، بل يمتد إلى الرغبة في التفكير والعمل بإيجابية، وميل المتعلمين نحو تعلم الرياضيات يتضح من خلال الأسلوب الذي يتبعونه في إنجاز المهام الرياضية، وما إذا كان لديهم الثقة والرغبة في استكشاف البدائل، مع المثابرة والاهتمام وعكس أفكارهم.

هذه المعلومات من الأفضل أن تجمع من الملاحظات النظامية للمتعلمين أثناء مشاركاتهم في المناقشات الصفية، ومحاولاتهم في حل المشكلات، والعمل في إنجاز مهام مختلفة إما فرادى أو في جماعات. إن تقييم مثل هذه الإجراءات باستخدام الاستبيان الموجه يعجز

عن انتزاع ما لدى المتعلمين من مجالات الإدراك الحسي كاملة، والمعتقدات التي تشكل الاتجاهات لديهم.

الفصل الثالث
نظريات التعلم وتفسيراته

ماهية عملية التعليم والتعلم

إن عملية التعليم والتعلم هي تفاعل متبادل بين المعلم والمتعلم أثناء تنفيذ أنشطة ومهام التعلم، وحل المشكلات، بهدف تحقيق الأهداف التعليمية، وإكساب المتعلم المعرفة المفاهيمية، والمعرفة الإجرائية، والعمليات الرياضية، أي امتلاك المتعلم المقدرة الرياضية.

- **تفسيرات التعلم طبقا لبعض نظريات التعلم**

1- طبقا للنظريات الارتباطية فإن: التعلم يحدث نتيجة الارتباط الحادث بين المثيرات والاستجابات. وترى أن التعلم هو التعلم بالمحاولة والخطأ، فالكائن الحي يستجيب للمثيرات التي تبرز في موقف ما، وبعض استجاباته يكون خاطئا وبعضها يكون صحيحا، ويؤدي تكرار الاستجابة بصورة متدرجة إلى تناقص الاستجابات الخاطئة وزيادة حالات ظهور الاستجابات الصحيحة الأكثر تناسبا مع المثير، وبمعنى آخر يحدث ارتباط أو يقوى الارتباط بين الاستجابات الناجحة ومثيلاتها شيئا فشيئا، بحيث تصبح الاستجابات الناجحة هي أكثر الاستجابات ظهورا عندما يقع المتعلم تحت تأثير مثيرات هذه الاستجابات في مرات قادمة. إذاً "ثورندايك" ركّز على التعلم القائم على الأداء، لأنه أكثر فاعلية في النمو التربوي للفرد من التعلم القائم على الإلقاء، لذا يجب على معلم الرياضيات أن يصمم مواقف التعلم المتعلقة بتنمية الإجراءات أو المهارات الرياضية مثل: تنصيف زاوية معلومة في الهندسة، أو حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بطريقة الحذف في الجبر، بحيث يأخذ المتعلم

الفرص الكافية لممارسة المحاولة والخطأ لإنجاز مهارة ما حتى يصل إلى درجة التمكن (هشام عليان و صالح هندي، 1987: 68، 78).

2- بينما النظريات المجالية ترى أن : التعلم يحدث نتيجة لإدراك الكائن الحي للعلاقات المتعددة الموجودة في مكونات الموقف التعليمي. لذا يؤكد المجاليون على أهمية تنظيم الموقف التعليمي في صورة كلية تساعد المتعلم على فهم العلاقات المتمثلة في الموقف والمطلوب إدراكها (العجيلي سركز وناجي خليل، 1993: 43). إذاً التعلم من وجهة نظر (الجشتالت) هو عملية استبصار للموقف ككل، وفهم حقيقي للعلاقات القائمة بين أجزائه، بحيث يصبح لها معنى، وليس مجرد ارتباطات بين مثيرات واستجابات. بمعنى أن التعلم عملية حيوية نشطة ثرية تقوم على إعادة تنظيم الموقف، وليس عملية آلية تقوم على التكرار، ولذلك يكتسب المتعلم خبرة يصعب نسيانها، ويمكن أن يعممها ويستثمرها في كل المواقف المتشابهة. فيجب على معلم الرياضيات أن ينظم الموقف التعليمي في صورة كلية بحيث يستطيع المتعلم استبصار العلاقات بين أجزائه، مثل: التوصل لقاعدة نمط رياضي معين، أو التوصل للعلاقات بين أجزاء شكل هندسي، أو التوصل للعلاقة التي تربط المعطيات بالمطلوب في موقف مشكل.

3- أما النظرية المعرفية فترى أن التعلم هو اكتساب مهارات حل المشكلات، وتركز على مجموعة من الافتراضات من أجل حدوث التعلم لدى المتعلم وهي (حسن زيتون وكمال زيتون، 133: 2003-143):

a) يتضمن التعلم إعادة ترتيب الأفكار والخبرات السابقة وتكوين أفكار جديدة.
b) يحدث التعلم عندما يقوم المتعلم بمعالجة المعلومات.
c) لكي يحدث التعلم يجب على الفرد تمثيل المعرفة الجديدة في صورة بنيات معرفية.

d) بدون الاستعداد الكافي ربما لا يتم التعلم أو يكون غير فعّال.
e) ما يتعلمه الفرد يعتمد بدرجة كبيرة على تنظيمه الإدراكي للموقف الذي يواجهه.
f) يستطيع المتعلم أن يجعل التعلم ذا معنى، إذا ما قام بالانتباه للخبرات الجديدة وترميزها، وربطها بالخبرات القديمة الموجودة لديه بهدف جعلها ذات معنى.
g) تحدد درجة الاستعداد القبلي للمتعلم من خلال توافر الأبنية المعرفية اللازمة، التي توفر استعداداً ذهنياً للتفاعل مع الخبرات الجديدة بهدف تعديل البنية المعرفية أو توسيعها أو إثرائها.

كما أن المنظور البنائي Constructivism يفترض أن الأفراد يبنون معارفهم الخاصة باستخدام المعرفة الموجودة لديهم، وهذا البناء يحدث خلال سياق التفاعل الاجتماعي، وأن المتعلم هو الذي يقوم ببناء معارفه الخاصة، وألا يقتصر دور المعلم على نقل المعرفة، ولكن يجب أن يعمل على إتاحة الفرص للمتعلمين أن يعملوا في جماعات ليستكشفوا ويستنبطوا المعلومات، على أن يقدم لهم التسهيلات والتوجيهات أثناء عملية التعلم (عبد السلام مصطفى، 2001: 118).

وفيما يلي سنتناول بعض نظريات التعلم لأهمية تطبيقاتها في تعلم الرياضيات، ولأهميتها للمعلم لمعرفة خصائص المتعلمين.

نظرية بياجيه للنمو المعرفي

جان بياجيه "J. Piaget" عالم سويسري كل ما شغله لمدة 50 عاما هو كيف تنمو المعارف لدى الأفراد؟ وكيف تتكون؟ ومن ثم توصل إلى أربع مراحل للنمو المعرفي لدى الفرد هي (العجيلي سركز وناجي خليل، 1993: 54-55):

أ- مرحلة الحس حركية: (من الميلاد – حتى نهاية السنة الثانية)

وفيها تتكون البنيات المعرفية الأولى للطفل، ويكون متمركزاً حول ذاته، والشيء المرئي هو الموجود أمامه فقط، بمعنى إذا اختفت لعبته لا يبحث عنها، والتطبيق التربوي لهذه الفترة يقع على عاتق الأسرة من حيث إحاطة الطفل ببيئة ثرية بالأشياء الملموسة.

ب- مرحلة ما قبل العمليات: (تبدأ من نهاية السنة الثانية – حتى السنة السابعة)

خصائص هذه المرحلة هي (العجيلي سركز وناجي خليل: 57-60):

1- **التمركز حول الذات:** بمعنى يرى الطفل ويحكم على الأشياء من وجهة نظره الخاصة، فلا يقتنع برأي الآخرين، فمثلا يطلق على جميع الحيوانات التي يراها إما قطة أو كلب.

2- **التركيز على التفاصيل من بعد واحد للأشياء:** فلا يستطيع الطفل مثلا أن يدرك تساوى كيلو الحديد مع كيلو القطن في الوزن، لأن تفكيره ينحصر في بعد واحد فقط وهو الشكل، كمالا يستطيع أن يميز القيمة المكانية لأرقام العدد، فمثلا لا يستطيع أن يدرك أن الرقم (1) الموجود في العدد (15) أكبر قيمة من الرقم (5) لأنه يركز على الرقم وليس على قيمته.

3- **اللامعكوسية (اللامقلوبية):** تعني عدم قدرة الطفل السير في اتجاه تفكيري وعكسه في آن واحد، فمثلا: إذا كان محمد أطول من على وأقصر من صالح فمن أطول الثلاثة؟ لا يستطيع تحديد من هو الأطول، كما لا يمكن أن يدرك أن العبارتين التاليتين متكافئتان:

صالح والد سالم إذاً سالم ابن صالح.

4- **حب التملك:** يرى الأشياء التي أمامه هي ملكه ولعب إخوته هي لعبه. تقع هذه المرحلة على عاتق معلمة الروضة.

جـ- مرحلة العمليات المادية: (تبدأ من السنة السابعة – حتى نهاية الحادية عشر)

وتتمثل خصائص تلك المرحلة فيما يلي:

1- **القدرة على التصنيف:** يستطيع الطفل في هذه المرحلة تصنيف الأشياء وفقا لأبعاد متعددة، بعد أن كان يركز على بعد واحد فقط في المرحلة السابقة فمثلا : يمكن أن يصنف مجموعة من الأشكال الهندسية (دوائر – مثلثات - مربعات) مصنوعة من مواد مختلفة (خشب – بلاستك – نحاس) وذات ألوان مختلفة (ابيض – احمر – ازرق)، فيستخرج من بين هذه الأشكال الدوائر ذات اللون الأبيض والمصنوعة من البلاستك .

2- **الاحتفاظ أو الثبات (البقاء):** يدرك الطفل في هذه المرحلة ثبات كتلة المادة، أو حجمها على الرغم من تغير شكلها، كما يدرك ثبات المسافة، ووزن الأشياء.

3- **الترتيب والتسلسل:** يستطيع الطفل ترتيب الأعداد ترتيبا تصاعديا أو تنازليا أو يقارن بين عددين.

4- **القلب أو العكس:** يستطيع الطفل السير في العملية وعكسها في آن واحد فمثلا:

يدرك أن $12 = 4 \times 3$ والعكس $4 = 3 \div 12$ أو $3 = 4 \div 12$

5- **إجراء العمليات الحسابية: يستطيع الطفل أن يجرى العمليات الحسابية الأربع على الأعداد.**

6- **الاستقراء:** أي يستطيع الطفل الانتقال بتفكيره من الخاص إلى العام فمثلا:

$2 \times 3 = 6$، $3 \times 2 = 6$ إذاً $2 \times 3 = 3 \times 2$.

$3 \times 4 = 12$، $4 \times 3 = 12$ إذاً $3 \times 4 = 4 \times 3$.

$5 \times 6 = 30$، $6 \times 5 = 30$ إذاً $5 \times 6 = 6 \times 5$.

. . . . . .

ا × ب = ن ، ب × ا = ن إذاً ...

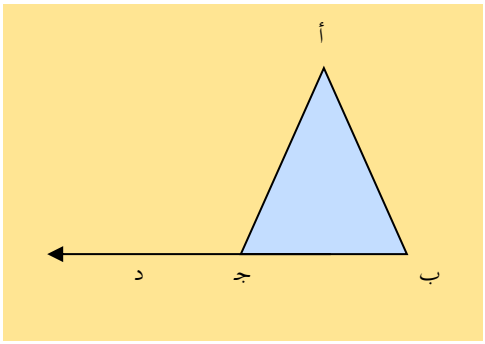
ج- مرحلة العمليات المجردة: (تبدأ من الحادية عشرة – حتى الخامسة عشرة)

في هذه المرحلة تصل البنية المعرفية للمراهق إلى مرحلة النضج، فيقترب من الراشد في تفكيره، وتتمثل خصائص هذه المرحلة فيما يلي:

1- **القدرة على التفكير الاستنباطي**: أي يستطيع التلميذ الانتقال من العام إلى الخاص، بمعنى يستطيع أن يثبت صحة قانون أو قاعدة أو يبرهن صحة نظرية من خلال مقدمات مسلم بصحتها.

فمثلا : من خلال تعلم التلميذ نظرية "مجموع قياسات الزوايا المرسومة من نقطة على خط مستقيم وفي جهة واحدة منه = 180°" ، ونظرية "مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = 180°". يستطيع أن يثبت صحة " قياس الزاوية الخارجة عن المثلث تساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها " على النحو التالي:

المطلوب: إثبات أن:



شكل 3-1 يوضح الزاوية الخارجية عن المثلث

ق (< ا جـ د) = ق (< ا) + ق (< ب).

البرهان

∵ ق (< ا) + ق (< ب) + ق (< ا جـ ب) = 180° ـــــــــــــــ (1) نظرية

∵ ق (< ا جـ ب) + ق (< ا جـ د) = 180° ـــــــــــــــــــــ (2) نظرية

من العلاقة (1)، (2) ينتج أن:

ق (< ا جـ ب) + ق (< ا جـ د) = ق (< ا) + ق (< ب) + ق (< ا جـ ب)

∴ ق (< ا جـ د) = ق (< ا) + ق (< ب) .

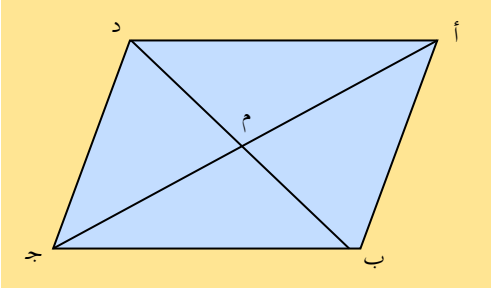
2- **القدرة على التفكير العلاقي**: أي يستطيع التلميذ أن يستوعب العلاقات بين العوامل المختلفة في الموقف التعليمي أو المشكل، ويضع العالم "هوتيد" أهمية قصوى للتفكير العلاقي ، ويجعله أسلوبا لتفكير البشر، فيقول "إننا نجهل كل شيء يخرج عن دائرة العلاقات".

فمثلا: يستطيع التلميذ أن يتوصل لخواص متوازي الأضلاع التالية:

- ا ب = د جـ ، ب جـ = ا د.
- ق (< ا) = ق (< جـ)

ق (< ب) = ق (< د).

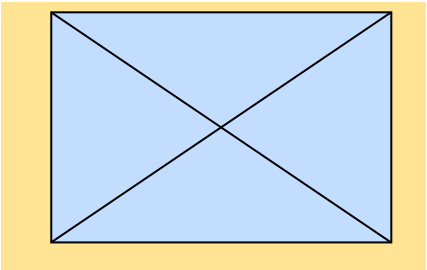
م ا = م جـ ، م ب = م د.



شكل 3-2 لتوضيح خواص متوازي الأضلاع

3- **القدرة على التفكير التأملي**: يستطيع التلميذ أن يتأمل الموقف الذي أمامه، ويحلله إلى عناصره الأولية.

فمثلاً: يستطيع تلميذ هذه المرحلة أن يتأمل شكل (3-3) التالي، ويحدد عدد المثلثات التي بداخله.

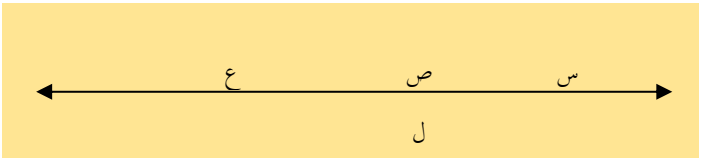


شكل 3-3 لاستخلاص عدد المثلثات داخل المستطيل

4- القدرة على التفكير المجرد (الرمزي): يستطيع التلميذ التفكير في الأشياء غير محسوسة كالسرعة والعجلة والقوة.

فمثلا: يستطيع تلميذ هذه المرحلة أن يعالج المواقف بلغة الرموز فمثلا:

بفرض أن س، ص، ع، ل، أعداد صحيحة ممثلة بنقاط على خط الأعداد المقابل.



شكل 3-4 تمثيل الأعداد على خط الأعداد

أكمل ما يأتي بوضع علامة: > أو < أو =

س ... ص، ع ... س، ص ... ع، ص ... ل.

تقع هذه المرحلة على عاتق معلم المرحلة الإعدادية أو معلم الصفوف الثلاث النهائية لمرحلة التعليم الأساسي، ويجب عليه أن يساعد التلميذ على التفكير المجرد، وأن يراعى الفروق الفردية لدى التلاميذ في ظهور البنيات المعرفية لديهم واكتمالها، و يستخدم معهم أسلوب التعلم بالاكتشاف.

تنظيم محتوى المادة الدراسية وفقا لنظرية بياجيه

تهتم نظرية بياجيه بالتنظيم الهرمي للمنهج حيث أن مراحل النمو عند بياجيه تمتد من الميلاد حتى سن الخامسة عشر، لذا يقترح بياجيه تنظيم محتوى المنهج للتلاميذ في كل مرحلة من مراحل النمو وفق خصائص النمو العقلي والمعرفي لهذه المرحلة.

نظرية "برونر" – وعملية تعليم وتعلم الرياضيات

لقد تباينت رؤى علماء النفس والتربية نحو نموذج"برونر" Bruner من حيث:

- انه نموذج لعملية تمثيل المعرفة وترجمتها.
- انه نموذج لعملية التعليم والتعلم.

- **مستويات تمثيل المعرفة**

لقد اقترح "برونر" ثلاث مستويات أو ثلاث صيغ لتمثيل المعرفة لدى الطفل، أي أن الطفل يمر بثلاث مستويات متتالية يمثل في كل منها معرفته للأشياء بتصورات مختلفة وهذه المستويات تتشابه إلى حد كبير مع المراحل الثلاث الأخيرة عند بياجيه. وفيما يلي توضيح لتلك المستويات (عبد الله المغيرة، 1989: 22)، (محي الدين توق و عبد الرحمن عدس، 1990: 110-111):

1- مستوى التمثيل الحسي

تتمثل المعرفة لدى الطفل في هذا المستوى من خلال تعامله مع الأشياء الحقيقية مباشرة، حيث يستطيع تصنيف أو تنظيم أو بناء أشياء حقيقية. فالمعرفة هنا تقتصر على المعلومات الممثلة فعلا في شيء حقيقي وبدون أي وساطة، ويعتقد "برونر" أن التعلم في هذا المستوى هو أساس أي تعلم أخر.

2- مستوى التمثيل شبه الحسي

ويعتمـد تمثيـل المعرفـة في هـذا المسـتوى علـى التعامـل مـع الصـور، أو الرسـوم، أو الأفلام، أو غيرها، أو التعامل بالصور الذهنية عندما تكون المعلومات في محتوى لغوي. عموما الطفل في هذا المستوى تكون لديه خلفية لا بأس بها عن الأشياء مما لا يستدعي حضور هذه الأشياء أمامه.

3- مستوى التمثيل الرمزي

في هـذا المستوى يصـل الطفـل إلى مستوى النضـج العقلي، بحيث يستطيع تمثيل معرفته للأشياء بواسطة الرموز المجردة. فيستطيع أن يعالج هذه الرموز بدون الاعتماد على خلفيتها الحسية أو الشبه حسية.

- **مراحل تعليم وتعلم الرياضيات باستخدام نموذج "برونر"**

اتفـق مجموعـة مـن علمـاء علـم الـنفس والتربيـة بأن نمـوذج "برونـر" لعمليـة التعلـيم والتعلم يتحدد بثلاث مراحل متتالية (فؤاد أبو حطب وآمال صادق، 1984: 309)، (جابر عبد الحميد، 1981: 67)، (فتحي الزيات، 1998: 318- 320)، (العجيلي وناجي، 1993: 74-75 (رمضان بدوي، 2003):

أ- المرحلة الحسية Concrete stage

وتشـمل النـاحيتين الحركيـة واليدويـة في تنـاول الأشـياء المحسوسـة، أو تعـرض فيهـا المعلومات عن طريق الأفعال والأشياء والنشاط الحسي، ويمكن على سبيل المثال: أن يتعلم الطفل مكونات العدد (5) بإعطائه (5) برتقالات ليعدها. ففي هذه المرحلة يتعلم الأطفال على نحو نشط بعض المعلومات من خلال استخدام أشياء حسية، أو التعرض لموقف

حقيقي، فهم يتعلمون ويفهمون في هذه المرحلة من خلال العمل والفعل وليسوا في حاجة إلى التمثيل.

ب- المرحلة الأيقونة أو (التمثيل) Iconic stage

في هذه المرحلة تستخدم الصور التجسيدية أي البصرية في التعلم، حيث ينفذ الأطفال أنشطة التعلم من خلال تعاملهم مع مجموعة من الصور أو الأشكال التي ترتبط بالصورة الذهنية التي كونوها عن الأشياء التي تم معالجتها يدويا في المرحلة السابقة، فعلى سبيل المثال يستطيع الطفل أن يتخيل العدد (5) بدون برتقالات أمامه، ومن ثم المرحلة الأيقونة هي مرحلة تعلم بعض المعارف التي تمثل في شكل التخيلات البصرية أو الصور أو الرسوم، وبذلك يستطيع الطفل أن ينتقل إلى المرحلة الرمزية مستخدماً التمثيل الأيقوني الذي يعد أساساً للرمزية والفهم والتفكير المجرد.

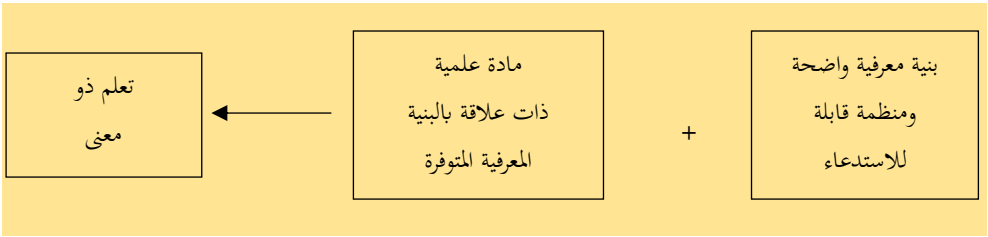
جـ- المرحلة الرمزية Symbolic Stage

تقدم المعلومات في هذه المرحلة من خلال الكلمات أو الأرقام بدلاً من استخدام الصور حيث يستطيع الطفل في هذه المرحلة تمثيل العالم من حوله رمزياً في صورة لغة أو منطق أو رياضيات، كما يستطيع استيعاب المفاهيم المجردة، فمثلاً يمكن استبدال أسماء العناصر برموز كيميائية أو الأعداد برموز جبرية، ولم يعد الأطفال مقيدين بالأشياء كما في المرحلتين السابقتين، ويكونون قادرين على استخدام الرموز دون الاعتماد على الأشياء الحقيقة التي تمثلها، ويمكنهم التعلم من خلال تلك الرموز المجردة التي يتفق عليها الخبراء كل في مجال تخصصه، وتلك الرموز قد تكون رموزاً لفظية (مثل: الحروف ، الكلمات ، الجمل) ، ورموزاً رياضية أو رموزاً أخرى مجردة أو غيرها من الرموز؛ فعلى سبيل المثال: عند تعلم مجموع عددين طبيعيين؛ فإن التعلم الأمثل يحدث إذا تعلم الطفل أولاً باستخدام أشياء ملموسة

(فمثلاً: تخلط ثلاث بلي مع بليتين ثم يطلب منه أن يعد البلى . وهذه تمثل المرحلة الحسية). ثم تستمر أنشطة التعلم باستخدام صور أو رسوم تمثل 3 بلي، بليتين. يتم خلطهم معاً، ثم يطلب من الطفل عد البلى باستخدام الصور أو الرسم، هذه تمثل المرحلة الأيقونة؛ عندئذٍ يستطيع الطفل إجراء عملية الجمع باستخدام التخيل البصري في المرحلة القادمة، وهي المرحلة الرمزية، حيث يستطيع تنفيذ عملية الجمع على النحو التالي: 2 + 3 = 5.

نظرية "أوزبل"

وفقا لنظرية "أوزبل" "Ausubel" لكل متعلم بنية معرفية خاصة به، وهذا يعني أن لديه معلومات ومهارات نتيجة خبراته السابقة في المدرسة أو خارجها، وتمثل هذه الخبرات ما يسمى بالخلفية التعليمية للمتعلم. ولكي يحدث التعلم فانه من الضروري أن تكون المادة التي يتم تعلمها ذات ارتباط حقيقي (أو يتم إيجاد طريقة لربطها) بالخلفية التعليمية السابقة للمتعلم، حينئذ يتكون ما يسمى " المادة التعليمية ذات المعنى"، وبدون هذا الارتباط بين الخلفية التعليمية والمادة الجديدة لا يتكون التعلم ذو المعنى، الذي يعني إعادة تشكيل البنية المعرفية على نحو جديد أكثر تعقيدا، بناء على ما حدث من تفاعل بين البنية السابقة والمعلومات الجديدة التي تضمنها محتوى التعلم، ويمكن توضيح فكرة "أوزبل" عن التعلم بالشكل التالي:



شكل 3-5 يوضح تكوين التعلم ذي المعنى (يسن قنديل، 1993: 39)

يُعرّف "أوزبل" التعلّم بأنه عملية إدراك وانتاج علاقات وارتباطات بين ما يقدم له من معلومات جديدة، وبين المعلومات الموجودة بالفعل في البناء المعرفي للمتعلم، فما لدى الفرد من معرفة يؤثر بدرجة كبيرة على ما يمكن أن يضيفه الى بنيته المعرفية، وبالتالي على ما يمكن أن يتعلّمه(حسين أبو رياش، 2007: 119)، لذا يرى "أوزبل" أن تقديم أي مادة علمية دون أن يكون لها علاقة بالبنية المعرفية السابقة للمتعلم، يؤدي إلى إعاقة التعلم ذي المعنى، ومن ثم يكون التعلم قائماً على الحفظ، مما يضعف قدرات البنية المعرفية في اكتساب الأفكار واستدعائها وانتقالها وتنظيمها.

كما يرى أوزبل أن التعلم ذا المعنى يتطلب دمج المعلومات الجديدة في البنية المعرفية للفرد من خلال عملية احتواء، حيث تترابط الأفكار الجديدة وتتداخل في سياق متكامل مع الأفكار المتواجدة أصلا في البنية المعرفية للفرد، وينتج عن ذلك مفاهيم وأفكار جديدة تشكل البنية المعرفية بتنظيمها الجديد، وبذلك يكون التعلم سلسلة لا نهائية من التعلم ذي المعنى، ولعل مبعث اهتمامنا بأفكار "أوزبل" وتفسيره للتعلم، أنه يمكن أن نستخلص منها مبدأ مهما لعمل المعلم، وهذا المبدأ يكمن في سؤال مهم يجب أن يوجهه المعلم لنفسه عند تخطيط درسه، وهذا السؤال هو: ما الأساس الذي يمكن أن أبني عليه درسي الحالي؟ (يسن قنديل، 1993: 40).

- **تنظيم محتوى المادة الدراسية وفقا لنظرية "أوزبل"**

يمكن تنظيم محتوى المادة الدراسية وفق ما جاءت به نظرية "أوزبل" ، والأبحاث التطبيقية لها بناء على المعايير التالية:

1- **التنظيم الاستنباطي**: أي تنظيم المحتوى من العام إلى الخاص.

2- **التنظيم الترابطي**: أي ترابط وحدات المحتوى مع بنيات المتعلم السابقة.

3- **الترابط التكاملي**: أي تكامل كل جزء من أجزاء المحتوى مع الأجزاء داخل المادة الدراسية الواحدة (العجيلي سركز وناجي خليل، 1993: 89). وبهذه الرؤية يمكن عد : أوزبل" من مؤيدي منهج المادة الدراسية المنفصلة حفاظاً على بنية كل مادة دراسية على حدة.

- **أنماط التعلم عند "أوزبل"**

حدد "أوزبل" أربعة أنماط للتعلم، سنتعرض لنمطين فقط لأهميتهما في تعلم الرياضيات (فتحي الزيات، 1996: 310-312):

1- **التعلم بالاستقبال القائم على المعنى**

في هذا النمط يتم استقبال المعلومات الجديدة واستدخالها في البناء المعرفي للفرد استدخالاً قائما على المعنى بحيث يتم استيعابها وتسكينها في البنية المعرفية في إطار علاقتي، أو ارتباطي، أو تصنيفي.

2- **التعلم بالاكتشاف القائم على المعنى**

في هذا النمط من التعلم يتم الحصول على المعلومات بصورة مستقلة تعتمد على جهد المتعلم، ويقوم بربطها بما هو قائم في بنيته المعرفية، كما أنه يكتشف المعلومات والبيانات المقدمة له، وهو يستوعب ويكتشف معاني هذه المعلومات والبيانات ويربطها بخبراته السابقة. ويعتبر هذا النمط من التعلم أكثر أنماط التعلم عند "أوزبل" فعالية، كما أنه أكثرها قابلية للاحتفاظ وأقلها قابلية للنسيان وأكثرها قابلية للتعميم.

نظرية "جانييه"

قدم جانيه "Gagne" تصورا للموقف التعليمي مبنيا على أساس تحليل الموقف والتصنيف، وقد أجاب عن سؤالين، عادة ما يواجهان المعلمين وواضعي المنهج وهما:

كيف نعلم؟ وماذا نعلم؟ والإجابة عن السؤال الأول تتمحور حول أنماط التعلم وشروطه. والإجابة عن السؤال الثاني تتمحور حول بنية المحتوى.

1- أنماط التعلم في الرياضيات وفقا لنموذج "جانييه"

أ- تعلم المفهوم:

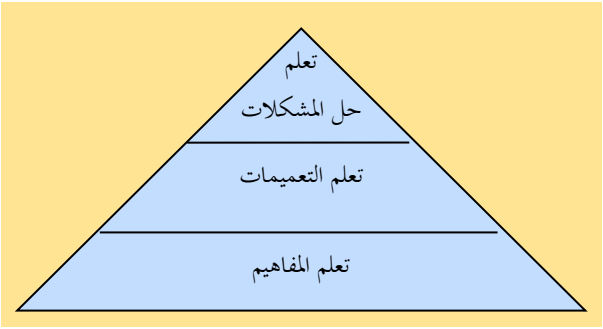
يتطلب تعلم المفهوم تجريد الصفات المشتركة في الأشياء أو المواقف أو الأحداث، ويعطى لها اسم أو رمز.

ب- تعلم التعميم:

حيث أن التعميم يتكون من مفهومين أو أكثر، لذا فان تعلم التعميم يتطلب أولا تعلم المفاهيم المكونة له، أي إتقان المتعلم للنمط التعليمي السابق (تعلم المفاهيم).

ج- تعلم حل المشكلات:

يقع هذا النمط في قمة هرم "جانييه" للمستويات التعليمية، ويشير موقعه هذا إلى أن تعلم الأنماط السابقة (تعلم المفاهيم والتعميمات) يعد مطلبا قبليا لتعلم هذا النمط. إذ لا يتحقق تعلمه بدون إتقان تعلم المفاهيم والتعميمات، وإدراك العلاقات بينها وتوظيفها في استراتيجية معينة لحل المشكلة حلا منطقيا. وفيما يلي مخطط يوضح هرمية أنماط التعلم عند جانييه:



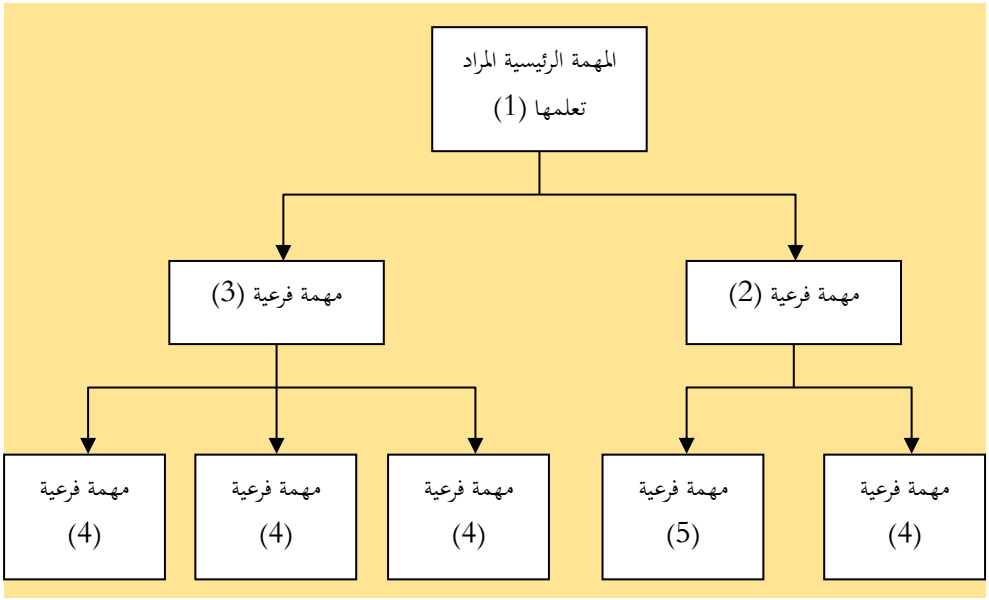
شكل 3-6 أنماط التعلم في الرياضيات

بنية المحتوى

مثلما وضع جانييه تصورا هرميا لأنماط التعلم، التزم أيضا بالتصور الهرمي في تنظيمه للمحتوى الدراسي، حيث أوضح أن لكل مادة أو موضوع دراسي تنظيما هرميا تشكل قمته أكثر الموضوعات تركيبا وتعقيدا وتندرج في اليسر كلما اتجهنا نحو قاعدة الهرم. وقد توصل جانييه لهذا التصور الهرمي نتيجة لتطبيقه أسلوب تحليل العمل أو المهمة التعليمية، والمهمة التعليمية يقصد بها أي عمل أو أداء يقوم به المتعلم لكي يكتسب خبرة أو مهارة أو معرفة معينة أو اتجاه محدد.

يبدأ هذا الأسلوب بالمهمة النهائية–المستوى الأعلى – التي يجب أن يقوم بها المتعلم (الهدف النهائي)، ثم يأتي التساؤل التالي: ما المهام التي ينبغي إتقانها كمتطلبات قبلية لازمة لتعليم تلك المهمة النهائية؟ وبإجابة هذا السؤال يصل للمستوى الثاني للهرم من جهة القمة، وهكذا نحلل كل مهمة إلى مهام أيسر حتى نصل إلى نقطة بداية التعلم عند قاعدة الهرم كما هو موضح بالشكل التالي:

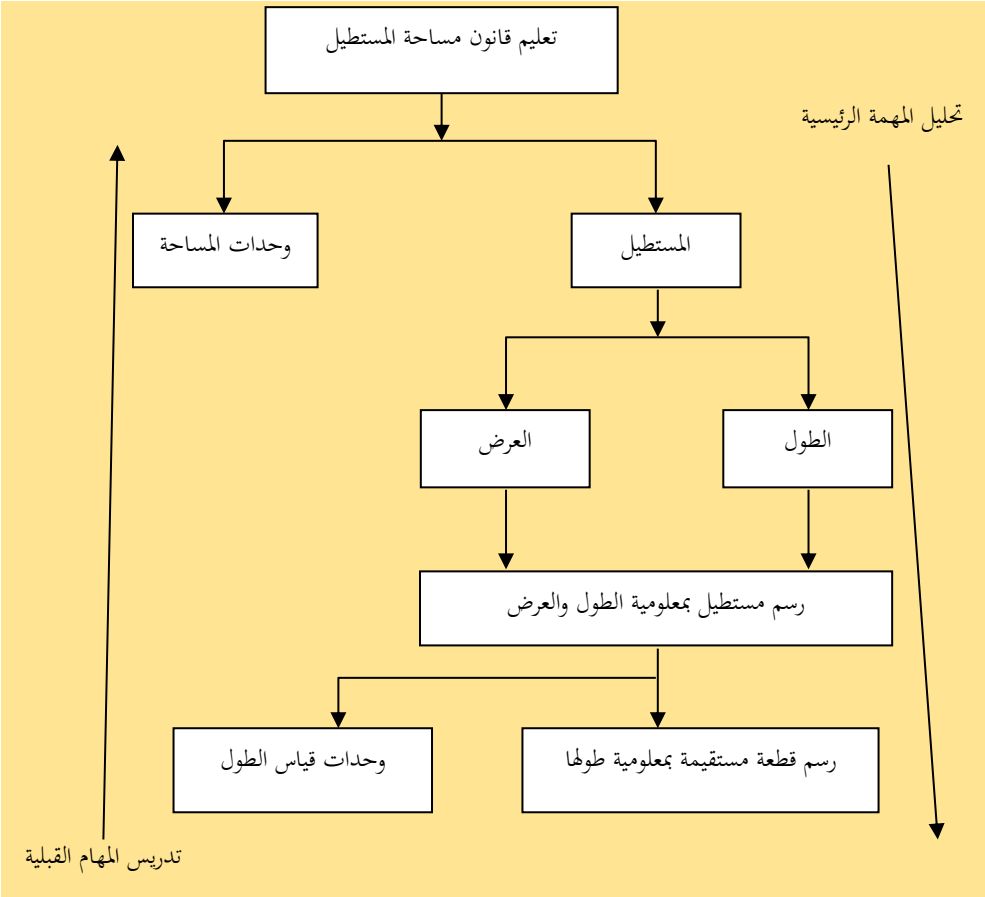
فمثلا: نفترض أن المهمة الرئيسية–الهدف النهائي– هي تعلم قانون إيجاد مساحة المستطيل. تلك المهمة تتطلب مهام قبلية هي تعلم مفهوم المستطيل، ووحدات قياس المساحة والعلاقة بينها (المستوى الثاني)، وتعلم هذين المفهومين يتطلب تعلم مفهومي الطول والعرض، ومفهوم المساحة (المستوى الثالث)، ولم يتمكن المتعلم من تعلمهما ما لم يكن على وعي برسم المستطيل بمعلومية الطول والعرض (المستوى الربع)، وهذا يتطلب تعلم رسم قطعة مستقيمة معلوم طولها، ووحدات قياس الطول (المستوى الخامس) بداية التعلم للوصول بالتدريج إلى قمة الهرم كما هو موضح بالشكل (3-7).



شكل 3-7 الاتجاه الهرمي في تحليل المهام التعليمية(عبد الحافظ سلامه، 2002: 63)

بُناءً على ذلك: توصل جانييه إلى ما يسمى بهرمية الأهداف، وهي ما أطلق عليه التسلسل المنعكس للأهداف، وهي الخطوة الأولى لتصميم المحتوى التعليمي، ويعود جانييه ليذكرنا بالتساؤل السابق، ماذا ندرس؟ وبعد عرض هرمية الأهداف يصبح مناسباً صياغة السؤال في الصورة التالية: ما الذي يجب أن يعرفه المتعلم ليكون قادرا على تأدية كل مهمة من المهام الواردة في هرم الأهداف في مستوياته؟ لكنه يمثل المحتوى التعليمي كانعكاس للأهداف التعليمية في صورتها التحليلية، وأثناء تنفيذ المحتوى يحدد أولا المستوى الذي يجب أن يستوعب المتعلم مهامه، ثم يبدأ المعلم تدريس المستوى التالي له.... وهكذا يستمر التدريس تصاعديا الى المهام الأرقى حتى يصل المعلم بطلابه إلى المهمة الرئيسية في قمة الهرم. ومن الجدير بالذكر أن فكرة الهرمية في تصميم المحتوى وتنفيذه تصلح لأي مستوى تعليمي

سواء أكان مستوى الموضوع أو الوحدة أو المقرر الدراسي بأكمله أو حتى لمرحلة دراسية بالكامل (العجيلي سركز وناجي خليل، 1993: 110–111).



شكل 3–8 يربط تحليل المهام التعليمية وتدريسها

الفصل الرابع
التخطيط

التخطيط الجيد متطلب أساسي لنجاح العمل، ولتحقيق الأهداف المرجوة بكفاءة وفاعلية، حيث يشكل أداة التحسين والتطوير والتجديد التربوي حاضرا ومستقبلا ويتيح الفرصة أمام المخطط للتفكير الإبداعي في مواجهة المشكلات وتحديد الحاجات، والتفكير في كيفية استثمار الموارد المادية والبشرية، وتوظيف الوسائط والأساليب الفعالة لتلبية تلك الحاجات.

ويُعَدّ التخطيط من الوظائف الرئيسية التي يقوم بها المعلم، فهو يسبق عملية التنفيذ، وسوف نوضح مفهوم التخطيط للتدريس والهدف منه وأهميته ومستوياته.

1- **مفهوم التخطيط**: يُعرّف التخطيط بأنه "مجموعة من الإجراءات والتدابير التي يتخذها المعلم لضمان نجاح عملية التعليم والتعلم وتحقيق أهدافها "(عايش زيتون، 2005 : 298).

2- **الهدف من التخطيط**: يهدف التخطيط إلى الربط بين الأهداف التعليمية وبين الوسائل المستخدمة لتحقيق هذه الأهداف من (محتوى مادة الرياضيات، والأنشطة، وطرق التدريس، ووسائل التقويم).

3- **أهمية التخطيط**: يساعد التخطيط الجيد المعلم على (عايش زيتون، 2005 : 299):

أ- صياغة الأهداف السلوكية على شكل نواتج سلوكية يمكن ملاحظتها وقياسها.

ب- تحليل المحتوى للمادة العلمية، مما يساعد على صياغة الأهداف السلوكية المنشود تحقيقها، وتحديد طريقة التدريس والوسائل التعليمية المناسبة، وأساليب التقويم.

جـ- اختيار الأنشطة التعليمية المناسبة لتحقيق الأهداف.

د- اختيار أساليب القياس والتقويم المناسبة لمعرفة ما تحقق من الأهداف التعليمية لدى التلاميذ.

هـ- تزايد ثقة المعلم في نفسه مما يكسبه عدم الارتجال، وتجنب النسيان.

و- احترام التلاميذ للمعلم وتقديرهم له، ومشاركتهم الايجابية في تحقيق الأهداف.

4- مبادئ (شروط) التخطيط الجيد: لضمان تحقيق فوائد التخطيط الدراسي وتحقيق جدواه، فهناك بعض المبادئ والأسس التي يجب على المعلم معرفتها وامتلاكها وهى (عايش زيتون، 2005 : 302):

1- الإلمام بالمادة الدراسية وإتقانها، مما يسهل عليه تحديد الأهداف وتحليل المحتوى.

2- فهم الأهداف التربوية العامة، وأهداف تدريس الرياضيات بشكل خاص، مما ييسر وضع الخطط التدريسية في ضوئها.

3- معرفة طبيعة التلاميذ وتحديد مستواهم الدراسي، وبالتالي مراعاة الفروق الفردية عند التخطيط.

4- معرفة طرق تدريس الرياضيات المختلفة ، والوسائل التعليمية المناسبة لتحقيق الأهداف.

5- معرفة طرق وأساليب التقويم المناسبة لقياس مدى تحقيق الأهداف المرغوبة.

6- تصميم الخطط التدريسية وتخطيطها في ضوء الإمكانات المادية والفنية المتوفرة بالمدرسة، وأن تكون ممكنة التنفيذ وان تتصف بالتطوير والتجديد والتحديث والابتعاد عن الخطط الروتينية.

5- مستويات التخطيط: توجد ثلاثة مستويات للتخطيط يعد المعلم مسئولا عنها وهى:

أ- **التخطيط طويل المدى**: ويقصد به خطة المنهج الدراسي لصف دراسي معين خلال العام الدراسي كله، لذا ينبغي على المعلم أن يقوم قبل بداية العام الدراسي بوقت كاف بعدة أنشطة أهمها:

- تحديد ودراسة أهداف المقرر.
- تحديد مستويات التلاميذ العلمية، عن طريق الاطلاع على السجلات الخاصة بهم.
- دراسة الخبرات السابقة لتدريس المقرر إذا سبق له القيام بتدريسه، أو الاتصال بمن لهم الخبرة في تدريسه حتى يتسنى الاستفادة من خبرتهم.
- تحديد الوسائل والأنشطة وطرق التدريس اللازمة لتدريس المقرر.
- تحديد ودراسة موضوعات المقرر وتوزيعها على أشهر السنة.
- تحديد طرق وأساليب تقويم المنهج.

ب- **التخطيط قصير المدى**: يقصد به التخطيط للوحدات التي يتضمنها المقرر، ويتم ذلك قبل تدريس كل وحدة بوقت كاف، ويجب أن ينبع من التخطيط طويل المدى، بمعنى أن مجموع مخططات وحدات المقرر تعطى خطة المنهج الشاملة للعام الدراسي، ويقوم المعلم إثناء التخطيط للوحدة بنفس النشاطات السابقة ولكن قاصرة على تدريس الوحدة فقط.

جـ- **التخطيط للدرس اليومي**: تخطيط الدرس اليومي عملية تفكير يهدف إلى رسم صورة واضحة لما يمكن أن يقوم به المعلم هو وتلاميذه إثناء الحصة لذا ينبغي على المعلم عند إعداد خطة الدرس اليومي مراعاة **العناصر الأساسية لخطة الدرس اليومي التالية** (وليم عبيد وآخرون، 2000 :48-54):

1- موضوع الدرس.

2- الأهداف التعليمية.

3- تحليل المحتوى.

4- طرق التدريس و الوسائل التعليمية المناسبة.

5- التمهيد للدرس.

6- تقويم الدرس.

7- الواجب المنزلي.

سـنتناول تلـك العناصـر بالتوضـيح لأهميتهـا لمعلـم الرياضـيات لكـي يكـون معلمـا ناجحا:

عناصر خطة الدرس اليومي

أولا: موضوع الدرس

يجب على المعلم أن يختار عنواناً مناسباً لموضوع الدرس والخبرات التعليمية التي يتضمنها، وبذلك يسهل على المعلم تحديد أهداف كل درس بحيث تعكس المحتوى والخبرات التي تعرض بالدرس، فمثلا: إذا تم اختيار المعلم عنوانا لدرس وليكن (خواص الأشكال الرباعية) فهذا عنوان عام، قد يتطلب تحقيقه أكثر من درس، وبذلك سوف يتكرر في كل درس. لذا يجب أن يكون عنوان الدرس قاصرا على الشكل الذي سيتم تدريس خواصه من بين الأشكال الرباعية ، وليكن (خواص متوازي الأضلاع). وفيما يلي أمثلة لعناوين بعض الدروس في الرياضيات:

- خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية.
- حل المعادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد.
- النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.

- حل المسائل على قانون مساحة الدائرة.

ثانيا: الأهداف التعليمية

ويعد التخطيط من الوظائف الرئيسية التي يقوم بها المعلم، فهو يحدد الأهداف الإجرائية لكل درس، وهذا يتطلب منه الإجابة عن التساؤلات الآتية:

1) ما هي مصادر اشتقاق أهداف الدرس؟
2) كيف يمكن صياغة الأهداف على المستوى الإجرائي؟
3) ما جوانب التعلم التي يجب أن تشتمل عليها أهداف الدرس؟

هذه التساؤلات غالبا ما تدور في ذهن المعلم وبخاصة المعلم حديث العهد بمهنة التدريس، لذلك سوف نحاول الإجابة عن تلك التساؤلات فيما يلي:

أ- مصادر اشتقاق أهداف الدرس: تتحدد فيما يلي:

1- محتوى الدرس

يعتبر محتوى الدرس أحد مصادر اشتقاق أهداف الدرس، وهذا يتطلب من المعلم الاطلاع على الكتاب المدرسي للتعرف على محتوى الدرس وتحليله، بمعنى معرفة جوانب التعلم سواء كانت مفاهيم، تعميمات، مهارات، حل مشكلات.

2- الوسائل التعليمية

قد تتطلب بعض الدروس من المعلم والمتعلم استخدام وسائل تعليمية أثناء عملية التعليم والتعلم وبذلك تكون أحد المصادر التي يمكن للمعلم الرجوع إليها لاشتقاق أهداف الدرس، فمثلا: الإنشاءات الهندسية يتطلب تعليمها وتعلمها استخدام الأدوات الهندسية السبورية من قبل المعلم، والأخرى الخاصة بالمتعلم. وأيضا في بعض الدروس، قد تتطلب إيضاح المفاهيم من خلال استخدام المجسمات، أو استخدام حاسبة الجيب في إجراء العمليات الحسابية وحساب النسب المثلثية للزاوية.

3- أنشطة التعليم والتعلم

تخطيط المعلم للأنشطة التي يهدف إلى تنفيذها أثناء عملية التعليم والتعلم، أيضاً تعد مصدراً لاشتقاق أهداف الدرس. فمثلا: قد يخطط المعلم أن يستقري التلاميذ خواص متوازي الأضلاع من رسم عدة حالات خاصة له، وذلك في مرحلة التعليم الأساسي، أو استنباط تلك الخواص منطقيا بالمرحلة الثانوية، أو برهان نظرية أو إثبات قانون، أو حل مشكلات.

ب- طريقة صياغة أهداف الدرس

يجب أن تصاغ أهداف الدرس في صورة إجرائية بحيث تصف ما سيقوم به المتعلم من سلوكيات وأداء أو قدرات أو كفايات ، ويمكن ملاحظتها وقياسها.

يُعّرف الهدف السلوكي بأنه: جملة خبرية تصف التغير المطلوب إحداثه في سلوك المتعلم نتيجة تعرضه لخبرة تعليمية محددة، ويمكن ملاحظته وقياسه.

طريقة صياغة الهدف السلوكي: يمكن صياغته على النحو التالي:

أن + فعل سلوكي+ المتعلم + المحتوى + معيار الأداء المقبول.

وفيما يلي أمثلة توضيحية لأهداف تدريس درس بعنوان (متوازي الأضلاع):

1- أن يرسم التلميذ متوازي الأضلاع باستخدام الأدوات الهندسية رسما دقيقا.

2- أن يعرف التلميذ متوازي الأضلاع تعريفا صحيحا.

3- أن يستقري التلميذ خواص متوازي الأضلاع استقراءً صحيحاً.

4- أن يحل تدريبات على خواص متوازي الأضلاع حلا صحيحا.

تصنيف "بلوم" للأهداف التعليمية

صنف "بلوم" الأهداف التعليمية إلى ثلاثة مجالات رئيسية هي:

أ- **المجال المعرفي**: يهتم بنواتج التحصيل الدراسي.

ب- **المجال النفسي حركي**: يهتم بتنمية المهارات والإجراءات.

جـ- **المجال الوجداني**: يهتم بالميول والاتجاهات نحو دراسة الرياضيات.

سوف نتناول تلك المجالات بالتوضيح، مع التركيز على المجال المعرفي .

أ. **المجال المعرفي**

ويتضمن هذا المجال اكتساب المعرفة وفهمها والتفكير في كيفية تطبيقها، وتحليلها وتركيبها كما يشمل عملية التقويم، وقد قسم العالم " بلوم" هذا المجال إلى ستة مستويات هرمية وهي:

1- **مستوى المعرفة (التذكر)**: يقصد به أن يتذكر أو يسترجع التلميذ المعارف التي سبق أن تعلمها كتعريف مفهوم أو نص قاعدة أو نظرية. وفيما يلي أمثلة لأفعال سلوكية لهذا المستوى:

يذكر – يحدد – يكتب – يعدد - يسمى – يصف – يعرف

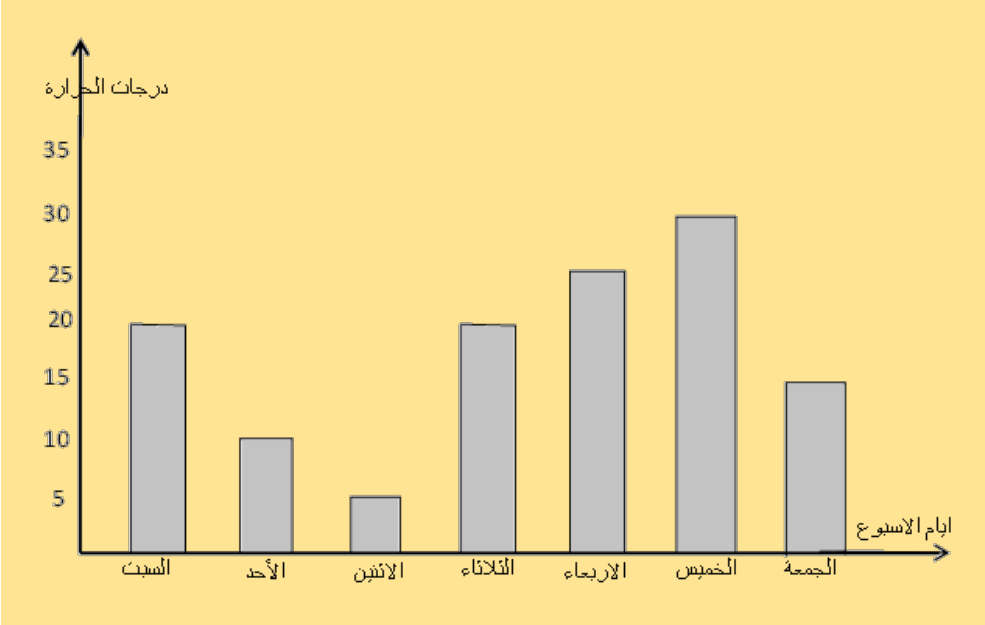
2- **مستوى الفهم**: يقصد بالفهم قدرة التلميذ على استيعاب معنى المادة التي تعلمها، ويظهر ذلك من خلال قدرته على ترجمة المعلومة من صورة إلى أخرى وتفسيرها، وقدرته على التنبؤ بالنتائج.

على سبيل المثال: نفرض أن الجدول التالي يمثل درجات الحرارة ببلد ما في أسبوع معين:

جدول 4-1 درجات الحرارة خلال ايام الأسبوع

أيام الأسبوع	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخمس	الجمعة
درجة الحرارة	20	10	5	20	25	30	15

- **الترجمة**: يقصد بها في هذا المثال تحويل التمثيل الجدولي إلى تمثيل بياني بالأعمدة على النحو التالي:



شكل 4-1 التمثيل البياني لدرجات الحرارة خلال أيام الأسبوع

- **التفسير**: يقصد به في هذا المثال أن يعطى التلميذ تفسيرا لبيانات التمثيل الجد ولى أو البياني من خلال إجابته على بعض التساؤلات كالتالية:

- ما اليوم الذي فيه درجة الحرارة أكبر ما يمكن خلال الأسبوع.
- ما اليوم الذي فيه درجة الحرارة أقل ما يمكن.
- هل توجد أيام تتساوى فيها درجات الحرارة ؟ إذا كانت الإجابة بنعم فما هي؟

- **التنبؤ**: يقصد به في هذا المثال إذا كان هذا التمثيل الجدولي لدرجات الحرارة للأسبوع القادم فبِمَ تتنبأ؟.

ومن الأفعال السلوكية لهذا المستوى:

يعطى أمثلة – يمثل – يترجم – يفسر – يعيد صياغة – يتوقع.

3- مستوى التطبيق: يقصد به قدرة التلميذ على استخدام المفاهيم والقوانين والأفكار الرياضية التي اكتسبها أثناء التعلم في مواقف جديدة أو في حل مسائل غير مألوفة.

ومن الأفعال السلوكية لهذا المستوى:

يطبق – يحل – ينفذ – يستخدم – يطبق – يستنتج.

4- مستوى التحليل: يقصد به قدرة التلميذ على تفكيك المادة العلمية إلى أجزائها المختلفة وإدراك ما بينها من علاقات، مما يساعد على فهم بنيتها وتركيبها.

مثل: تحليل العدد إلى عوامله الأولية، أو تحليل المقدار الجبري، أو إيجاد مكونات العدد، أو تحليل نص النظرية لمعرفة المفاهيم المتضمنة بها، وإدراك العلاقات بينها، أو تحليل المهمة الرئيسية إلى مهام فرعية.

ومن الأفعال السلوكية لهذا المستوى:

يحلل – يميز بين – يقارن – يستنبط – يفحص – يحدد أوجه الشبه والاختلاف.

5- مستوى التركيب: يقصد به قدرة التلميذ على جمع العناصر والأجزاء في بناء كلي متكامل، أو تأليف كل ما هو جديد من عناصر أو جزيئات، وهو عكس مستوى التحليل.

فمثلا: يطلب من التلميذ أن يصيغ صياغة نظرية تتضمن المفاهيم التالية:

دائرة، زاوية محيطية، زاوية مركزية.

أو إيجاد متساوية تربط الحدود الجبرية التالية: $س^3$، $س^2$، س، 2س، 4، 8.

ومن الأفعال السلوكية لهذا المستوى:

يعيد بناء – يركب – يعيد تنظيم – يخترع – ينشئ – يعيد ترتيب – يبتكر – يشكل

6- مستوى التقويم: يقصد به قدرة التلميذ على إصدار أحكام لصحة أو صدق حلول المسائل أو البراهين.

فمثلا: بين مدى صحة نتائج العمليات الآتية:

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}-\frac{5}{6} \qquad \frac{7}{8}=\frac{1}{8}+\frac{3}{4} \qquad \frac{5}{6}=\frac{2}{3}-\frac{7}{9} \qquad \frac{5}{14}=\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$$

ترتيب الأهداف في الشكل الهرمي يعكس طبيعة كل مستوى منها ودرجته، حيث يبدأ بأيسرها وهو مستوى المعرفة – من قاعدة الهرم، ويتلوه مستوى الفهم وهو أكثر تعقيدا، وهكذا حتى نصل لقمة الهرم، كما أن الترتيب السابق يشير إلى أن كلاً منها يعتمد على المستوى السابق له ويمهد للذي يليه.

ب. **المجال النفسي الحركي (المهارى)**: يهتم هذا المجال بالمهارات العملية التي يستخدم فيها الأعمال اليدوية مثل:

- مهارة استخدام حاسبة الجيب والكمبيوتر.
- مهارة استخدام الأدوات الهندسية.

ومن الأفعال السلوكية لهذا المجال: يرسم، يستخدم، ينفذ، يجري.

جـ. **المجال الوجداني (الانفعالي)**: هذا المجال يتناول التغير في اهتمامات التلميذ وتذوقه واتجاهه نحو دراسة الرياضيات، كما يتعلق بمشاعر التلميذ وعواطفه وأساليبه في

التكيف مع زملائه ومن الأهداف الوجدانية التي تهدف إلى تحقيقها عند تدريس الرياضيات (وليم عبيد وآخرون، 2000 : 59– 60):

- أن يقدر التلميذ أهمية الرياضيات، ودورها في الحياة.
- أن يقدر الجوانب الجمالية في الرياضيات.
- أن يميل نحو دراسة الرياضيات.
- أن ينمو لدى التلميذ اتجاهات إيجابية نحو دراسة الرياضيات.

يتضح مما سبق أن الأهداف كلها متكاملة ومترابطة – فالمتعلم هو الذي ينمو عقليا وهو ذاته يتأثر انفعاليا، وهو أيضا الذي يتعلم بعض المهارات الحركية وكثيرا ما تجتمع هذه المجالات الثلاثة في درس واحد، فينبغي على المعلم أن يأخذ بعين الاعتبار المجالات الثلاثة عند تدريس الرياضيات.

ثالثا: تحليل المحتوى (عناصر المعرفة الرياضية)

عندما يقوم المعلم بتحليل محتوى درس في الرياضيات يجد أنه قد يشتمل على أي من العناصر التالية: حقائق، مفاهيم، تعميمات، مهارات، وحل المشكلات، وهى ما تسمي بعناصر المعرفة الرياضية، وسوف نوضح تلك العناصر.

أ. المصطلحات

المصطلح هو: اختصار يتفق عليه العلماء المتخصصون في مجال ما، يطلق على إجراء معين.

وكل مصطلح له اسم، ورمز، ومعنى أو دلالة مقصودة منه، واستخدام.

فمثلا: الجدول التالي يوضح اسم، ورمز، ومعنى، واستخدام بعض المصطلحات الرياضية:

جدول 4-2 يوضح المصطلحات الرياضية (الرموز) ودلالتها واستخدامها

اسم المصطلح	رمزه	التلفظ به	معاني استخدامه	مثال لاستخدامه
عملية الجمع	+	زائد	إضافة كمية إلى أخرى، أو إضافة عدد إلى أخر.	$3 + 5 = 8$
عملية الطرح	−	ناقص	طرح كمية من أخرى، أو طرح عدد من أخر.	$9 - 7 = 2$
عملية الضرب	×	في	جمع متكرر، أو تضعيف كمية.	$3 \times 5 = 15$
عملية القسمة	÷	على	طرح متكرر، أو توزيع كمية بالتساوي.	$21 \div 7 = 3$
النسبة المئوية	%	في المائة	إيجاد النسبة بين عددين مختلفين أو النسبة بين كميتين مختلفتين.	35 عدد حضور الطلاب من إجمالي 50، فما نسبة الغياب. نسبة الغياب = $\frac{15}{50} \times 100 = 30\%$

فيجب على المعلم أثناء عرض درسه أن ينمي لدى التلميذ التلفظ باسم المصطلح، والتعبير عن المعنى الدال عليه، وإعطاؤه الفرصة الكافية في التدريب على استخدامه من خلال حل تدريبات أو مشكل.

ب. المفاهيم

يعرف المفهوم الرياضي بأنه "تجريد لمجموعة الخصائص أو الصفات المشتركة بين مجموعة من الأشياء".

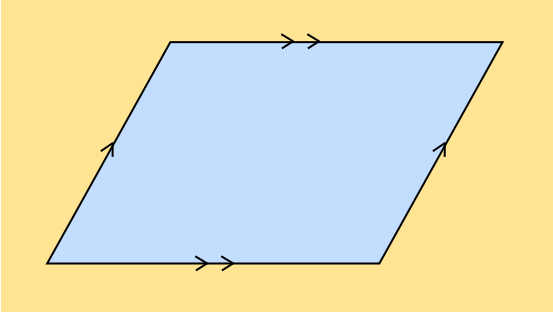
مثل: العدد الزوجي، العدد الفردي، العدد الأولي، الكسر، النسبة.

الخط المستقيم، ميل الخط المستقيم، الزاوية، المثلث، الدائرة ... وهكذا.

وكل مفهوم له اسم ، وتعريف (يوضح محددات هذا المفهوم)، وخواص أو صفات تحدده وتميزه عن غيره من المفاهيم، وأمثلة تنطبق عليه، وأخرى لا تنطبق، وتطبيقه في مواقف معينة وأغراض محددة، وعلاقته بمفهوم آخر أو أكثر.

وفيما يلي توضيح ذلك بمثال في الهندسة:

الشكل المقابل ما اسمه، وتعريفه، وخواصه، وأمثلته، ولا أمثلته، واستخدامه، وعلاقته بمفاهيم أخرى؟



شكل 4–2 متوازي الأضلاع

- **اسم الشكل**: متوازي أضلاع.
- **تعريف الشكل**: هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين.
- **خواصه:**

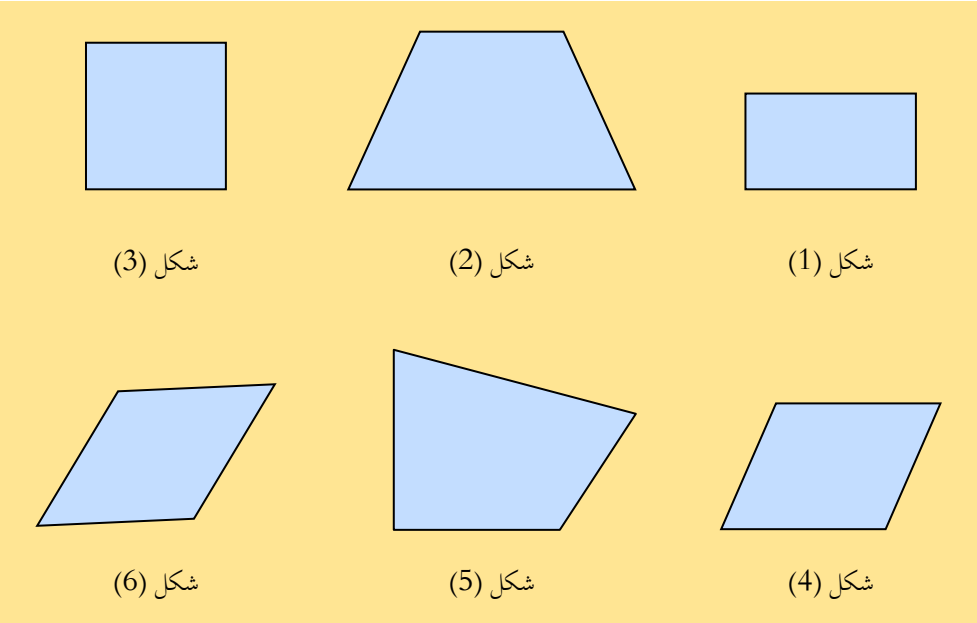
1- كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول.

2- كل زاويتين متقابلتين متساويان في القياس.

3- كل زاويتين متجاورتين متكاملتان.

4- القطران ينصف كلّ منهما الآخر.

- **أمثلته ولا أمثلته:** الأشكال الآتية توضح أمثلته ولا أمثلته:



شكل 4–3 أمثلة ولا أمثلة لمتوازي الأضلاع

- **استخدامه:** استصلاح قطعة أرض على شكل متوازي أضلاع، تصميم منفذ في مبنى على شكل متوازي أضلاع.
- **علاقته بمفاهيم أخرى:** علاقته بمفهوم محيط الشكل ومساحته، وأيضا بالمثلث وبحالاته الخاصة.

وفيما يلي مجموعة من الأهداف السلوكية لتدريس المفهوم:

يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

1- يعرف المفهوم.
2- يذكر خواص المفهوم.
3- يترجم الصياغة اللفظية لخواص المفهوم الى صورة رمزية أو تمثيل رياضي.
4- يمثل المفهوم تمثيلا متعددا، قد يكون(مادياً، لفظياً، جدولياً، جبرياً، بيانياً، ...).
5- ينتقل بين تمثيل وآخر من تمثيلات المفهوم.
6- يعطي أمثلة ولا أمثلة للمفهوم.
7- يحل تدريبات على المفهوم.
8- يتوصل إلى علاقة المفهوم بمفهوم آخر أو أكثر.

فيجب على المعلم التركيز على أن يستخلص الطلاب خواص المفهوم، ومشاركتهم في صياغة تعريفه، ويطلب منهم إعطاء أمثلة ولا أمثلة عنه، والاطمئنان على مدى قدرتهم على استخدام هذا المفهوم في المواقف أو المشكلات التي تتطلب استخدامه خلال عملهم في مجموعات بحث صغيرة.

التعميمات

يعرف التعميم الرياضي بأنه "علاقة تربط بين مفهومين أو أكثر".

وقد يكون التعميم: مسلمة، قانوناً، نظرية، نتيجة.

وكل تعميم له: نص أو صياغة لفظية، ونتائج مستخلصه منه، وتطبيق أو فوائد في مواقف محددة.

على سبيل المثال لدينا في الهندسة:

1- مسلمات إقليدس.
2- نظرية "مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية=180°".

فمثلا: من نتائج هذه النظرية:

أ- قياس الزاوية الخارجة عن المثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين عدا الزاوية المجاورة لها.

ب- إذا ساوى قياس زاويتين في مثلث قياس زاويتين في مثلث آخر كان قياس الزاوية الثالثة في المثلث الأول يساوي قياس الزاوية الثالثة في الأخر.

أيضا على سبيل المثال في الجبر لدينا:

قوانين الأسس. نأخذ منها القانون الأول وهو: $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$.

ونتيجة عليه هي: $س^{م} \times س^{ن} \times س^{ل} \times \ldots \times س^{ك} = س^{م+ن+ل+\ldots+ك}$.

فيجب على المعلم عند تدريس التعميم أن يساعد التلاميذ في التوصل الى إثباته، واستخلاص النتائج المرتبطة به ان وجدت، والتطبيق على التعميم بحل مسائل يتطلب حلها استخدامه أو استخدام نتائجه. وفيما يلي مجموعة من الأهداف السلوكية لتدريس التعميم:

يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

1- يبرهن التعميم.

2- يعبر عن التعميم لفظيا أو بنموذج رياضي باستخدام الرموز.

3- يتوصل الى نتائج التعميم.

4- يحل مسائل على التعميم ونتائجه.

جـ. المهارات الرياضية

تعرف المهارة الرياضية بأنها: أي عمل أو إجراء يقوم به الفرد بفهم، وبسرعة وإتقان.

مثل:

1- حساب مجموع عددين مختلفين.

2- إجراء عملية القسمة المطولة.

3- تنصيف زاوية معلومة باستخدام الأدوات الهندسية .

4- رسم الدالة التربيعية بيانيا.

وفيما يلي مجموعة من الأهداف السلوكية لتدريس تنمية مهارة رياضية لدى التلاميذ:

يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

1- يعرف الأساس النظري لخطوات المهارة.

2- يفهم مبررات خطوات المهارة.

3- يؤدي المهارة بإتقان.

4- يتدرب على أداء المهارة في أكثر من موقف.

هذه الأهداف يمكن أن تتحقق من خلال إتاحة الفرصة الكافية للتلاميذ للتدريب على أداء المهارة إما فرادى أو في مجموعات صغيرة، وتقديم النصح والإرشاد من قبل المعلم.

د. حل المشكلات

حل المشكلة يعرف بأنه: وضع خطة لحل مسألة أو موقف مشكل مصاغ لفظيا.

مثل:

- عددان صحيحان موجبان، أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار8، ومجموعهما 26. فما العددان؟
- حصلت بسمة على مبلغ من والدَتُها كتشجيع لتفوقها في دراستها، كما حصلت على ثلاثة أمثاله من والدها، فأصبح لديها 48 دينار. كم إجمالي المبلغ؟
- مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار 5 سم، ومساحته 36 سم^2، احسب محيطه.

وفيما يلي مجموعة من الأهداف السلوكية عند تدريس حل مشكلات:

يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

1- يعبر عن المشكلة بأسلوبه الخاص.

2- يحدد المعطيات والمطلوب.

3- يمثل الموقف المشكل تمثيلا رياضيا، وتوضيح المعطيات والمطلوب على الرسم.

4- يتوصل الى العلاقة التي تربط المعطيات بالمطلوب.

5- ينفذ خطوات الحل.

6- يقيم الحل.

رابعاً: طرق وأساليب التدريس والوسائل التعليمية

أن اختيار المعلم طريقة التدريس المناسبة لعرض الدرس من المهام الهامة في التخطيط للدرس، حيث تظهر قدرة المعلم على تنمية خبرات جديدة لدى التلاميذ، وسوف نتناول طرق (أساليب) التدريس بالتفصيل في الفصل القادم.

أما بالنسبة للوسائل التعليمية فيجب على المعلم أن يحدد مسبقا الوسيلة المناسبة التي سوف يستخدمها أثناء القيام بعرض الدرس، وأن يخطط لاستخدام الوسيلة بحيث تتكامل مع الموقف التعليمي ككل على أن يقوم بتجريبها قبل استخدامها، لأن الاستخدام الغير جيد للوسيلة، (أو الوسيلة الغير مناسبة) يؤدى إلى إفساد الموقف التعليمي، وعدم تحقيق الأهداف المرغوبة، و من بين الوسائل التعليمية المناسبة: المجسمات – أجهزة العرض – أجهزة الفيديو – الآلة الحاسبة – السبورة – الكتاب المدرسي – المراجع المختلفة.

خامسا: التمهيد للدرس

ويتضمن ربط الخبرات الجديدة للدرس بخبرات الطلاب السابقة النظامية وغير النظامية، لذا يجب على المعلم عند التخطيط لدرسه تحديد متطلبات تقديم الخبرات الجديدة بدرسه، واعتبارها نقطة انطلاق لتقديم الدرس خلال توجيه أسئلة للطلاب تستدعي تلك

المتطلبات لتقديم الخبرة الجديدة، أو تقديم موقف مشكل حياتي يبنى حله على الخبرات السابقة لدى الطلاب .

فمثلا: عند تقديم مفهوم الكسر، يمكن أن يبدأ المعلم بالتمهيد لدرسه بتوجيه الأسئلة التالية للطلاب، وتلقي إجاباتها منهم:

- إذا قمنا بتوزيع 8 تفاحات بالتساوي على فردين، فما نصيب الفرد الواحد؟
- وإذا تم توزيع 4 تفاحات بالتساوي على فردين، فما نصيب الفرد الواحد؟
- وإذا وزعت تفاحتان على فردين، فما تصيب الواحد؟
- وإذا وزعت تفاحة واحدة بالتساوي على فردين، فما نصيب الواحد؟
- وإذا وزعت نصف تفاحة بالتساوي على فردين، فما نصيب الواحد؟

يمكن أن يتم هذا من خلال نشاط فعلي- واقعي- ملموس، مما يعطي معنى للكسر ويربطه بمعلومات الطلاب السابقة عن قسمة الأعداد الطبيعية.

سادسا: تقويم الدرس

يحدد هذا المنشط طريقة تقويم الدرس لكي يتأكد المعلم من مدى تحقيق الأهداف التعليمية للدرس، كما أن الهدف من التقويم تحديد نقاط الضعف و القوة لدى التلاميذ، ومحاولة علاج نقاط الضعف قبل البدء في درس جديد.

سادسا: الواجب المنزلي

الواجب المنزلي جزء متكامل مع عمليات التعلم الأخرى، ويجب على المعلم الاهتمام به من حيث التخطيط له، وتقويمه لأنه مكمل للعمل داخل الفصل، على أن يراعى عند تحديد الواجب المنزلي الشروط التالية:

- أن يعطى الواجب بصورة منتظمة.

- التنوع بحيث تُراعىَ الفروق الفردية.
- أن يكون واضحاً وغير معقد.
- أن يتفق وقدرات التلاميذ ويكون ذا معنى لهم.
- أن لا يستغرق حل الواجب المنزلي من التلاميذ أكثر من نصف ساعة يوميا.
- أن يصحح الواجب ويراجع يوميا.

الفصل الخامس
طرق تدريس الرياضيات

إن الاهتمام الآن قد انتقل من عملية التعليم إلى عملية التعلم، ومن النظرة لهاتين العمليتين على أنهما منفصلتان إلى الربط بينهما فيما أطلق عليه بعملية التعليم – التعلم، ولما كان كل من المعلم والمتعلم يتبادلان الأدوار التي يقومان بها، بمعنى أن عملية الاتصال بين المعلم والمتعلم لم تعد في اتجاه واحد من الأول إلى الأخير ولكن في اتجاهين متضادين من المعلم للمتعلم ومن المتعلم إلى المعلم، ولم يعد الدور الذي يقوم به المعلم هو دور الملقن بل أصبح دوره هو تيسير حدوث عملية التعلم، وبناءً على ما سبق فسوف نتناول طرق التدريس بالشرح على أساس تصنيفها حسب دور المعلم والمتعلم (وليم عبيد وآخرون، 77:2000).

طريقة التدريس: هي تصف الخطوات التي يسلكها المعلم خلال الدرس (عبد اللطيف الفاربي، 1996 :105)، وتُعرّف بأنها الإجراءات أو الأفعال المرتبة التي يقوم بها المعلم داخل حجرة الدراسة بهدف تعليم التلاميذ موضوعاً دراسياً معيناً، أو معلومة معينة ساعيا من خلال ذلك الى تحقيق بعض الأهداف التربوية الممكنة (يسن عبد الرحمن، 1993 : 147).

- **مفهوم استراتيجية التدريس**

هي مجموعة من الإجراءات والخطوات والأنشطة التي يخطط لها المعلم مسبقاً لتحقيق الأهداف التعليمية من خلال تحركات يقوم بها المعلم والمتعلم أثناء تدريس موضوع دراسي معين، ومن ثم فإن مفهوم الاستراتيجية أعم وأشمل من مفهوم الطريقة.

أولا: طريقة المحاضرة (الإلقاء)

تعرف طريقة المحاضرة بأنها العرض الشفوي للمعلومات من المعلم على التلاميذ، وتقوم هذه الطريقة على مبدأ الإلقاء (المباشر) والشرح أو العرض أو التوضيح أو التفسير للمعلومات من جانب المعلم مستعينا من حين للآخر بالسبورة لشرح ما يعتقد أنه غامض على التلاميذ، ويكون دور التلميذ مستمعاً ومتلقياً للمعلومات (عايش زيتون، 211:2005).

- **متى يلجأ المعلم إلى استخدام طريقة المحاضرة؟**

يستخدم المعلم طريقة المحاضرة عندما يهدف إلى تعليم التلاميذ بعض المعارف أو المعلومات التي يصعب عليهم الوصول إليها استنادا إلى معلوماتهم السابقة.

- **من بين مميزات طريقة المحاضرة أنها**

1- طريقة تدريس اقتصادية تساعد على تغطية حجم كبير من المقرر.
2- توفر الوقت والجهد للوصول إلى تحقيق الأهداف التعليمية .
3- تسمح بعرض المادة العلمية للدرس عرضا متصلا منظما لا مجال فيه للثغرات أو الفجوات التي قد تشتت الأفكار.

- **من بين سلبيات طريقة المحاضرة**

1- يكون التلميذ سلبيا حيث يستقبل المعلومات عن طريق الاستماع أو التلقين.
2- تبعث على الملل لصعوبة الانتباه لفترة طويلة .
3- لا تأخذ في الاعتبار مراعاة الفروق الفردية.

- **كيف يمكن تحسين استخدام طريقة المحاضرة؟**

يتم من خلال توجيه المعلم بعض الأسئلة للتلاميذ أثناء الشرح أو أثناء التلخيص أو أثناء التقويم للدرس، على أن يعطي المعلم الوقت الكافي والفرصة للتلاميذ للتفكير والإجابة.

- **الخطوات الإجرائية عند استخدام طريقة المحاضرة**

توجد بعض الخطوات الإجرائية المرتبة التي ينبغي على المعلم اتباعها:

(1) **مرحلة التعريف:** يوضح المعلم المصطلحات والرموز الرياضية التي تستخدم خلال شرحه للدرس.

(2) **مرحلة الشرح:** يشرح المعلم مكونات كل تعريف مع التوضيح بأمثلة.

(3) **مرحلة التلخيص والتقويم:** يلخص المعلم الدرس مع التقويم على أن يجيب على تساؤلات التلاميذ.

ثانيا: طريقة المناقشة والحوار

تُعرّف طريقة المناقشة بأنها طريقة للتدريس تعتمد على قيام المعلم بإدارة حوار شفوي خلال الموقف التعليمي، بهدف الوصول إلى بيانات أو معلومات جديدة. وتتميز طريقة المناقشة عن المحاضرة، بأنها توفر جواً من النشاط أثناء عملية التعليم والتعلم، كما أنها تتيح للتلاميذ مشاركة فعالة في عملية التعلم، حيث يتم توزيع النشاط بين المعلم والمتعلم (يسن قنديل، 157:1993).

مميزات طريقة المناقشة: من أهم مميزات هذه الطريقة (عبد الله الحصين، 1987 : 87):

1) تزيد من إيجابية التلميذ في العملية التعليمية، ومشاركته الفعالة في اكتساب المعرفة.
2) تنمي لدى التلميذ مهارات اجتماعية، خلال تداوله الحديث مع رفاقه والمعلم.
3) تنمي لدى التلميذ مفهوم الذات من خلال إحساسه بقدرته على المشاركة والفهم.

الانتقادات الموجهة لطريقة المناقشة

(1) تتطلب معلمين ذوي مهارات عالية في ضبط الفصل، والانتباه للأحداث الجانبية التي قد تحدث بين التلاميذ.

1) تتطلب معلمين ذوي خبرة في التدريس، بحيث يمكنهم صياغة الأسئلة وتوجيهها بطريقة سليمة، كما يمكنهم صياغة السؤال الواحد بأكثر من طريقة لمراعاة الفروق الفردية بين التلاميذ.

2) غالبا تتناول موضوعات لفظية، وتتم دون استخدام مواد محسوسة أو وسائل تعليمية.

وفيما يلي خطة لدرس يومي يدرس باستخدام طريقتي المحاضرة والمناقشة.

عنوان الدرس (رسم دائرة)

1- تحليل المحتوى

المفاهيم: الدائرة، مركز الدائرة، نصف قطر الدائرة.

المهارات: رسم دائرة علم مركزها، وطول نصف قطرها.

التعميمات: أنصاف أقطار الدائرة الواحدة متساوية في الطول.

2- الأهداف السلوكية: يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

(1) يعرف الدائرة .

(2) يعرف نصف قطر الدائرة.

(3) يميز بين المركز وأي نقطة أخرى تقع داخل الدائرة.

(4) يذكر محددات رسم الدائرة.

(5) يرسم الدائرة إذا علم مركزها وطول نصف قطرها.

(6) يتوصل للتعميم: أنصاف أقطار الدائرة الواحدة متساوية في الطول.

3- الوسائل التعليمية: الأدوات الهندسية، السبورة

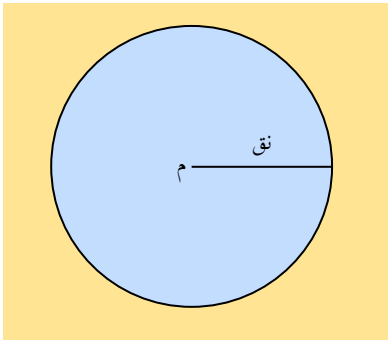
4- طريقة التدريس: طريقتا المحاضرة والمناقشة.

5- عرض الدرس: يتم عرض الدرس من خلال المراحل التالية:

أ- مرحلة التعريف

يقوم المعلم برسم دائرة على السبورة، محددا فتحة الفرجار باستخدام المسطرة، ومركز الدائرة بنقطة على السبورة، ثم يعرض التعريفات التالية:

- تعريف الدائرة: تعرف الدائرة بأنها " خط منحنٍ مغلق بحيث يكون على بعد ثابت من نقطة ثابتة تسمى مركز الدائرة، والبعد الثابت يسمى بنصف قطر الدائرة.
- تعريف مركز الدائرة: هو نقطة في المستوى تكون على بعد ثابت من المنحنى، ويرمز لها بالرمز (م).
- تعريف نصف قطر الدائرة: هي القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة وأي نقطة على المنحنى، و يرمز لها بالرمز نق.



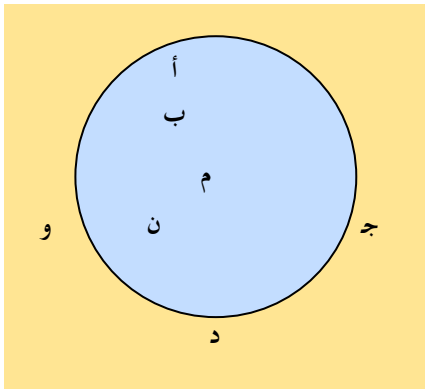
شكل 5-1 دائرة مركزها (م) ونصف قطرها نق

ب- مرحلة الشرح

سنستخدم للاختصار حرف (م) للتعبير عن المعلم، والحرف (ط) للتعبير عن الطالب.

م. بمَ تتحدد الدائرة؟

ط. تتحدد بمعلومية المركز، وطول نصف القطر.



شكل 5-2 تقسم المستوى

يرسم المعلم الدائرة الموضحة بالشكل المقابل.

ثم يوجه مجوعة التساؤلات التالية:

م. ما النقاط التي تقع على الدائرة؟ ط. ا ، جـ ، د

م: وما النقاط التي تقع داخل الدائرة؟ ط: ب ، م ، ن

م: وما النقطة التي تمثل مركز الدائرة؟ ط: م

م: ما النقاط التي تقع خارج الدائرة؟ ط : و

م: إذا رسم $\overline{مأ}$، $\overline{مجـ}$، $\overline{مد}$ بما تسمى، وما هي العلاقة بين أطوالها؟

ط: تسمى أنصاف أقطار، وتكون متساوية في الطول.

م: ماذا نستنتج؟

ط: أنصاف أقطار الدائرة الواحدة تكون متساوية في الأطوال.

مثال (1): ارسم الدوائر التالية:

(1) دائرة مركزها م، وطول نصف قطرها 3 سم.

(2) دائرة مركزها ن، وطول نصف قطرها 2.5سم .

(3) دائرتين متحدتي المركز في نقطة م، طول نصف قطر الأولى 2سم، وطول نصف قطر الثانية 3سم.

جـ- مرحلة التلخيص والتقويم

يوجه المعلم التساؤلات التالية؟

- من يعرف الدائرة؟
- من يعطى تعريف نصف قطر الدائرة؟
- بمَ يتحدد رسم الدائرة؟

الواجب المنزلي

س1: أكمل ما يأتي:

- تعرف الدائرة بأنها .....،
- أنصاف أقطار الدائرة الواحدة تكون .....

س2: ارسم دائرة ن، طول نصف قطرها 3.5 سم.

التعلم بالاكتشاف

- **تعريف الاكتشاف**

يقول "جلاسير" إن طريقة التدريس بالاكتشاف تعرف بأنها تدريس ارتباط أو مفهوم أو تعميم ما بطريقة تتضمن اكتشاف التلميذ لهذا الارتباط أو المفهوم أو التعميم ،

وعادة يتم ذلك بطريقة استقرائية – تتضمن مساعدة التلميذ على أن يقوم باستقراء مجموعة من الأمثلة ينطبق عليها المفهوم أو التعميم، ومن خلال عملية الاستقراء يكتشف التلميذ المفهوم أو التعميم المراد تعلمه.

- **دور المعلم في التعلم بالاكتشاف**

يقتصر دور المعلم على التوجيه والإرشاد أثناء عملية التعلم، وإعداد الأنشطة والخبرات التعليمية.

- **دور التلميذ في التعلم بالاكتشاف**

يكون التلميذ في حالة إيجابية يدرس ويفحص المعلومات المقدمة له، ويربط بينها، ويدرك ما بين أجزائها من علاقات محاولا الوصول إلى حل مشكلة معينة، أو قاعدة، أو نمط رياضي معين، وذلك بتوجيه وإرشاد من المعلم.

- **مميزات التعلم بالاكتشاف**

1) ينمي قدرة التلميذ على التصنيف وإدراك العلاقات، والتمييز بين المعلومات المرتبطة وغير المرتبطة بالموقف الذي أمامه.
2) يكتسب المتعلم المقدرة على استخدام أساليب البحث والاستكشاف وينقل ذلك إلى مواقف حياتية تواجهه.
3) تزيد من قدرته على تذكر المعلومات وفهمها واستيعابها.
4) يعتبر أسلوباً مشوقاً يحفز المتعلم على الاستمرار في التعلم.

ثالثا: طريقة الاكتشاف الاستقرائي

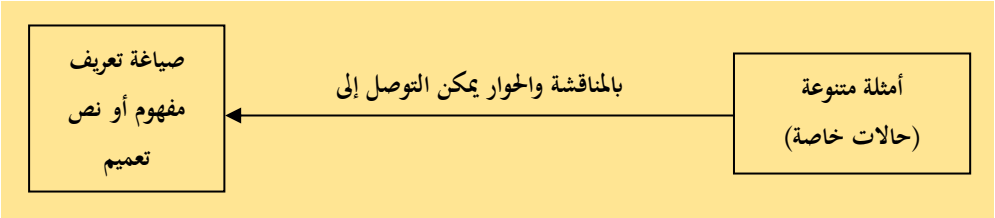
هي طريقة يكون السير فيها من الخاص إلى العام، أي دراسة عدد كاف من الحالات الخاصة، حيث يستخرج منها الخاصية التي تشترك فيها الحالات الخاصة، ثم يتم

صياغتها على صورة مفهوم أو قاعدة أو قانون أو نظرية تنطبق على الحالات التي اشتقت منها، وعلى الحالات المشابهة لها.

- **الخطوات (المراحل) التي ينبغي على المعلم أن يتبعها عند استخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي:**

1) **مرحلة عرض حالات خاصة:** يقدم المعلم عددا كافيا من الحالات الخاصة (لا تقل عن ثلاث حالات)، والتي تشترك في خاصية رياضية معينة.
2) **مرحلة دراسة الحالات الخاصة:** يساعد المعلم التلاميذ على دراسة الحالات الخاصة، بحيث يوجه نظرهم لكي يكتشفوا الخاصية المشتركة بين هذه الحالات.
3) **مرحلة صياغة التعميم:** يساعد المعلم التلاميذ على صياغة عبارة تمثل تجريدا للخاصية المشتركة التي توصلوا إليها.
4) **مرحلة تطبيق التعميم:** يختبر التلاميذ صحة ما توصلوا إليه من تعميم، عن طريق التأكد من أنه ينطبق على حالات أخرى مشابهة من خلال حل تدريبات.

وفيما يلي مخطط توضيحي لطريقة الاستقراء:



مثال (1): استقرئ قاعدة كل نمط، ثم أكمل الناقص في الحالات الآتية:

أ- 3، 7، 11، .....، .....، .....، .....

ب- 30، 25، 20، ..... ، ..... ، .....

جـ- 1، 3، 9، ..... ، ..... ، .....

د- 1، 4، 13، 40، ..... ، .....

هـ- 1، 4، 9، 16، ..... ، .....

و- 60، 140، 240، 360، ..... ، .....

ز- 3، 5، 8، 13، ..... ، ..... ، 44.

حـ- $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{4}$، $\frac{7}{8}$، $\frac{15}{16}$، ..... ، ..... ، .....

مثال (2): أكمل الناقص في الجدول التالي ثم استنتج العلاقة بين س، ص:

جدول 5-1 تمثيل جدولي للعلاقة بين متغيرين

س	2	3	4	...	10
ص	5	8	11	20	...

العلاقة هي: ص = ...

مثال (3): ادرس الحالات الخاصة التالية، ثم أكمل الناقص بنفس الكيفية:

$1 - {}^{2}(2) = 1 - 2 \times 2 = 3 \times 1$

$1 - {}^{2}(3) = 1 - 3 \times 3 = 4 \times 2$

$1 - {}^{2}(4) = 1 - 4 \times 4 = 5 \times 3$

$1 - \ldots = 1 - \ldots = 11 \times 9$

$1 - {}^{2}(20) = 1 - \ldots = \ldots$

خطة لدرس يومي يدرس باستخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي:

عنوان الدرس (قانون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع)

الأهداف السلوكية: يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادراً على أن:

1- يستقرئ قاعدة إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.
2- يذكر قاعدة مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.
3- يحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع إذا علم عدد أضلاعه.
4- يحسب عدد أضلاع المضلع إذا علم مجموع قياسات زواياه الداخلية.
5- يقدر منفعة الرياضيات في الحياة.

تحليل المحتوى

المفاهيم: الزاوية، قياس الزاوية، المضلع، قطر المضلع.

التعميمات : قاعدة مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.

المهارات : حساب مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع أو عدد أضلاعه.

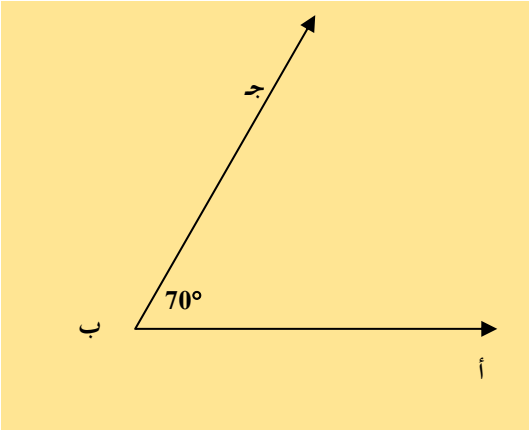
طريقة التدريس: الاكتشاف الاستقرائي، والمناقشة.

الوسائل التعليمية: السبورة، الكتاب المدرسي، رسم بعض المضلعات.

عرض الدرس

أ- التمهيد للدرس

يوجه المعلم للتلاميذ التساؤلات الآتية:



شكل 5–3 زاوية علم قياسها

- عرف الزاوية
- عرف قياس الزاوية
- في الشكل المقابل عبر عن الزاوية المرسومة بأكثر من طريقة.
- في الشكل المقابل عبر عن قياس الزاوية المرسومة بأكثر من طريقة.

ب– مرحلة عرض حالات خاصة

تعريف المضلع

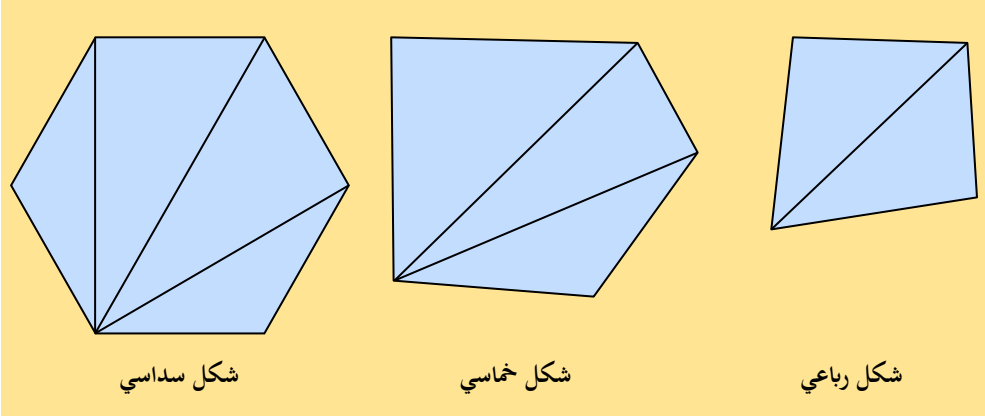
هو شكل مستو محدود بقطع مستقيمة تسمى أضلاعه ويسمى المضلع حسب عدد أضلاعه.

فمثلاً: الشكل المحدد بثلاثة أضلاع يسمى مثلث، والشكل المحدد بأربعة أضلاع يسمى شكل رباعي، والشكل المحدد بخمسة أضلاع يسمى شكل خماسي، والشكل المحدد بستة أضلاع يسمى شكل سداسي ... وهكذا.

تعريف قطر المضلع

هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليتين في المضلع.

فمثلاً: الأشكال التالية تسمى بعدد أضلاعها



شكل **4-5** مضلعات

جـ- مرحلة دراسة الحالات الخاصة

- **استقراء القاعدة:**

يناقش المعلم إجابات التلاميذ عن التساؤلات التالية:

- ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث؟
- ما عدد الأقطار الخارجة من أحد الرؤوس في الشكل الرباعي؟
- ما عدد الأقطار الخارجة من أحد الرؤوس في الشكل الخماسي، وما عدد المثلثات الناتجة؟

- ما عدد الأقطار الخارجة من أحد الرؤوس في الشكل السداسي، وما عدد المثلثات الناتجة؟

ثم يطلب المعلم من التلاميذ استكمال البيانات الناقصة في الجدول الاتي:

جدول 5–2 لاستقراء مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

المضلع	عدد أضلاعه	عدد المثلثات الناتجة عن الأقطار الخارجة من احد رؤوسه	مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع
المثلث	3	1	$1 \times 180 = 180°$
الشكل الرباعي	4	2	$2 \times 180 = 360°$
الشكل الخماسي	5	3	$3 \times 180 = 540°$
الشكل السداسي	6	4	$4 \times 180 = 720°$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
مضلع عدد أضلاعه (ن)	.....	.....	.....

إذاً: مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه (ن) = ...

د– التطبيق على القاعدة

مثال (1): اوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه:

أ– 7 ب– 8 جـ– 12

مثال (2): أوجد في الحالات التالية عدد أضلاع المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية:

أ– 1620° ب– 1440° جـ– 1800°

هـ – تقويم الدرس

أكمل العبارات الآتية:

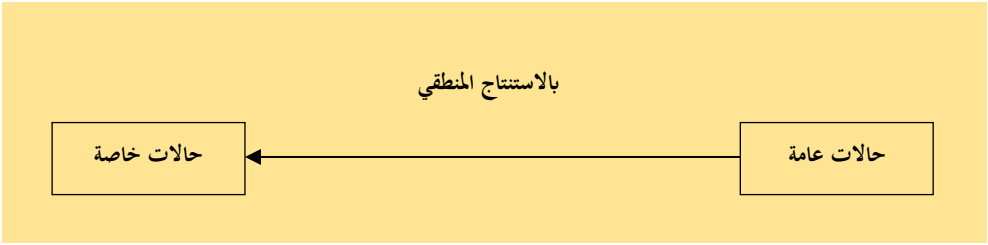
- يعرف المضلع بأنه .....، ويعرف قطر المضلع بأنه .....
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه (ن + 1) = ...
- إذا كانت النسبة بين مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلعين متتاليين 5 : 6. فما نوع كل منهما؟

و – الواجب المنزلي

انتقاء بعض المسائل المتنوعة من الكتاب المدرسي للواجب المنزلي.

رابعا: طريقة الاكتشاف الاستنباطي

في هذه الطريقة يمكن الوصول إلى التعميم المراد اكتشافه عن طريق الاستنتاج المنطقي من معلومات سبق للتلميذ أن تعلمها، ويقوم المعلم بتوجيه مجموعة من الأسئلة المتصلة والمترابطة بعضها البعض، ومن خلال الإجابة عنها يصل التلاميذ إلى اكتشاف العلاقة المعبرة عن التعميم، أو بمعنى آخر الاكتشاف الاستنباطي يكون السير فيه من الكل إلى الجزء أو من القاعدة العامة إلى الحالات الخاصة. كما هو موضح بالشكل التالي:



فمثلا: **برهان صحة العلاقة: (س +ص)^2 = س^2 + 2س ص + ص^2. يكون على النحو التالي:**

(س + ص)^2 = (س + ص) (س+ ص) : (س^{ن} = س × س × ... إلى ن من المرات)

= س (س+ ص) + ص (س+ ص) (خاصية التوزيع)

= س^2 + س ص + ص س + ص^2 (خاصية توزيع الضرب على الجمع)

= س^2 + 2 س ص + ص^2 (خاصية الإبدال وعملية الجمع)

تمرين (1): احسب مربعات الأعداد التالية باستخدام القاعدة السابقة:

61، 73 ، 204 .

تمرين (2) : أوجد ما يلي باستخدام العلاقة السابقة:

(س + 2 ص)^2، (3 س − 4 ص)^2، ($\frac{3}{4}$ س + $\frac{2}{3}$ ص)^2.

خامسا: طريقة التعلم التعاوني

هي طريقة تقوم على أساس تقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة من (4–6) أفراد ذات مستويات مختلفة في القدرات يعملون معا لحل مشكلة ما، أو إنجاز عمل معين، أو تحقيق هدف معين، وكل عضو عليه أن يساعد زملاءه في المجموعة على التعلم، وبالتالي ينشأ جو من الإنجاز والتحصيل أثناء التعلم.

- **أهداف التعلم التعاوني**

يهدف التعلم التعاوني إلى أن يتعود التلاميذ على العمل الجماعي، لإنجاز مهمة ما، وعلى كل عضو أن يساعد الآخرين على التعلم بحيث تصل المجموعة إلى الهدف المحدد.

دور المعلم في التعلم التعاوني

1- تحديد الأهداف التعليمية المطلوب تحقيقها .

2- تقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة.

3- ترتيب حجرة الدراسة لكي يكون التواصل البصري سهلاً، وأن يجلسوا متقاربين.

4- مراقبة المجموعات.

5- الاستماع إلى الحوارات والمناقشات التي تدور بين أفراد المجموعات.

6- يتدخل لمساعدة المجموعات في الوقت المناسب .

بعد الانتهاء من التدريس يعلق المعلم بموضوعية ووضوح وبعبارات محددة على ملاحظاته على المجموعات.

- **استخدام استراتيجية التعلم التعاوني في تدريس الأعداد الأولية**

يقسم المعلم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة، ثم يطلب منهم كتابة الأعداد من 1 إلى 30.

ينفذ التلاميذ الآتي:

1- 2- 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16-

17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30

ثم يوجه التساؤلات التالية:

- هل كل عدد يقبل القسمة على نفسه ؟
- هل توجد أعداد تقبل القسمة على أعداد أقل منها ؟ أعط أمثلة .
- هل توجد أعداد تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد فقط ؟ أعط أمثلة .

- استخرج من بين مجموعة الأعداد السابقة الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد فقط.
- يعطي المعلم الوقت الكافي للمجموعات، مع المرور عليهم للإجابة عن أي استفسار يطلبونه.
- ثم يعطى المعلم تعريف العدد الأولي على النحو التالي:
- العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلاّ على نفسه والواحد فقط.
- مثل: 2 ، 3 ، 7 ،... وهكذا.

مثال: ضع دائرة على الأعداد الأولية في مجموعة الأعداد التالية:

15، 17، 21، 32، 33، 37، 39، 41، 43، 45، 47، 49.

سادسا: طريقة العصف الذهني

تُعرّف طريقة العصف الذهني بأنها تستخدم بهدف تنشيط الأذهان، من خلال التفكير بصوت عال، وتوليد العديد من الأفكار الإبداعية، وتقديم الحلول والبدائل، حول سؤال أو مشكلة أو موضوع معين – ضمن فترة زمنية محددة – وجمعها من أكبر عدد من التلاميذ، بدلاً من الاعتماد على أفكار تلميذ واحد، وذلك في جو آمن تسوده حرية التفكير، إذ لا توجد قيود أو تحفظات على الأفكار المطروحة. وتعتمد إدارة هذه الطريقة، على تشجيع التدفق الحر للأفكار، والمعلومات، حيث يبدأ المعلم بطرح سؤال، أو عرض موقف مشكل على التلاميذ، متيحاً لهم الفرصة للتقدم بأكبر عدد ممكن من الأفكار، التي يسجلها المعلم على السبورة دون أي تقويم، أو حكم أو تعليق أو مناقشة، ويستمر في ذلك حتى تتوقف هذه الأفكار، وعندئذ يبدأ مناقشتها وتحليلها مع التلاميذ، والتصويب عليها فيشطب على الأفكار البعيدة عن الموقف المشكل، ثم يعمل على تجميع الأفكار الصحيحة التي توصل إلى حل الموقف المشكل (محمود أبو عابد، 2004 : 123).

وتقوم هذه الطريقة على أربعة مبادئ أساسية هي (محمود أبو عابد، 2004 : 125):

1- إرجاء التقييم

إذ لا يجوز تقييم أي من الأفكار والآراء المطروحة في المرحلة الأولى، ولا يجوز إصدار أحكام أو تعليق على أي فكرة مهما كانت.

2- إطلاق حرية التفكير

وذلك من خلال توفير جو مطلق للقدرات الإبداعية، مشجع على التفكير، خال من كل ما يعيق التفكير الإبداعي كالنقد والتقييم والإحراج.

3- الاهتمام بالكم

إذ المطلوب توليد أكبر قدر ممكن من الأفكار دون الالتفات إلى نوعيتها حتى وإن بدت غريبة أو غير منطقية، فالكم يولد النوع لاحقاً.

4- البناء على أفكار الآخرين

حيث الأفكار المقترحة تصبح منطلقاً لتوليد أفكار أخرى من قبل أي تلميذ، كما يمكن حذف بعضها أو تعديله.

ويمكن أن يتبع المعلم الخطوات التالية عند استخدامه طريقة العصف الذهني:

الخطوة الأولى

ويتم من خلالها تحديد الفكرة أو الموقف المشكل أو الموضوع قيد البحث، وتزويد التلاميذ بالحد الأدنى من المعلومات ذات الصلة.

الخطوة الثانية

توفير جو نفسي مريح ومناسب، ودعوة التلاميذ وحثهم على الإدلاء بأفكارهم وآرائهم كيفما كانت.

الخطوة الثالثة

تسجيل الأفكار والآراء المطروحة على السبورة ليطلع عليها الجميع، دون تقديم أي تعليق أو نقد.

الخطوة الرابعة

مناقشة كل فكرة أو رأي مطروح من حيث جدواه وأولويته، ومن ثم تصنيف الأفكار جميعها، وقد تصنف إلى:

أفكار جيدة قابلة للتطبيق، أفكار غير عملية، أفكار غير مقبولة.

- **ومن أبرز مميزات هذه الطريقة** (محمود أبو عابد، 2004 :126):

1) تشجع التلاميذ على المشاركة الفاعلة بحرية ودون قيد أو شرط.
2) تظهر وجهات نظر متعددة ومختلفة تجاه موضوع معين أو موقف مشكل.
3) تجذب انتباه التلاميذ للموضوع.
4) تتيح الفرصة لكل تلميذ، كي يعبر عن رأيه بحرية من خلال ممارسة التفكير الإبداعي.

حل تمرين باستخدام طريقة العصف الذهني

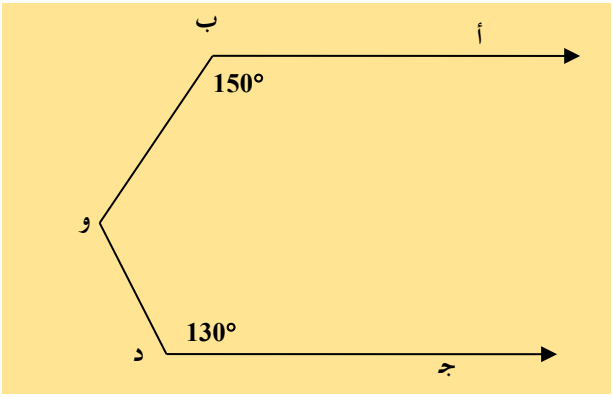
فمثلا: يمكن استخدام طريقة العصف الذهني في مناقشة أفكار التلاميذ نحو التمرين التالي:

1- في شكل (5-5) المقابل:

$\overleftarrow{ب\ أ} \parallel \overleftarrow{د\ جـ}$ ، ق (< و د جـ) = 130°

ق (< أ ب و) = 150°،

اوجد ق (< ب و د)



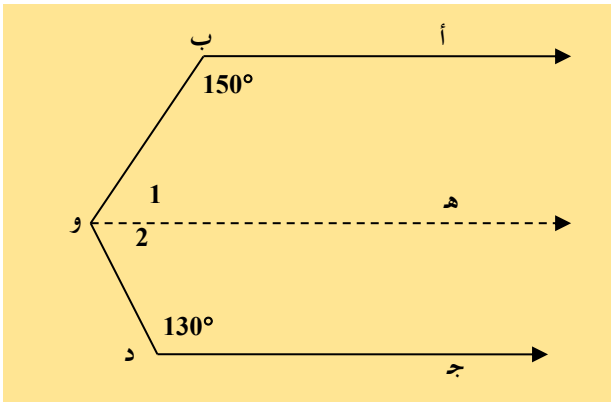
شكل 5-5 تمثيل هندسي للتمرين

مناقشة أفكار حل التمرين باستخدام طريقة العصف الذهني

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب؟

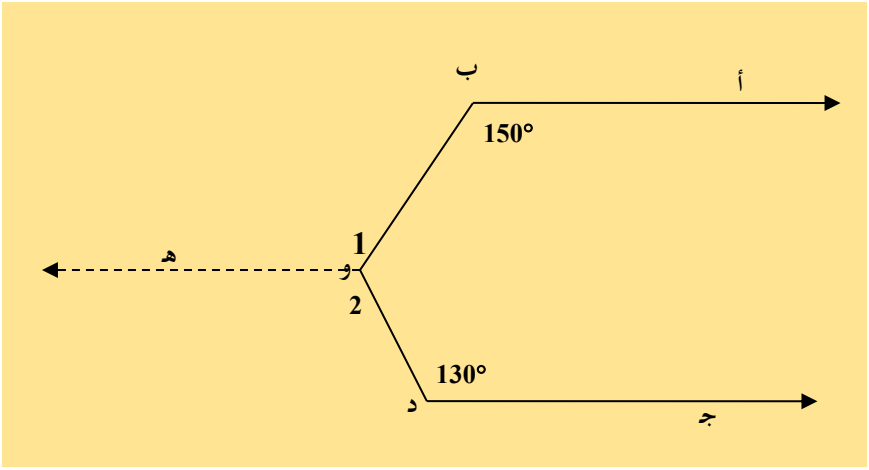
ط: نحتاج الى عمل. ويقوم المعلم بتسجيل الأفكار التي يطرحها التلاميذ على السبورة حيث يتوقع من التلاميذ الأفكار التالية:

ط$_1$: من نقطة و نرسم $\overleftarrow{\text{و هـ}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$.



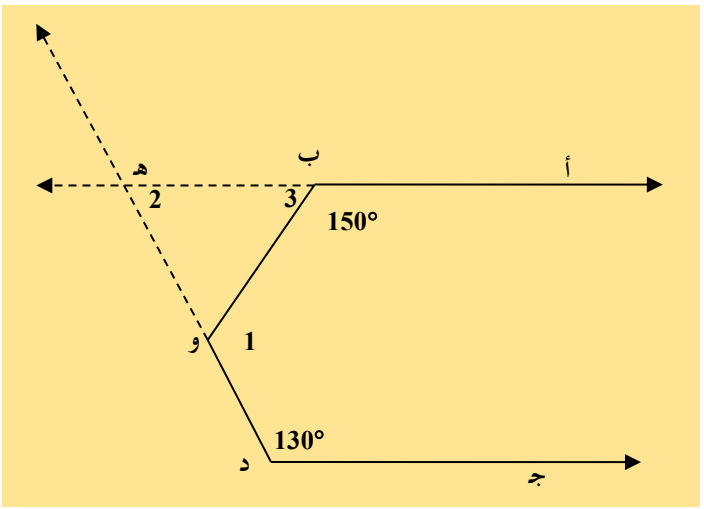
شكل 5-6 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

ط2: نرسم $\overleftarrow{\text{و هـ}}$ // $\overleftarrow{\text{جـ د}}$.



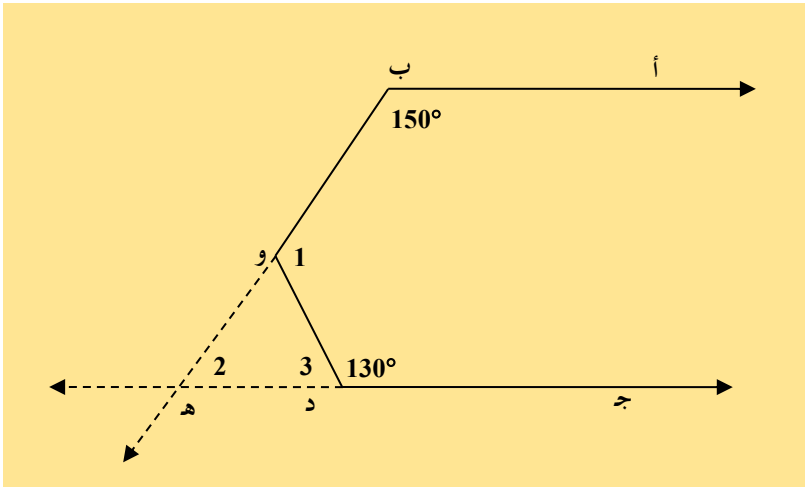
شكل 5–7 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

ط3: نرسم $\overleftarrow{\text{د و}}$ ، يقطع $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ في نقطة هـ.



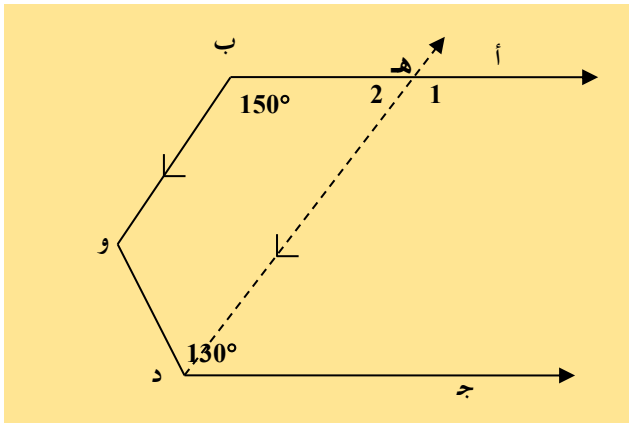
شكل 5–8 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

ط4: نرسم $\overleftarrow{ب و}$ ، يقطع $\overleftarrow{جـ د}$ في نقطة هـ.



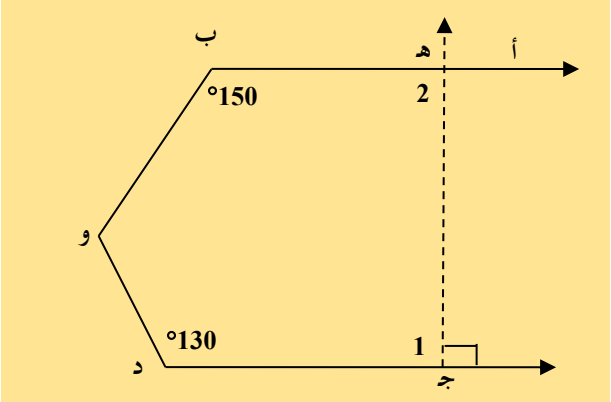
شكل 5–9 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

ط5: نرسم $\overleftarrow{د هـ}$ // $\overline{و ب}$ ، يقطع $\overleftarrow{ب ا}$ في هـ.



شكل 5–10 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

ط6: نرسم $\overleftarrow{جـ هـ} \perp \overline{جـ د}$ ، يقطع $\overleftarrow{ب ا}$ في نقطة هـ.



شكل 5–11 يوضح إجراء عمل لحل التمرين

يمكن أن يطرح التلاميذ أفكاراً أخرى مثل: رسم $\overleftarrow{ب هـ}$ ينصف زاوية ب، ويقطع $\overleftarrow{د جـ}$ في نقطة هـ، أو رسم $\overleftarrow{د هـ}$ ينصف زاوية د، ويقطع $\overleftarrow{ب ا}$ في نقطة هـ أو نصل $\overline{ا د}$ أو نصل $\overline{ب جـ}$، ولكننا سنكتفي بمناقشة الحل باستخدام الأفكار السابقة.

مناقشة فكرة الطالب الأول

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام عمل الطالب الأول؟

ط: ∵ < 2 تكمل < د لأنهما داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع ∴ ق (< 2) = 50° بالمثل < 1 تكمل < ب ∴ ق (< 1) = 30° ∴ ق (< و) = 50 + 30 = 80°.

مناقشة فكرة الطالب الثاني

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام عمل الطالب الثاني؟

ط: ∵ ق (< 1) = ق (< ب) بالتبادل ∴ ق (< 1) = 150°.

بالمثل ق (<2)= 130° ∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة عند نقطة= 360°.

∴ ق (< ب و د) = 360 − (150+ 130) = 360− 280 = 80°.

مناقشة فكرة الطالب الثالث:

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام عمل الطالب الثالث؟

ط: ∵ < 3 تكمل < ا ب و ∴ ق (< 3) = 180− 150 = 30°

∵ < 2 تكمل < د (داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع) ∴ ق(< 2) = 50°.

∵ < 1 خارجة عن Δ هـ ب و ∴ ق (< 1) = 30 + 50 = 80°.

مناقشة فكرة الطالب الرابع

هي نفس الفكرة للطالب السابق.

مناقشة الفكرة للطالب الخامس

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام عمل الطالب الخامس؟

ط: ∵ < 2 تكمل < ب (داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع) ∴ ق (< 2) = 30°.

∵ ق (< 2) = ق (< جـ د هـ)= 30° بالتبادل.

∴ ق (< هـ د و) = 130 − 30 = 100°.

∵ الشكل ب هـ د و رباعي، مجموع قياسات زواياه الداخلية = 360°.

∴ ق (< و) = 360 − (150 + 30 + 100) = 360 − 280 = 80°.

مناقشة فكرة الطالب السادس

م: كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام عمل الطالب السادس؟

ط: ∵ الشكل و ب هـ جـ د خماسي، ق (< 1)= ق (< 2)= 90 ، ق (< ب)= 150

∴ ق(< و)= مجموع قياسات زواياه الداخلية – مجموع قياسات الزوايا الأربع المعلومة.

م: كيف يمكن تعيين مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الخماسي؟

ط:نقسمه الى مثلثات، برسم الأقطار الخارجة من أحد رؤوسه الى الرؤوس المقابلة، فيقسم الى ثلاث مثلثات، فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للخماسي = 3 × 180 = 540°.

ق (< و) = 540 – (130 + 90 + 90 + 150) = 540 – 460 = 80°.

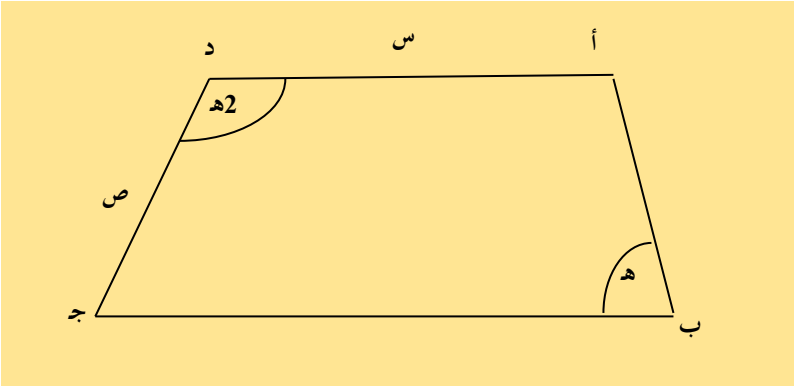
حاول مع نفسك أولا، ثم مع التلاميذ بنفس الطريقة السابقة مناقشة أفكار الحل في التمرينين التاليين:

1- في الشكل (5–12) المقابل:

أ د / / ب جـ

أوجد طول ب جـ

بدلالة س ، ص.



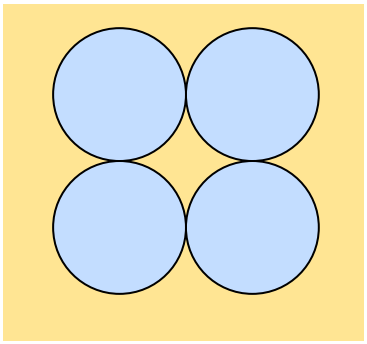
شكل 5–12

2- في الشكل (5-13) المقابل:

أربع دوائر قطر كل منها 1سم.

يتماسون عند أربع نقاط،

فما مساحة الجزء المحصور بينهم؟



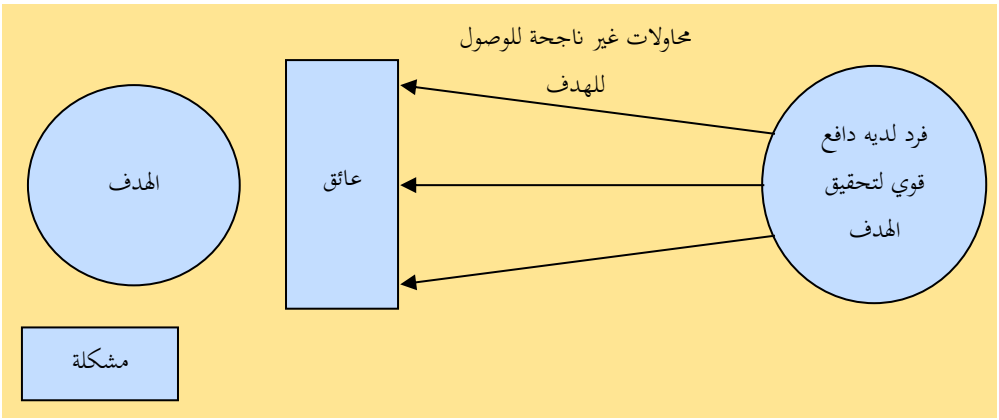
شكل 5-13

رابعاً: طريقة حل المشكلات

- **مفهوم المشكلة:** هي عبارة عن تساؤل مطروح نبحث له عن إجابة.
- **متى يكون الفرد في موقف مشكل ؟**

إذا كان لديه هدف واضح ومحدد، ويريد الوصول إليه، ولكن هناك عائق يحول دون ذلك، وما لدى الفرد من معلومات متاحة عن الموقف وما اكتسبه من خبرات سابقة لا يتيحان له أن يصل إلى الهدف المطلوب.

وفيما يلي شكل يوضح وجود المشكلة (محمود شوق، 1997 :200):

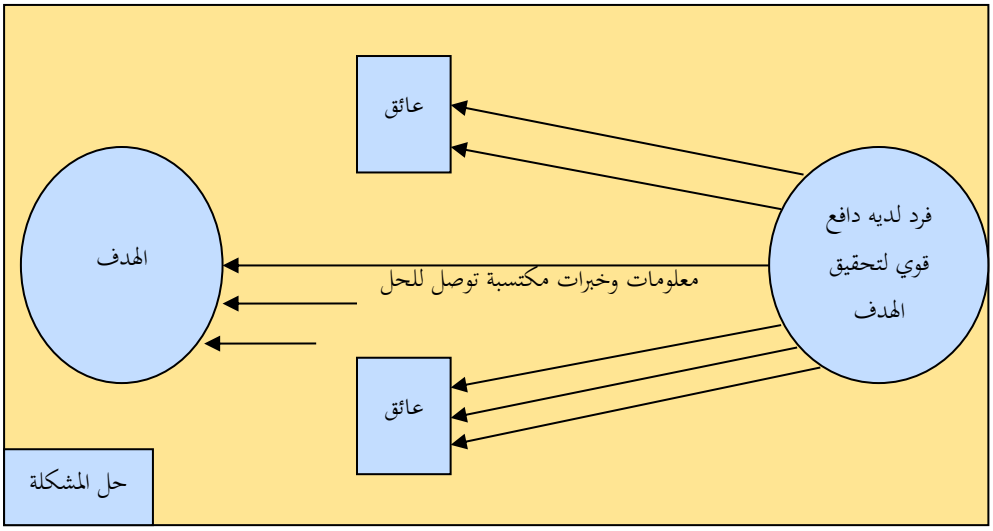


شكل 5-14 يوضح وجود عائق لحل المشكلة

- **ما الذي يجب على الفرد أن يقوم به لكي يحل الموقف المشكل؟**

يحدد الموقف المشكل، ثم يجمع المعلومات والبيانات ذات الصلة بالموقف المشكل، ثم يضع فروضاً لحل الموقف، ويختبر مدى صحة هذه الفروض للحل، وبعد ذلك يستخدم الفرضية الصحيحة كأساس للتعميم في مواقف أخرى مشابهة.

ويمكن تمثيل الموقف المشكل بعد حله بالشكل التالي (محمود شوق، 1997 :203):



شكل 5-15 يوضح إزالة العائق لحل المشكلة

- **الخطوات الإجرائية التي يتبعها المعلم عند استخدام طريقة حل المشكلات**

أ- **تقديم المشكلة**: يقدم المعلم المشكلة للتلاميذ مع تحديدها بدقة.

ب- **فهم المشكلة**: يطلب المعلم من التلاميذ قراءة المشكلة، ثم تحديد المعطيات والمطلوب مع التلخيص.

جـ- **وضع خطة لحل المشكلة (التفكير في الحل)**: يطلب المعلم من التلاميذ التفكير في الحل من خلال ربط المعطيات بالمطلوب، أو ما هي الخطوات التي نتبعها لكي نصل إلى المطلوب من خلال المعطيات.

د- **تنفيذ الحل**: يطلب المعلم تنفيذ الحل بعد الوصول لفكرة الحل، مع التنويه للحلول الأخرى، إذا كان هناك أكثر من فكرة صحيحة للحل.

هـ- **تقويم الحل**: يطلب المعلم من التلاميذ مراجعة خطوات الحل والتحقق من صحة الحل.

حل مشكلة باستخدام طريقة حل المشكلات

أ- **تقديم المشكلة**

موظف راتبه الشهري 1200 دينار، يدفع $\frac{1}{4}$ الراتب أجرة المسكن، ويصرف $\frac{1}{3}$ الراتب في الغذاء، $\frac{1}{8}$ الراتب مصاريف أخرى، ويوفر الباقي .احسب ما يوفره في الشهر.

خطوات الحل

ب- **مرحلة فهم المشكلة**

يطلب المعلم من التلاميذ قراءة المشكلة، مع تلخيص المعطيات والمطلوب:

ينفذ التلاميذ الآتي:

المعطيات

راتب الموظف = 1200 دينار

أجرة المسكن = $\frac{1}{4}$ الراتب

مصاريف الغذاء = $\frac{1}{3}$ الراتب

مصاريف أخرى = $\frac{1}{8}$ الراتب

المطلوب: حساب ما يوفره الموظف في الشهر.

جـ- مرحلة وضع خطة للحل (التفكير في الحل)

يبدأ المعلم بتوجيه أسئلة للتلاميذ بدءا من المطلوب تكون إجابتها هي خطة الحل.

م. كيف نحسب ما يوفره الموظف في الشهر؟

ط. ما يوفره الموظف = الراتب – إجمالي المصاريف.

م. ما إجمالي المصاريف؟

ط. إجمالي المصاريف = أجرة المسكن + مصاريف الغذاء +مصاريف أخرى.

م. كيف نحسب أجرة المسكن؟

ط. أجرة المسكن = $\frac{1}{4}$ × الراتب بالمثل يكون:

مصاريف الغذاء = $\frac{1}{3}$ × الراتب

مصاريف أخرى = $\frac{1}{8}$ × الراتب

د- مرحلة التنفيذ

يطلب المعلم من التلاميذ تسجيل خطوات الحل، وعليه ينفذ الاتي:

أجرة المسكن = $\frac{1}{4}$ × 1200 = 300 دينار.

مصاريف الغذاء = $\frac{1}{3}$ × 1200 = 400 دينار.

مصاريف أخرى = $\frac{1}{8}$ × 1200 = 150 دينار.

إجمالي المصاريف = 300 + 400 + 150 = 850 دينار.

ما يوفره الموظف = 1200 – 850 = 350 دينارا.

هـ- مرحلة التقويم

يطلب المعلم من التلاميذ مراجعة خطوات الحل، والتحقق من صحة الحل.

$\frac{\text{أجرة المسكن}}{\text{الراتب}} = \frac{300}{1200} = \frac{1}{4}$ إذاً أجرة المسكن $= \frac{1}{4}$ الراتب .

$\frac{\text{مصاريف الغذاء}}{\text{الراتب}} = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}$ إذاً مصاريف الغذاء $= \frac{1}{3}$ الراتب

حل أخر: الحل السابق اتبع المعلم فيه مسار تفكير معين ساق التلاميذ الى هذا الحل، ولكن يفضل أن يرجي المعلم فكرة حله، ويطلب منهم التفكير في إيجاد المطلوب باستخدام المعطيات.

ويمكن أن يطرح أحد التلاميذ الفكرة التالية:

نحسب: نسبة ما يوفره الموظف $= 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 1 - \frac{17}{24} = \frac{7}{24}$ الراتب

ما يوفره الموظف $= \frac{7}{24} \times 1200 = 350$ دينار.

مسألة

توفى رجل وترك أما، وزوجة، وثلاثة أولاد وبنتين، فإذا كانت الأم ترث سدس التركة، والزوجة ترث ثمن التركة، ونصيب الولد ضعف نصيب البنت، وإجمالي التركة 24,000 دينار. احسب نصيب كل فرد.

(حاول حل هذه المسألة بنفس الكيفية).

خامسا: استخدام معمل الرياضيات

1- تعريفه

يعتبر معمل الرياضيات بيئة مجهزة بأدوات ومواد وأجهزة ووسائل تعليمية متنوعة تساعد المعلم في تحقيق أهداف التعلم المنشودة من دراسة الرياضيات من خلال تقديم خبرات

حسية ملموسة للمفاهيم والتعميمات والأفكار الرياضية المجردة، ولقد ورد العديد من التعريفات لمعمل الرياضيات منها ما يلي:

- يعرف معمل الرياضيات بأنه: غرفة خاصة تمثل بيئة مزودة بالأدوات والمواد التعليمية اللازمة لتعلم المفاهيم الرياضية، ويرتادها الطلاب لتمثيل المفاهيم والمبادئ الرياضية تمثيلا محسوسا وتنميتها لديهم من خلال ممارسة الأنشطة المعملية بتعاملهم مع الخبرات المباشرة في مواقف عملية وبأمثلة محسوسة (سهيلة مداح، 77:2001).
- ويعرف بأنه: بيئة يتعلم فيها الطلاب الرياضيات من خلال التعرف على المفاهيم واكتشاف المبادئ أو تطبيق التجريدات الرياضية في مواقف عملية، من خلال تمثيلها بأشياء فيزيائية، ونماذج رياضية، وأنشطة عملية، وفي معمل الرياضيات يصيغ الطلاب المفاهيم والمبادئ المجردة ويطبقوها عن طريق التعامل العملي مع أمثلة محسوسة (فريدرك بل، 168:1986).

كما يعرف بأنه: مختبر يتوفر فيه أدوات ومواد يدوية، وأجهزة تعليمية يستخدمها المعلم والطلاب للتجريب والبحث عن المفاهيم والحقائق الرياضية، والكشف عن العلاقات الرياضية (http://uqu.edu.sa/files2/).

- نستخلص مما سبق أن معمل الرياضيات هو بيئة مجهزة بأجهزة وأدوات مادية ووسائل تعليمية متنوعة تستخدم من قبل المعلم والطلاب للتحقق من خواص المفاهيم الرياضية عملياً، أو استكشاف التعميمات الرياضية وتطبيقها عملياً، ونمذجة مشكلات رياضية، أو حياتية حقيقية لبناء نماذج رياضية متنوعة تمثل العلاقات الأساسية للمشكل لكي تستخدم في التوصل لأكثر من حل رياضي للمشكل، وعطاء تفسيرات للحل.

2- أهمية معمل الرياضيات

حدد كل من الكسباني (2008)، وسدرة (1999) أهمية معمل الرياضيات للطلاب في النقاط التالية (منتهى العيثاوي، 2014: 18-19):

a) مساعدة الطلاب في اكتساب خبرات حسية مباشرة.

b) الاحتفاظ بالمعلومات المكتسبة لمدة أطول.

c) زيادة دافعية الطلاب لتعلم الرياضيات.

d) تقديم أنشطة رياضية تتصف بالتشويق والاستمتاع وتنمي الثقة بالنفس.

e) تنمية القيم والاتجاهات والميول المرغوب فيها مثل العمل الذاتي والتعاون من خلال العمل في مجموعات صغيرة.

f) عمل ارتباطات داخل الرياضيات وبين الرياضيات والعلوم الأخرى، وبين الرياضيات والواقع.

3- مكونات معمل الرياضيات

يمكن أن تكون المصادر الآتية من المكونات المناسبة لمعمل الرياضيات:

a) مطبوعات: مجلات حائط، صور، ملصقات، وكتب.

b) أجهزة: أجهزة عرض أفلام وشرائح، وأجهزة كمبيوتر وملحقاته.

c) وسائل تعليمية: سبورة وأقلام فلماستر، سبورة ضوئية،، نماذج ورقية وكارتونية وبلاستيكية ومعدنية ومغناطيسية ، والميزان الحسابي.

d) أدوات هندسية: أدوات قياس مثل المسطرة، الفرجار، المنقلة، المثلثات، والحاسبات العلمية الصغيرة، والأدوات الخاصة مثل: قطع الزهر (النرد).

e) ألعاب رياضية.

4- دور المعلم

يتمثل هذا الدور في الآتي (عماد ثابت و نادي عزيز، 258:1995):

a) الحصول على المصادر التي سوف يستخدمها الطلاب في أنشطتهم المعملية.

b) وضع خطط لتنظيم العمل واستعمال المصادر أثناء تنفيذ الطلاب للأنشطة والإشراف عليهم.

c) تدريب الطلاب على كيفية استخدام معمل الرياضيات بكفاءة.

5- دور الطلاب

يتمثل هذا الدور في الآتي:

a) المشاركة الفاعلة في تنفيذ الأنشطة المعملية، والتفاعل مع الأدوات والوسائل المتوافرة في المعمل.

b) المحافظة على الهدوء والانضباط داخل المعمل.

c) إعادة الأدوات بعد الانتهاء من الأنشطة إلى الأماكن المخصصة لها.

درس معملي

عنوان الدرس (عمل ارتباطات بين بعض المفاهيم الرياضية)

أ- تحليل المحتوى

1) المفاهيم : الكتلة، الحجم، الكثافة، التغير الطردي بين كميتين، ميل الخط المستقيم، النسب المثلثية للزاوية الحادة.

2) التعميمات: العلاقة بين كتلة الجسم وحجمه وكثافته، معادلة خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

3) المهارات: يحسب كتلة وحجم جسم مادي عملياً، يحسب كثافة جسم مادي بيانياً، يعين ميل الخط المستقيم والنسب المثلثية للزاوية الحادة.

ب- الأهداف السلوكية: يتوقع أن يكون الطالب في نهاية الدرس قادراً على أن:

1) يحسب كتلة وحجم جسم مادي.
2) يعرف مفهوم الكثافة.
3) يكتشف العلاقة التي تربط كتلة الجسم بحجمه وكثافته.
4) يعرف مفهوم التغير الطردي بين كميتين.
5) يعين ميل الخط المستقيم.
6) يعين النسب المثلثية للزاوية الحادة.
7) يكتشف أن ميل الخط المستقيم = ظل الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور.

جـ- طريقة التدريس: الطريقة المعملية.

د- الأدوات والوسائل التعليمية: أثقال مختلفة الأحجام، ميزان حساس، مختبر مدرج، حسابة الجيب، كراسة رسم بياني.

هـ- عرض الدرس وتقويمه: متروك للمعلم على أن يراعي الآتي:

دور المعلم

- إعداد وتجهيز الأدوات.
- توضيح خطوات تنفيذ الأنشطة المرتبطة بتحقيق أهداف الدرس.
- ملاحظة أداء الطلاب مع تقديم التوجيه والارشاد.
- تقويم أداء الطلاب والنتائج التي توصلوا إليها.

دور الطلاب

- تنفيذ الأنشطة بأنفسهم.
- تسجيل البيانات التي توصلوا إليها.
- تمثيل البيانات جدولياً وبيانياً.
- اكتشاف المفاهيم والعلاقات الرياضية بأنفسهم.
- اكتشاف أن الرياضيات كل مترابط ومتكامل.

الفصل السادس
تدريس المعارف الرياضية

أولاً– تدريس المفاهيم

المفهوم: هو تجريد لمجموعة الخصائص المشتركة بين مجموعة من الأشياء أو الأحداث أو الظواهر.

- **أنواع المفاهيم**

أ– مفاهيم غير معرفة: تقبل بدون تعريف، ولكن يتم تحديد بعضٍ من خواصها مثل: النقطة، الخط المستقيم، المستوى.

فعندما نقول إن الخط المستقيم هو مجموعة لانهائية من النقاط فإن هذا ليس تعريفاً، ولكنه خاصية من خواص المستقيم.

ب– مفاهيم معرفة: حيث يعبر عنها بصياغات لفظية شارحة بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها أو سبق تعريفها أو توضيحها.

مثل: المستطيل يعرف بأنه متوازي أضلاع زواياه قوائم.

إذاً التعريف عبارة عن متساوية أحد طرفيها لفظة أو مصطلح (اسم المفهوم) وطرفها الآخر جملة خبرية شارحة بحيث يمكن التعويض عن إحداهما بالأخرى.

فمثلا عند تقويم تذكر التلميذ لتعريف المستطيل يمكن صياغة السؤال على النحو التالي:

يعرف المستطيل بأنه ...

أو متوازي الأضلاع الذي زواياه قوائم يسمى ...

- **صفات المفهوم**

1- اسم للمفهوم أو رمز له: كمفهوم المستطيل، ورمزه ▭

2- تعريف المفهوم: لكل مفهوم تعريف، والتعريف هو تقرير أو جملة خبرية تحتوى على المحددات الأساسية للمفهوم.

فالدائرة كمفهوم تعرف بأنها المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث تكون على بعد ثابت من نقطة ثابتة.

3- خصائص المفهوم: قد يكون للمفهوم مجموعة من الخصائص مثل خواص المربع:

- أضلاعه متساوية في الطول.
- زواياه قوائم.
- القطران متساويان، وينصف كل منهما الآخر، ومتعامدان.
- القطر ينصف زاويتي الرأس، ويقسم المربع الى مثلثين متطابقين.

4- مثال ولا مثال: لكل مفهوم مثال ينطبق عليه، ولا مثال لا ينطبق عليه.

فمثلا: العدد 14 مثال للعدد الزوجي، بينما العدد 15 لا مثال للعدد الزوجي.

العدد 17 مثال للعدد الأولى، بينما العدد 9 لا مثال للعدد الأولي.

1- استخدام المفاهيم: تستخدم المفاهيم في:

1) التصنيف: يمكننا أن نصنف الأشياء على أساس اللون أو الحجم أو الطول.
2) التمييز بين الأشياء: إذا كنا نستطيع أن نصف الأشياء، فيمكننا أيضا أن نميز بين الأشياء، فمثلاً: يمكننا أن نميز بين المثلث والمربع.
3) الاتصال والتفاهم: أن الاتصال أو التفاهم يتوقف عندما لا يوجد عند الناس بعض المفاهيم التي يدركون معناها.

4) التعميم: يمكننا من دراسة خواص الأشياء، وإدراك العلاقات بينها للتوصل إلى تعميمات.

ويمكن أن يتضح لنا معنى المفهوم واستخدامه من القرآن الكريم، فنجد أن الله علم آدم أسماء الأشياء التي سوف يستخدمها ويتعامل معها، ويتضح ذلك في قوله تعالى:

"وَعَلَّمَ آدَمَ الأَسْمَاء كُلَّهَا ثُمَّ عَرَضَهُمْ عَلَى الْمَلاَئِكَةِ فَقَالَ أَنبِئُونِي بِأَسْمَاء هَـؤُلاء إن كُنتُمْ صَادِقِينَ" سورة البقرة/31، بمعنى تعلم آدم من الله أسماء كل الأشياء، وأسماء أجزاء الشيء الواحد.

كما يتضح لنا أيضا أهمية ذكر أسم المفهوم وتحديد صفاته واستخدامه في قوله تعالى:

"وَإِذْ قَالَ مُوسَى لِقَوْمِهِ إِن اللّهَ يَأْمُرُكُمْ أَن تَذْبَحُواْ بَقَرَةً قَالُواْ أَتَتَّخِذُنَا هُزُواً قَالَ أَعُوذُ بِاللّهِ أَن أَكُونَ مِنَ الْجَاهِلِينَ، قَالُواْ ادْعُ لَنَا رَبَّكَ يُبَيِّن لَّنَا مَا هِيَ قَالَ إِنهُ يَقُولُ إِنهَا بَقَرَةٌ لاَّ فَارِضٌ وَلاَ بِكْرٌ عَوَانٌ بَيْنَ ذَلِكَ فَافْعَلُواْ مَا تُؤْمَرونَ، قَالُواْ ادْعُ لَنَا رَبَّكَ يُبَيِّن لَّنَا مَا لَوْنُهَا قَالَ إِنهُ يَقُولُ إِنهَا بَقَرَةٌ صَفْرَاء فَاقِعٌ لَّوْنُهَا تَسُرُّ النَّاظِرِينَ، قَالُواْ ادْعُ لَنَا رَبَّكَ يُبَيِّن لَّنَا مَا هِيَ إِن البَقَرَ تَشَابَهَ عَلَيْنَا وَإِنا إِن شَاء اللَّهُ لَمُهْتَدُونَ، قَالَ إِنهُ يَقُولُ أَنهَا بَقَرَةٌ لاَّ ذَلُولٌ تُثِيرُ الأَرْضَ وَلاَ تَسْقِي الْحَرْثَ مُسَلَّمَةٌ لاَّ شِيَةَ فِيهَا قَالُواْ الآن جِئْتَ بِالْحَقِّ فَذَبَحُوهَا وَمَا كَادُواْ يَفْعَلُونَ" سورة البقرة/67–72.

تحركات (خطوات) تدريس المفهوم

أ- **تحرك استخلاص خواص المفهوم**: يتم من خلال تقديم عدة حالات خاصة للمفهوم.

ب- **تحرك صياغة تعريف المفهوم**: التوصل للجملة الخبرية التي تحدد محددات المفهوم، مع إعطاء اسم له ورمز إن أمكن.

جـ- **تحرك إعطاء أمثلة ولا أمثلة للمفهوم**: يقدم المعلم للتلاميذ بعض أمثلة للمفهوم، وأخرى لا أمثلة.

د- **تحرك استخدام (تطبيق) المفهوم**: يقدم المعلم تدريبات على المفهوم، ويطلب من التلاميذ حلها، للتأكد من فهمهم لخواص المفهوم والتطبيق عليها.

بعض استراتيجيات تدريس المفهوم

من أهم استراتيجيات تدريس المفهوم الرياضي التي تتكون من التحركات التالية:

(**التعريف – المثال – اللامثال**)، أو (**المثال – التعريف – اللامثال**) .

أو (**المثال – اللامثال – التعريف**). كما يمكن إضافة تحرك الرسم في المفاهيم التي يتطلب تدريسها هذا التحرك. وكذلك يمكن التبرير عند إعطاء المثال واللامثال على المفهوم.

وفيما يلي عرض لخطة درس موضح فيها الخطوات (التحركات) لتدريس المفهوم:

خطة لدرس يومي لتدريس مفهوم

عنوان الدرس (العدد الزوجي)

الأهداف السلوكية

يتوقع أن يكون التلميذ في نهاية الدرس قادرا على أن:

1- يتوصل لخواص العدد الزوجي.
2- يعرف العدد الزوجي.
3- يعطى مثالاً ولا مثال للعدد الزوجي.
4- يحل مسائل على العدد الزوجي.

عرض الدرس

أ- تحرك استخلاص خواص المفهوم

يعرض المعلم مجموعات الأعداد الآتية:

مجموعة (أ): 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10

مجموعة (ب): 11، 12، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19، 20

مجموعة (جـ): 101، 102، 103، 104، 105، 106، 107، 108، 109، 200

ثم يوجه المعلم مجموعة التساؤلات التالية للتلاميذ بحيث تكون الإجابة عليها التوصل إلى خواص العدد الزوجي:

- استخرج من المجموعات الثلاث الأعداد التي تقبل القسمة على العدد 2
- ما هي أرقام الآحاد في المجموعتين (ب، جـ) للأعداد التي تقبل القسمة على 2؟

سنعرف الأعداد التي تقبل القسمة على 2 بالأعداد الزوجية.

ب- تحرك صياغة التعريف

يطلب المعلم من التلاميذ إعطاء تعريف للعدد الزوجي، وبعد أن يستمع لاستجابتهم يقدم التعريف التالي: هو كل عدد كلى يقبل القسمة على 2.

خواصه: العدد الزوجي رقم آحاده يقبل القسمة على 2، ويرمز لمجموعة الأعداد الزوجية بالرمز (ز) حيث:

ز = {2,4,6,8,...} مجموعة غير منتهية.

جـ- تحرك إعطاء أمثلة ولا أمثلة للمفهوم

- يطلب المعلم من التلاميذ إعطاء أمثلة لأعداد زوجية، مع ذكر السبب.
- يطلب المعلم من التلاميذ إعطاء أمثلة لأعداد غير زوجية، مع ذكر السبب.

مثال (1): ضع دائرة حول العدد الزوجي في مجموعة الأعداد الآتية:

75، 102، 307، 28، 74، 218، 210، 55، 126.

مثال (2): ضع دائرة حول العدد غير الزوجي في مجموعة الأعداد الآتية:

19، 47، 50، 148، 207، 299.

ج- مرحلة التطبيق

تدريب (1): أكمل العدد الناقص في العمليات الآتية ليكون ناتج كل عملية عدداً زوجياً:

1) ..... + 23 = ... 2) ..... − 23 = ...

3) ..... + 22 = ... 4) ..... − 22 = ...

5) ..... × 9 = ... 6) ..... × 7 = ...

7) ..... ÷ 42 = ... 8) ..... ÷ 72 = ...

تدريب (2): أكمل العدد الناقص في العمليات الآتية ليكون الناتج عدداً غير زوجي:

1) ..... + 25 = ... 2) ..... − 25 = ...

3) ..... + 24 = ... 4) ..... − 24 = ...

5) ..... × 5 = ... 6) ..... × 11 = ...

7) ..... ÷ 36 = ... 8) ..... ÷ 45 = ...

ثانياً- تدريس التعميمات الرياضية

التعميم هو: علاقة بين مفهومين أو أكثر. كما يعرف بأنه جملة خبرية تحدد علاقة بين مفهومين أو أكثر.

ويمكن أن يتضح لنا مفهوم التعميم من خلال القرءان الكريم في قوله تعالى:

{.. **إن الصَّلَاةَ تَنْهَى عَنِ الْفَحْشَاء وَالْمُنكَرِ** ...} **سورة العنكبوت/45**. هذا تعميم إيماني ربط بين ثلاثة مفاهيم وهي: الصلاة، والفحشاء، والمنكر، يوضح لنا أهمية الصلاة للمؤمن بأن أداءه للصلاة ينهاه عن ارتكاب الفحشاء والمنكر.

والتعميمات الرياضية عبارات رياضية يتم برهنتها أو استنباطها أو اكتشافها، وبعضها الآخر عبارات مسلم بصحتها مثل : المسلمات.

أنواع التعميمات الرياضية

1) النظريات

مثل: نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية في الثلث = 180°، ونظرية فيثاغورث.

2) القوانين أو القواعد

مثل: قانون توزيع عملية الضرب على الجمع ا (ب + جـ) = ا ب + ا جـ

مساحة المستطيل = الطول × العرض.

حجم المكعب = طول الضلع × نفسه × نفسه = $ل^3$.

3) المسلمات

مثل

- يمكن رسم مستقيم وحيد يصل بين نقطتين مفروضتين.
- إذا أضيفت كميات متساوية لنفس الكمية كانت النواتج متساوية.

أهمية تحليل التعميم

التعميم التالي: كل عدد نسبي يمكن كتابته بصورة كسر عشري منتهه، أو كسر عشري دوري. يتضمن هذا التعميم ثلاثة مفاهيم هي: **عدد نسبي، كسر عشري منتهه، كسر عشري دوري**.

فيجب على المعلم أن يوضح المفاهيم الثلاثة والعلاقة بينها للوصول لهذا التعميم.

- **فالعدد النسبي**: كل عدد يمكن كتابته على صورة كسر بسطه أصغر من مقامه.

مثل: $\frac{3}{4}$، $\frac{2}{5}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{5}{6}$ ... وهكذا. مثل هذه الكسور تسمى أعداداً نسبية أو كسور اعتيادية.

- **تحويل العدد النسبي (الكسر الاعتيادي) إلى كسر عشري**:

$\frac{3}{4} = 0.75$ كسر عشري منتهه .

$\frac{2}{5} = 0.4$ كسر عشري منتهه .

$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ كسر عشري دوري.

$\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$ كسر عشري دوري.

من غير المقبول أن يتعلم التلميذ هذا التعميم إلا إذا كان قد تعلم، واكتسب المفاهيم المكونة له. أي أن المتطلبات السابقة لتعلم التعميمات هي تعلم المفاهيم المكونة لها.

طرق تدريس التعميمات الرياضية

يمكن تدريس التعميمات الرياضية بإحدى الطرق التالية:

- طريقة المحاضرة (الشرح والتفسير).
- طريقة الاكتشاف الاستقرائي.
- طريقة الاكتشاف الاستنباطي.
- طريقة حل المشكلات.

وفيما يلي مراحل (تحركات) تدريس التعميم باستخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي:

مراحل (تحركات) تدريس التعميم باستخدام طريقة الاكتشاف الاستقرائي:

أ- مرحلة التمهيد

وفيها يتم تذكير التلاميذ بالمفاهيم المكونة للتعميم، من خلال توجيه أسئلة إليهم، تكون الإجابة عليها استدعاء تلك المفاهيم.

ب- مرحلة العرض (التقديم)

وفيها يقدم المعلم عددا كافيا من الحالات الخاصة (لا تقل عن ثلاث حالات) التي ينطبق عليها التعميم.

جـ- مرحلة دراسة الحالات الخاصة

وفيها يساعد المعلم التلاميذ، ويوجه نظرهم لكي يكتشفوا تجريدا للعلاقة المشتركة في الحالات الخاصة.

د- مرحلة صياغة التعميم

وفيها يساعد المعلم على صياغة عبارة عامة تمثل تجريدا للعلاقة المشتركة في الحالات الخاصة.

هـ- مرحلة التطبيق

وفيها يختبر التلاميذ صحة ما توصلوا إليه من تعميم، عن طريق التأكد من أنه صادق على حالات أخرى مشابهة. أي حل تدريبات أو مسائل يتطلب حلها استخدام التعميم.

وفيما يلي خطة درس لتعليم تعميم باستخدام التحركات السابقة:

خطة لتدريس درس باستخدام تحركات طريقة الاكتشاف الاستقرائي:

التعميم: (أي عدد زوجي أكبر من أو يساوي 4 يمكن كتابته كمجموع عددين أوليين)

تحليل محتوى التعميم: العدد الزوجي، العدد الأولي، مكونات العدد الكلي.

الأهداف السلوكية للدرس: يتوقع في نهاية الدرس أن يكون التلميذ قادرا على أن:

1- يستقرئ التعميم.

2- يذكر الصياغة اللفظية للتعميم.

3- يحل مسائل على التعميم.

الطريقة التدريسية: الاكتشاف الاستقرائي

عرض الدرس

1- مرحلة التمهيد: وفيها يوجه المعلم التساؤلات التالية للتلاميذ:

- عرف العدد الزوجي، مع إعطاء أمثلة.
- عرف العدد الأولي، مع إعطاء أمثلة.
- اكتب مكونات الأعداد التالية: 4، 5، 6.

2- مرحلة العرض: يقدم المعلم الحالات الخاصة التالية على السبورة:

$2 + 2 = 4$ $\qquad$ $3 + 3 = 6$

$5 + 3 = 8$ $\qquad$ $5 + 5 = 7 + 3 = 10$

$7 + 5 = 12$ $\qquad$ $7 + 7 = 11 + 3 = 14$

3- مرحلة دراسة الحالات الخاصة: يوجه المعلم للتلاميذ التساؤلات التالية:

- ما هي الخاصية المشتركة بين الأعداد التي بالطرف الأيمن بالمتساويات السابقة؟
- ما هي الخاصية المشتركة بين العددين المجموعين بالطرف الأيسر بكل متساوية من المتساويات السابقة؟

- ما هي العلاقة التي تربط الخاصية المشتركة للأعداد التي بالطرف الأيمن بالخاصية المشتركة للعددين بالطرف الأيسر بالمتساويات السابقة؟
- ومن ثم تكون مناقشة إجابات التلاميذ تجريدا للتعميم.

4- مرحلة صياغة التعميم: وفيها يطلب المعلم من التلاميذ أن يصاغ التعميم لفظياً في جملة خبرية، وبعد أن يستمع إلى إجاباتهم مع تصحيح استجاباتهم يقدم الصياغة الصحيحة التالية:

"كل عدد زوجي أكبر من أو يساوي أربعة يساوى مجموع عددين أوليين"

5- مرحلة التطبيق: يقدم المعلم التدريبات الآتية، ثم يناقش حلها مع التلاميذ.

تدريب: اكتب مكونات الأعداد التالية، ثم استخلص منها ما ينطبق على التعميم:

18، 20، 24، 28.

ثالثاً – تدريس المهارات الرياضية

تشكل الخوارزميات والمهارات التصنيف الثالث من تصنيفات المعرفة الرياضية بعد المفاهيم والتعميمات، ويهتم هذا النوع من المعرفة بتدريب التلاميذ على الأعمال التي تتطلب منهم تنفيذ طرق محددة أو إجراء معين، مثل:

- إجراء عملية القسمة المطولة، رسم مستطيل، استخدام حاسبة الجيب ... وهكذا.

ويتضح لنا مفهوم المهارة في القرآن الكريم في قوله تعالى:

"فَفَهَّمْنَاهَا سُلَيْمَأن وَكُلّاً آتَيْنَا حُكْماً وَعِلْماً وَسَخَّرْنَا مَعَ دَاوُودَ الْجِبَالَ يُسَبِّحْنَ وَالطَّيْرَ وَكُنَّا فَاعِلِينَ وَعَلَّمْنَاهُ صَنْعَةَ لَبُوسٍ لَّكُمْ لِتُحْصِنَكُم مِّن بَأْسِكُمْ فَهَلْ أنتُمْ شَاكِرُونَ" سورة الأنبياء/79–80.

وكذلك في قوله تعالى:

"وَأُوحِيَ إِلى نُوحٍ أنهُ لَن يُؤْمِنَ مِن قَوْمِكَ إِلاَّ مَن قَدْ آمَنَ فَلاَ تَبْتَئِسْ بِمَا كَانواْ يَفْعَلُونَ {36} وَاصْنَعِ الْفُلْكَ بِأَعْيُنِنَا وَوَحْيِنَا وَلاَ تُخَاطِبْنِي فِي الَّذِينَ ظَلَمُواْ أنهُم مُّغْرَقُونَ {37} وَيَصْنَعُ الْفُلْكَ وَكُلَّمَا مَرَّ عَلَيْهِ مَلأٌ مِّن قَوْمِهِ سَخِرُواْ مِنْهُ قَالَ إن تَسْخَرُواْ مِنَّا فَإنا نَسْخَرُ مِنكُمْ كَمَا تَسْخَرُونَ {38}" سورة هود.

تعريف الخوارزمية: هي الطريقة الروتينية للقيام بعمل ما، من خلال تنفيذ الخطوات بشكل متسلسل. مثل قيادة السيارة.

تعريف المهارة: هي القدرة على إجراء الخوارزمية بسرعة ودقة وإتقان.

أوهى أي شيء تعلمه الفرد ليؤديه بسرعة ودقة وإتقان، وقد يكون ذلك أداءّ عضلياً أو ذهنياً، أو هما معا.

أهمية اكتساب المهارات الرياضية

أهمية اكتساب المهارات الرياضية تتلخص في النقاط التالية (فريد أبو زينة، 1990: 183):

1- اكتساب المهارة يساعد المتعلم على فهم الأفكار والمفاهيم الرياضية فهماً واعياً.
2- اكتساب المهارة يسهل أداء كثير من الأعمال الحياتية واليومية للفرد.
3- القيام بالمهارات واكتسابها يزيد من معرفة المتعلم وإلمامه بخصائص الأعداد والعمليات المختلفة عليها.

التدريب على أداء المهارات

لكي يكون التلميذ قادراً على القيام بعمل ما بسرعة ودقة، فإنه يحتاج إلى التدريب، ولذلك على المعلم عند تعليمه المهارات أن يمنح التلاميذ الفرصة الكافية للتدريب، ويزودهم بالتعليمات والتوجيهات التي ترشدهم وتوجه عملهم.

ولكي يكون التدريب فعالاً، يجب الأخذ بعين الاعتبار الأمور التالية (فريد أبو زينة، 1990: 187-189):

1- التعزيز

من المعلوم أن مكافأة الفرد على سلوك ما، واستجابته بشكل معين يجعل في الغالب، ذلك السلوك يظهر ثانية في ظروف مشابهة، ولقد حدد علماء النفس الأمور التالية التي يجب الالتزام بها حتى يكون التعزيز فعالاً:

- في المراحل الأولى للتعليم، تعزز جميع الاستجابات الصحيحة.
- يجب أن يأتي التعزيز بعد ظهور السلوك المطلوب مباشرة.
- يجب أن يقترن التعزيز بالسلوك المرغوب فيه ويرتبط به.
- لا يعزز السلوك غير المرغوب فيه.

2- التغذية الراجعة

هي تزويد المتعلم بما وصل إليه، فيقارن بين أدائه الحقيقي والأداء القياسي للمهارة، وتزويد المتعلم بالمعلومات الصحيحة تمكنه من تحسين أدائه، وتوصله للهدف النهائي، ولذا فهي تعمل كمعزز للسلوك فيجب أن تأتي بعد الأداء مباشرة.

3- التنوع في التدريب وأن يكون على فترات

التدريب الذي يستمر بنفس الأسلوب يؤدى إلى الملل، فيجب على المعلم أن يعمل على التنوع في الأسئلة التي تتناول التدريبات والتطبيقات الحياتية، وأن توزع على فترات، مع مراعاة مقدار التدريب في كل مرة.

خطوات (تحركات) تدريس المهارة

على المعلم عند تدريس المهارة الرياضية القيام بمجموعة التحركات التالية (فريد أبو زينة،1990):

أ- مرحلة التمهيد لتقديم المهارة

يوضح المعلم مدى ارتباط المهارة الجديدة بمهارات قد تم تعلمها سابقاً، ويقدم المعلم في هذا التحرك سلسلة الخطوات التي سيتبعها المتعلم، ويكون قادراً على القيام بها بعد التدريب عليها.

ب- مرحلة التفسير

يقوم المعلم بتوضيح الخطوات التي تتكون منها المهارة بلغة أوضح، مما يسهل على المتعلم القيام بالمهارة.

جـ- مرحلة التبرير

يقدم المعلم الأدلة والإثباتات على صحة المبادئ التي تقوم عليها كل خطوة من خطوات إجراء المهارة

د- مرحلة التدريب

يكلف المعلم التلاميذ بمجموعة من الأنشطة والتدريبات والمسائل على المهارة حتى يصل التلميذ إلى مستوى الإتقان للمهارة.

يمكن تدريس المهارة من خلال استراتيجيتين هما:

أ- استراتيجية تدريس المهارة على أجزاء

وفيها يقوم المعلم بتقسيم المهارة إلى أجزاء ويدرب التلاميذ على كل جزء على حده.

مثال: ارسم متوازي الأضلاع ا ب جـ د، فيه ا ب = 5 سم، ب جـ = 3 سم ق (< ب) = 70°.

ب- استراتيجية تدريس المهارة بشكل كلي

في هذه الاستراتيجية يقوم المعلم بتدريب التلاميذ على المهارة مرة واحدة دون تجزئة.

مثل: إيجاد ناتج ضرب 21 في 4. باستخدام الطريقة الرأسية.

تدريب (1): ارسم الزاوية ا ب جـ ، ثم نصف الزاوية باستخدام الفرجار والمسطرة.

تدريب (2): اقسم 20375 على 5 بدون استخدام الحاسبة.

تدريب (3): حل المعادلة: 3 س + 7 = س - 15.

رابعاً – تدريس حل المشكلات الرياضية

اهتم التربويون في مجال الرياضيات بدراسة وتحليل حل المشكلة الرياضية، لأن القدرة على حلها تعتبر من أهم المهارات التي يجب أن يتقنها التلميذ.

ويمكن أن يتضح لنا مفهوم المشكلة من القرآن الكريم في قوله تعالى:

"يُوصِيكُمُ اللّهُ فِي أَوْلاَدِكُمْ لِلذَّكَرِ مِثْلُ حَظِّ الأنثَيَيْنِ فَإن كُنَّ نِسَاء فَوْقَ اثْنَتَيْنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا تَرَكَ وَإن كَأنتْ وَاحِدَةً فَلَهَا النِّصْفُ وَلأَبَوَيْهِ لِكُلِّ وَاحِدٍ مِّنْهُمَا السُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إن كان لَهُ وَلَدٌ فإن لَّمْ يَكُن لَّهُ وَلَدٌ وَوَرِثَهُ أَبَوَاهُ فَلأُمِّهِ الثُّلُثُ فإن كَأن لَهُ إِخْوَةٌ فَلأُمِّهِ السُّدُسُ مِن بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصِي بِهَا أَوْ دَيْنٍ آبَآؤُكُمْ وَأَبناؤُكُمْ لاَ تَدْرُونَ أَيُّهُمْ أَقْرَبُ لَكُمْ نَفْعاً فَرِيضَةً مِّنَ اللّهِ إن اللّهَ كَأن عَلِيما حَكِيماً{11}" سورة النساء.

تعريف المشكلة الرياضية: هي موقف رياضي أو حياتي جديد يتعرض له الفرد، ولا يوجد لديه حل جاهز في حينه. فيفكر في حله ويستخدم ما تعلمه سابقا ليتمكن من حله.

حل المشكلة الرياضية: هو عملية قبول تحد، والعمل على التغلب عليه.

أهمية حل المشكلات الرياضية

- يمكن بواسطتها تعلم مفاهيم جديدة.
- حل المشكلات ذات معنى للتدريب على المهارات الحسابية.
- نكتشف معارف جديدة من خلال حل المشكلات.
- حل المشكلات تنمي لدى الفرد القدرة على التفكير.

الصعوبات التي تواجه التلاميذ في حل المشكلات

- عدم التمكن من مهارة القراءة .
- عدم القدرة على فهم المشكلة.
- عدم التمكن من المبادئ والقوانين والمفاهيم والعمليات ومعاني بعض المصطلحات الرياضية.
- عدم القدرة على التفكير في حل المشكلة.
- ضعف القدرة على التخمين والتقدير من أجل الحصول على جواب سريع.

تنمية قدرة التلاميذ على حل المشكلات الرياضية

- مساعدة التلاميذ على فهم المشكلة.
- تشجيع التلاميذ على التعبير عن المشكلة بأسلوبهم الخاص، وتوضيحها بأشكال، أو تمثيلها أو إنشاء نموذج رياضي لها.
- مساعدة التلاميذ من خلال توجيه الأسئلة لاستحضار المعلومات اللازمة للحل.
- تشجيع التلاميذ على الحل بأكثر من طريقة واحدة.
- تشجيع التلاميذ على الاستقراء والاستنباط واختبار صحة الفروض.

التمرين الرياضي

التمرين يختلف عن المشكلة حيث يقصد به موقف رياضي يقدم للتلميذ بهدف أن يتدرب من خلاله على تطبيق بعض المفاهيم أو التعميمات أو الأفكار الرياضية، واكتساب بعض المهارات أو الإجراءات أو الطرق التي تساعده على حل هذا الموقف أو مواقف أخرى مشابهة بطريقة سريعة وفورية.

محاور تدريس حل المشكلة

إن تدريس حل المشكلة يرتكز على ثلاثة محاور هي (السيد مدين، 1993:177-178):

أ- **التدريس من أجل حل المشكلة:** Teaching for problem solving

وفيه يكون دور المعلم متمثلا في التركيز على اكتساب المتعلم المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية اللازمة لحل المشكلة.

ب- **التدريس عن حل المشكلة:** Teaching about problem solving

وفيه يركز المعلم على تدريب المتعلم على إجراءات واستراتيجيات تمكنهم من حل المشكلات الرياضية.

جـ- **التدريس عن طريق حل المشكلات:**Teaching via problem solving

وفيه يهتم المعلم بعرض محتوى الرياضيات في سياق مشكلات يمكن حلها.

يتضح من هذا التصنيف أن النموذج الأول الهدف من استخدامه هو ناتج الحل، حيث يكون الاهتمام فيه إكساب المتعلم المعلومات اللازمة للحل، وهذه المعلومات ضرورية ولكنها ليست كافية لحل المشكلة، وقد يترتب على التدريس من أجل حل المشكلة أن يهتم المتعلمون بحفظ حلول المشكلات، ومن ثم يجدون صعوبة كبيرة في حل مشكلات جديدة لم

تواجههم من قبل. أما النموذج الثاني ينصب الهدف منه على عملية الحل، حيث يكون الاهتمام بتدريب المتعلمين على العمليات والاستراتيجيات التي تساعدهم على الوصول الى الحل. ولكن هذا الأمر يلزمه المعرفة بالمفاهيم والحقائق والتعميمات اللازمة لذلك.

أما النموذج الثالث فيكون الهدف منه منصبا على الاهتمام بحل المشكلة بكونها مهارة أساسية من خلال تقديم محتوى الرياضيات في صورة مشكلات وهذا أمر مهم، ولكن يلزمه المعلومات الرياضية من مفاهيم وحقائق وتعميمات وتدريب على استراتيجيات لحل المشكلة.

وبناء عليه يجب أن تتكامل النماذج الثلاثة في النظرة لعملية تدريس حل المشكلة الرياضية.

نماذج تدريس حل المشكلة الرياضية

يتضح مما سبق أن للمعلم دوراً أساسياً في عملية تدريس حل المشكلات الرياضية، ويتمثل هذا الدور في اختياره للمشكلات المناسبة، وإتاحة الفرص المناسبة للمتعلمين للتدريب على خطوات وأساليب التفكير التي تمكنهم من حل المشكلات، وأيضا إتاحة الفرص لهم بالحوار والمناقشة وحل المشكلات بأنفسهم، مما يترتب عليه تحسن قدرات المتعلمين على حل المشكلات التي تواجههم. وفيما يلي نماذج تنمي قدرات المتعلمين على حل المشكلات:

أولا– نموذج بوليا: Polya

قدم العالم الرياضي المشهور "جورج بوليا George Polya" في عام 1971 أربع خطوات أساسية لعملية حل المشكلات، وتتضمن كل خطوة مجموعة من الأسئلة التي

يوجهها المعلم للمتعلمين بهدف مساعدتهم على إنجاز كل خطوة – ويمكن تلخيص تلك الخطوات فيما يلي:

الخطوة الأولى: فهم المشكلة

وفيها يوجه المعلم للمتعلمين مجموعة من الأسئلة التي تساعدهم على فهم المشكلة مثل:

- هل يمكنك توضيح المشكلة بأسلوبك الخاص؟
- ما المعطيات؟
- ما المطلوب؟
- هل يمكن إيجاد علاقة بين المعطيات والمطلوب؟

الخطوة الثانية: التفكير في وضع خطة للحل

وفيها يوجه المعلم للمتعلمين مجموعة من الأسئلة التي تساعدهم على وضع تصور لخطة الحل مثل:

- هل رأيت مشكلة مماثلة لتلك المشكلة؟
- هل تحتاج الى تمثيل رياضي(جدولي- بياني- جبري- هندسي- مخطط توضيحي) لتمثيل علاقات المشكلة.
- هل يمكنك استخلاص نموذج أو قانون أو نمط رياضي يعكس علاقات المشكلة؟
- هل تعرف نظرية أو قانوناً أو معادلة يمكن استخدامها للوصول للحل؟

الخطوة الثالثة: تنفيذ الخطة

وفيها يوجه المعلم للمتعلمين أسئلة مثل:

- هل استخدمت في خطة الحل كل المعطيات ؟
- هل راعيت كل الشروط؟
- هل توصلت لكل العلاقات بين عناصر المشكلة؟
- هل ترغب في تعديل الخطة؟
- هل ترغب في تغيير استراتيجية الحل؟

الخطوة الرابعة: مراجعة الحل

وفيها يوجه المعلم للمتعلمين أسئلة تساعدهم على التحقق من صحة الحل وتقويمه مثل:

- هل الحل الذي توصلت إليه يحقق كل شروط المشكلة؟
- هل توجد حلول بديلة أخرى بخلاف هذا الحل؟
- هل يمكنك استنتاج قاعدة عامة يمكن تطبيقها في مواقف أخرى؟
- هل يمكنك الاستفادة من هذه الطريقة في حل مشكلات أخرى؟

حل مشكلات باستخدام نموذج "بوليا"

مشكلة[1]:

أوجد مجموع الأعداد الصحيحة المتتالية من 1 إلي 100 بدون استخدام حاسبة الجيب.

خطوات حل المشكلة باستخدام نموذج بوليا:

الخطوة الأولى: فهم المشكلة

م: ما المعطيات؟ وما المطلوب؟

ط: المعطيات: الأعداد الصحيحة 1، 2، 3، 4، ...، 97، 98، 99، 100.

المطلــوب: إيجــاد المجمــوع: 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 97 + 98 + 99 + 100. بــدون استخدام الحاسبة.

الخطوة التالية: التفكير في وضع خطة للحل

م: نحاول التوصل لنمط نستخدمه لحل المشكلة، وذلك من خلال تبسيط عملية الجمع فمثلا:

$1 + 2 + 3 = 6$ (1) وبعكس ترتيب الأعداد

$3 + 2 + 1 = 6$ (2) بجمع (1)، (2) ماذا نستنتج؟

$(1 + 3) + (2+2) + (3 + 1) = (6 + 6)$

$4 + 4 + 4 = 6 \times 2$ (3)

$4 \times 3 = 6 \times 2$ (4) بالقسمة على 2 يتحقق المجموع

بإضافة 4 وتكرار نفس الخطوات ماذا نحصل؟

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$ (1)

$4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (2)

$(1 + 4) + (2 + 3) + (3 + 2) + (4 + 1) = 10 \times 2$ (3)

$5 + 5 + 5 + 5 = 10 \times 2$

$4 \times 5 = 10 \times 2$ (4) بالقسمة على 2 يتحقق المجموع

بتكرار نفس الخطوات بإضافة العدد 5 للمجموع:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$

$(1 + 5) + (2 + 4) + (3 + 3) + (4 + 2) + (5 + 1) = (15 + 15)$

$5 \times 6 = 15 \times 2$ بالقسمة على 2 يتحقق المجموع المطلوب

م: هل يمكننا تعميم هذا النمط في الوصول لإيجاد المجموع المطلوب؟

ط: نعم.

م: حاول بنفسك.

الخطوة الثالثة: تنفيذ الخطة: ينفذ الطلاب الخطوات التالية استقراء مما سبق:

مجـ = 100 + 99 + 98 + 97 + ... + 4 + 3 + 2 + 1

مجـ = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 79 + 98 + 99 + 100

2 × مجـ = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + ... + (98 + 3) + (99 + 2) + (100 + 1)

2 × مجـ = 101 + 101 + 101 + ... + 101 + 101 + 101

2 × مجـ = 101 × 100 بالقسمة على 2 يتحقق المطلوب

$$\text{مجـ} = \frac{101\times100}{2}$$

مجـ = 101 × 50 = 5050

الخطوة الرابعة: مراجعة خطة الحل:

م: اختبر صحة الطريقة التي توصلت إليها بإيجاد مجموع الستة أعداد الأول:

ط: $1 + 2 + 3 + 5 + 6 = \frac{(1+6)\times6}{2} = 3 \times 7 = 21$.

م: هل يمكننا التوصل الى تعميم لإيجاد مجموع ن حدا بدء من العدد 1؟

أي إيجاد تعميم للمجموع: 1 + 2 + 3 + ... +ن

ط: $\boxed{1 + 2 + 3 + ... + \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)}{2}}$

تدريب: اوجد باستخدام التعميم السابق مجموع مما يلي بدون استخدام الحاسبة:

أ- 1 + 2 + 3 + ... + 55.

ب- 1 + 2 + 3 + ... + 200.

ج- 1 + 2 + 3 + ... + (ن + 1).

مشكلة[2]

ثمن تذكرة دخول السرك للطفل 6 دنانير، وهذا الثمن يساوي $\frac{3}{4}$ ثمن تذكرة الشباب. احسب ثمن تذكرة الشباب.

خطوات تدريس حل المشكلة وفقا لنموذج بوليا

1- فهم المشكلة

م: ما المعطيات؟

ط: ثمن تذكرة الطفل= 6 دنانير.

ثمن تذكرة الطفل= $\frac{3}{4}$ ثمن تذكرة الشباب.

م: ما المطلوب؟

ط: حساب ثمن تذكرة الشباب.

2- التفكير في وضع خطة للحل

م:هل يمكن تمثيل بيانات المشكلة بتمثيل رياضي؟

ط: نرسم مستطيلاً مساحته تمثل ثمن تذكرة الشباب، ومستطيلاً آخر مساحته تمثل ثمن تذكرة الطفل، بحيث تكون مساحة مستطيل الطفل = $\frac{3}{4}$ مساحة مستطيل الشباب. وبذلك يمكننا إيجاد ثمن تذكرة الشباب.

3- تنفيذ الخطة

م: يطلب المعلم من المتعلمين تنفيذ خطة الحل.

ط$_1$: يتوقع أن ينفذ الطلاب الآتي:

ثمن تذكرة الشباب = 8 دينارا.

6 وحدات مربعة			
2	2	2	2

4- مراجعة خطة الحل

م: تحقق من صحة الحل.

ط: $\frac{\text{ثمن تذكرة الطفل}}{\text{ثمن تذكرة الشباب}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ، ∴ ثمن تذكرة الطفل = $\frac{3}{4}$ ثمن تذكرة الشباب.

م: هل توجد طرق أخرى للحل.

ط2: ∵ $\frac{\text{ثمن تذكرة الطفل}}{\text{ثمن تذكرة الشباب}} = \frac{3}{4}$ ، بالتعويض في هذه العلاقة عن ثمن تذكرة الطفل، يمكننا إيجاد ثمن تذكرة الشباب (باستخدام خاصية حاصل ضرب الطرفين= حاصل ضرب الوسطين).

ط3: ثمن تذكرة الطفل : ثمن تذكرة الشباب

4 : 3

؟ : 6 دينار

ثمن تذكرة الشباب = $\frac{4\times6}{3}$ = 8 دينار.

ثانيا– نموذج جون ديوي: John Dewey

اقترح "ديوي" خمس خطوات لتدريس حل المشكلة بهدف تنمية مهارات الحل، وسوف نضيف خطوة سادسة لأهميتها، وفيما يلي تلك الخطوات:

الخطوة الأولى: تقديم (عرض)المشكلة

وفيها يقدم المعلم للطلاب المشكلة، والمعلومات الضرورية لحلها.

الخطوة الثانية: تحديد المشكلة

وفيها يحدد الطلاب المشكلة بلغتهم الخاصة، كي يتعودوا على صياغة المشكلات بلغة واضحة وسليمة، ومن المفيد أن يطلب من الطلاب وضع خطوط تحت الكلمات الهامة في المشكلة والتأكد من استيعابهم معناها، وتحديد المعطيات والمطلوب.

الخطوة الثالثة: اقتراح الفروض المناسبة للحل

الفرض هو حل مؤقت للمشكلة إما أن يكون صحيحا وإما أن يكون خطأ. وفيها يتيح المعلم للطلاب الفرصة لتوليد أكبر عدد من الفروض المناسبة للحل باستخدام أسلوب العصف الذهني.

الخطوة الرابعة: اختبار الفروض

وفيها يتم تحليل واختبار الفروض المقترحة، واستبعاد غير المناسب منها للحل، والإبقاء على الفروض التي تقود إلى الحل.

الخطوة الخامسة: اختيار صحة الفروض للحل

وفيها يطلب المعلم من الطلاب استخدام أفضل وأيسر الفروض كل من وجهة نظره.

الخطوة السادسة: التعميم

ينبغي أن يدرك المعلم أن النتائج التي نحصل عليها من اختبار الفروض، لا تقتصر قيمتها على حل المشكلة التي نحن نواجهها فحسب، ولكنها تساعد أيضا في حل مواقف أخرى جديدة قد تواجه الطلاب.

حل مشكلات باستخدام نموذج "جون ديوي"

مشكلة[1]

ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، أسقط من الرأس ب العمود ب د على ا جـ قطعه في نقطة د، ب د = 12سم، ا د = 9 سم، احسب طول جـ د.

خطوات الحل وفقا لنموذج "ديوي"

الخطوة الأولى: تقديم المشكلة

يقدم المعلم المشكلة كما هي مصاغة لفظيا إلى الطلاب.

الخطوة الثانية: تحديد المشكلة

م:يطلب المعلم من الطلاب رسماً هندسياً للمشكلة، وتوضيح البيانات على الرسم.

ط: يتوقع من الطلاب تنفيذ الإجراء الآتي:

م: ما المعطيات؟

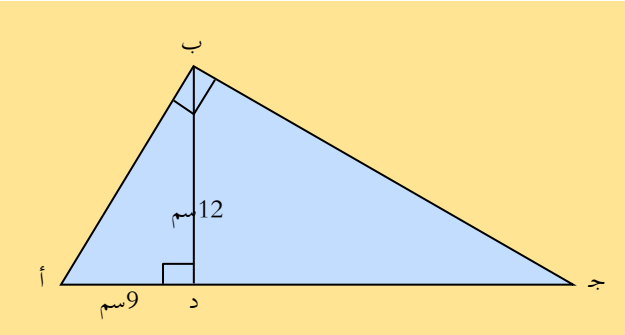
ط: ق (< ب) = 90°.

$\overline{ب د} \perp \overline{ا جـ}$.

ب د = 12 سم، أ د= 9سم.

م: ما المطلوب؟

ط: إيجاد طول جـ د.



شكل 6-1 تمثيل هندسي للمشكل

الخطوة الثالثة: اقتراح الفروض المناسبة للحل

م: ما الأفكار المناسبة لإيجاد المطلوب بمعلومية المعطيات؟

ط1: الفرض الأول: Δ ا ب د ~ Δ ا ب جـ ، فتكون الأضلاع المتناظرة متناسبة، وبذلك يمكن إيجاد المطلوب.

ط2: الفرض الثاني: Δ ا ب د ~ Δ د ب جـ، فيمكن إيجاد المطلوب من تناسب الأضلاع المتناظرة.

ط3: **الفرض الثالث**: Δ ا ب د ~ Δ د ب جـ، فالنسبة بين مساحتيهما كالنسبة بين مربعي ضلعين متناظرين.

ط4: **الفرض الرابع**: Δ ب جـ د ~ Δ ا ب جـ ، وبنفس الكيفية في الفرضين السابقين نوجد المطلوب.

ط5: **الفرض الخامس**: ق(< جـ) في Δ ب جـ د = ق(< ا ب د) في Δ ا ب د فتكون: ظاجـ = ظا(< ا ب د) ، وبذلك يمكن إيجاد المطلوب.

ط6: **الفرض السادس**: نفرض أن جـ د = س سم، ب جـ= ص سم ، وباستخدام نظرية فيثاغورث نحصل على معادلتين من الدرجة الثانية وبحلهما نوجد المطلوب.

ط7: **الفرض السابع**: باعتبار أن المستقيمين $\overleftrightarrow{ا جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ منطبقان على محوري الإحداثيين المتعامدين، وسنرمز للمستقيم $\overleftrightarrow{ا ب}$ بالرمز ل1 ، وميله م1، ومتجه اتجاهه ى1. والمستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ بالرمز ل2، وميله م2، ومتجه اتجاهه ى2 وهما مستقيمان متعامدان، فيمكن استخدام القانون: طاهـ بمعلومية م1، م2 أو ى1 ٠ ى2 = 0.

ط8: **الفرض الثامن**: باعتبار أن المستقيمين $\overleftrightarrow{ا جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ منطبقان على محوري الإحداثيين المتعامدين، وبفرض إحداثي أ (−9، 0) ، ب = (0، 12) ، جـ = (س، 0) ، $\overleftarrow{ب ا}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ فيكون $\overleftrightarrow{ب ا}$ ٠ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = 0 ، وبذلك يمكننا تعيين المطلوب.

ط9: **الفرض التاسع**: نعين معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{جـ ب}$ ، ثم نعين نقطة تقاطعه مع محور السينات، ومن ثم نعين طول $\overline{جـ د}$.

ط10: **الفرض العاشر**: ∵ ق (< جـ د ب) = 90°، ∴ Δ ب د جـ تمر برؤوسه دائرة، $\overline{ب جـ}$ قطر فيها، يمكن أن نصل إلى الحل من خلال هذا الفرض .

$ط_{11}$: **الفـرض الحـادي العاشـر**: نوجـد صـورة Δ ا ب جـ بالانعكـاس علـى المسـتقيم $\overleftrightarrow{ا جـ}$، باستخدام خواص الانعكاس يمكن إيجاد المطلوب.

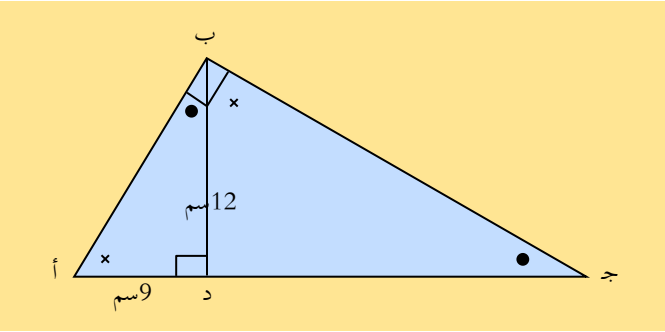
$ط_{12}$: **الفرض الثاني عشر**: ننصف $\overline{ا جـ}$ في نقطة هـ، ونصل ب هـ.

$ط_{13}$: **الفـرض الثالـث عشـر**: نمثل المشكلة عمليا باستخدام الأدوات الهندسية، وبالقياس يمكن تعيين طول جـ د.

الخطوة الرابعة: اختبار الفروض

1- مناقشة صحة الفرض الأول

م: يطلب المعلم من أحد الطلاب أن يشابه المثلثين.



شكل 6-2 تمثيل هندسي آخر للمشكل

ط: Δ ا ب د ، Δ ا ب جـ فيهما:
- ق (< أ) مشتركة
- ق (< أ د ب) = ق (< ب) = 90°

∴ ق (< أ ب د) = ق (< جـ)

∴ Δ ا ب جـ ~ Δ ا د ب وينتج من التشابه أن $\frac{\text{اب}}{\text{اد}} = \frac{\text{اجـ}}{\text{اب}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د ب}}$.

∴ $\boxed{(\text{ا ب})^2 = \text{ا د} \times \text{ا جـ}}$ ⟵ (تعميم 1)

ولكن $(\text{ا ب})^2 = 81 + 144 = 225$ نظرية فيثاغورث. بالتعويض في (1)

$225 = 9 \times \text{ا جـ}$ ∴ اجـ = 25 سم، ∴ د جـ = 25 − 9 = 16 سم.

م: ∴ الفرض الأول صحيح ومقبول للحل.

2- مناقشة: الفرض الثاني

م: يطلب المعلم من أحد الطلاب أن يشابه المثلثين.

ط: Δ ا ب د ، Δ د ب جـ فيهما: $\begin{cases} \text{ق}(< \text{جـ}) = \text{ق}(< \text{أ ب د}) \\ \text{ق}(< \text{أ د ب}) = \text{ق}(< \text{جـ د ب}) = 90° \end{cases}$

∴ ق(< أ) = ق(< جـ ب د)

Δ ا ب د ~ Δ ب جـ د وينتج من التشابه أن $\frac{\text{اب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{اد}}{\text{ب د}} = \frac{\text{ب د}}{\text{جـ د}}$.

∴ $\boxed{(\text{ب د})^2 = \text{ا د} \times \text{جـ د}}$ ⟵ (تعميم 2) بالتعويض

$(12)^2 = 9 \times \text{جـ د}$ ∴ جـ د = 16سم.

م: أيضا الفرض الثاني مقبول للحل.

3- مناقشة: الفرض الثالث

م: بين كيف يمكن استخدام هذا الفرض للوصول إلى الحل

ط: ∵ Δ ا ب د ~ Δ ب جـ د ∴ $\frac{\text{مساحة } \Delta \text{ ا ب د}}{\text{مساحة } \Delta \text{ ب جـ د}} = \frac{(\text{أ د})^2}{(\text{ب د})^2}$ (نظرية)

∴ $\frac{54}{\text{مساحة }\Delta\text{ب جـ د}} = \frac{81}{144}$ ∴ مساحة Δ ب جـ د = $\frac{144\times54}{81}$ = 96 سم^2

∵ مساحة Δ ب جـ د = $\frac{1}{2}$ جـ د × 12 = 6 جـ د ∴ 6 جـ د = 96 ∴ جـ د = 16 سم.

م: هذا فرض مقبولا للحل.

4- مناقشة الفرض الرابع

بنفس الكيفية يتم مناقشة فكرة الحل، ويصل الطلاب إلى أن: Δ ب جـ د ~ Δ ا جـ ب

وينتج أن: $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ا جـ}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{ب د}}{\text{ا ب}}$.

∴ $\boxed{(\text{ب جـ})^2 = \text{ا جـ} \times \text{جـ د}.}$ ⟵ (تعميم 3)

م: هذه المتساوية تحتوي على مجهولين: ب جـ، جـ د، وبالتالي لا يمكن إيجاد المطلوب

∴ هذا الفرض يستبعد، ولكن توصلنا من خلاله لتعميم يمكن استخدامه في حل مواقف أخرى.

5- مناقشة: الفرض الخامس

م: بين كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام هذا الفرض.

ط: Δ ب جـ د، Δ ب ا د قائما الزاوية ، وفيهما ق(< جـ) = ق(< ا ب د)

∴ ظا جـ = ظا(< ا ب د) ∴ $\frac{\text{ب د}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{ا د}}{\text{ب د}}$ ∴ $\frac{12}{\text{جـ د}} = \frac{9}{12}$ ، ومنها ينتج المطلوب.

م: ∴ الفرض الرابع صحيح ومقبول لإيجاد الحل.

6- مناقشة: الفرض السادس

م: من الفرض، بأن جـ د = س سم، ب جـ = ص سم، كيف نعين س، ص؟

ط: $ص^2 = س^2 + 144$ ـــــــــ (1) في Δ جـ د ب .

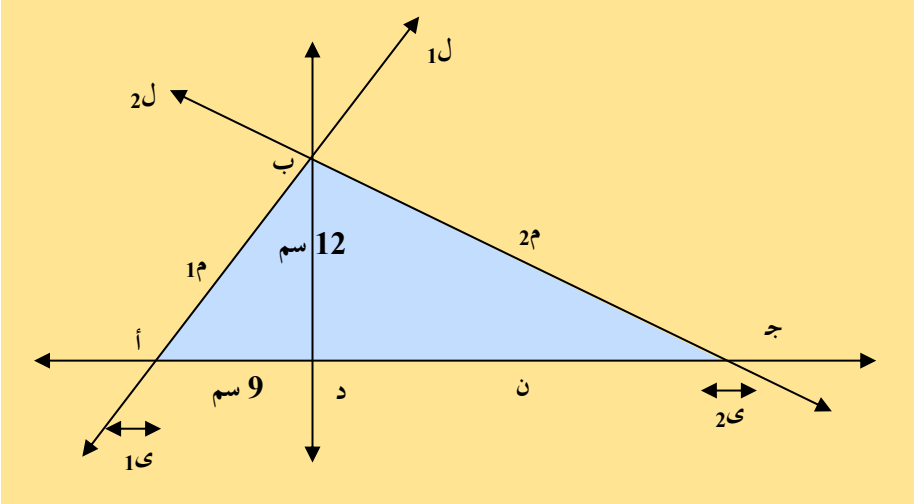
$(س + 9)^2 = ص^2 + 225$ ـــــــــ (2) في Δ ا ب جـ بالتعويض من (1) في (2)

$س^2 + 18 س + 81 = س^2 + 144 + 225$.

$18 س = 369 - 81$ ∴ $18 س = 288$ ∴ س = 16 ∴ جـ د = 16 سم.

م: هذا الفرض مقبول للحل.

7- مناقشة: الفرض السابع



شكل 6-3 تمثيل هندسي للمشكل

م: عين م1، م2.

ط: $م_1 = ظا ا = \frac{4}{3}$ ∴ $ي_1 = (3، 4)$

$م_2 = -ظا (<ب جـ د) = -\frac{12}{ن}$ ∴ $ي_2 = (ن، -12)$

∵ ل$_1$ ⊥ ل$_2$ ∴ تي$_1$ ∘ تي$_2$ = 0.

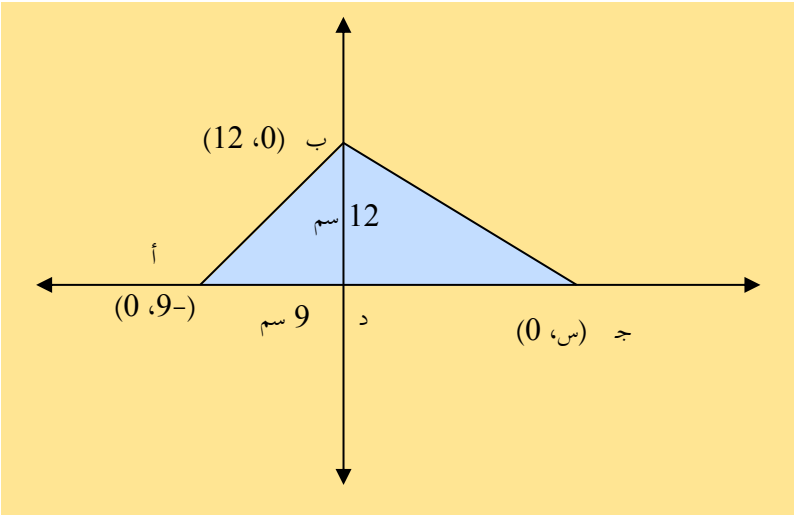
(3، 4) ∘ (ن، − 12) = 0

3ن − 48 = 0 ∴ ن = $\frac{48}{3}$ = 16 ∴ حـ د = 16 سم.

أو يمكن استخدام القانون: ظا هـ = (م$_1$ − م$_2$) ÷ (1 + م$_1$ م$_2$).

م: هذا الفرض مقبول للحل.

8- مناقشة: الفرض الثامن



شكل 6-4 تمثيل هندسي للمشكل

$\overleftarrow{ب ا}$ = (−9، 0) − (0، 12) = (−9، −12)

$\overleftarrow{ب جـ}$ = (س، 0) − (0، 12) = (س، −12)

∵ $\overleftarrow{ب ا}$ ⊥ $\overleftarrow{ب جـ}$

$\overleftarrow{ا ب}$ ⊥ $\overleftarrow{ب جـ}$ ∴

$(-9، -12) \cdot (س، -12) = 0$

$-9 س + 144 = 0$ ∴ $س = 16$ ∴ جـ د = 16 سم.

م: هذا الفرض مقبول للحل.

9- مناقشة: الفرض التاسع

م: بين كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام هذا الفرض.

ط: $م_{\overleftrightarrow{ا ب}} = \frac{0-12}{(-9)-0} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$، من شكل 6-4.

ميل جـ ب العمودي على $\overleftrightarrow{ا ب}$ يعطى بالعلاقة : $م_{\overleftrightarrow{ب جـ}} = \frac{-3}{4}$.

معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هي: $\frac{ص-12}{س-0} = \frac{-3}{4}$ ∴ $4 ص - 48 = -3 س$.

∴ $3س + 4 ص = 48$.

لتعيين نقطة تقاطع المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مع محور السينات نضع ص = 0 في معادلته

∴ $3 س = 48$ ∴ $س = \frac{48}{3} = 16$ ∴ جـ د = 16 سم.

10- مناقشة: الفرض العاشر

ط: ∵ ق(∠ ب د جـ) = 90°

في Δ ب جـ د.

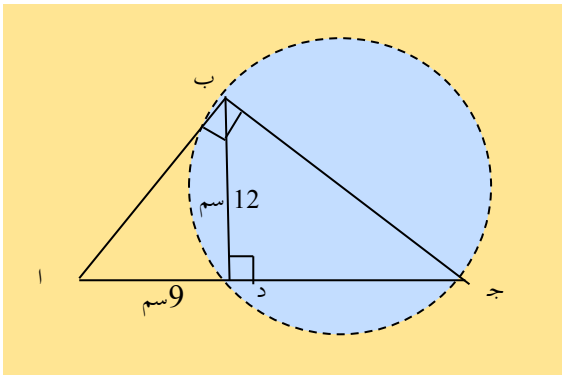
∴ Δ ب جـ د تمر برؤوسه دائرة،

$\overline{ب جـ}$ قطر فيها.

∴ $\overline{ا ب}$ مماس ، $\overline{ا جـ}$ قاطع للدائرة.

∴ $(ا ب)^2 = ا د \times ا جـ$ (نظرية)

∴ $(15)^2 = 9 \times (9 + جـ د)$



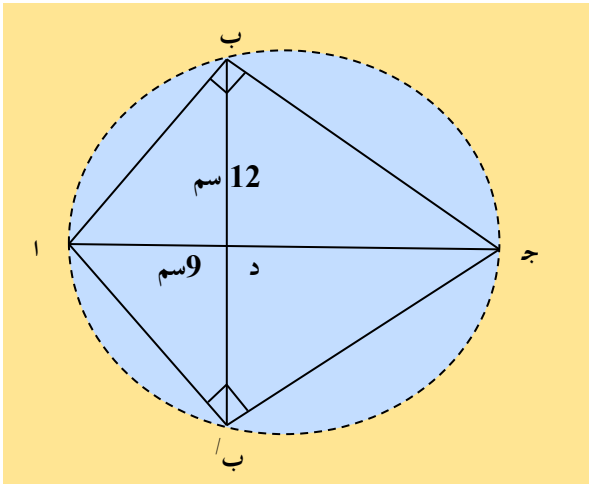
شكل (6-5) تمثيل هندسي للمشكل

∴ 225 = 81 + 9 × جـ د

∴ 9 × جـ د = 114 ∴ جـ د = $\frac{114}{9}$ = 16 سم. (هـ. ط. ث)

م: هذا الفرض مقبول للحل.

11- مناقشة: الفرض الحادي عشر



شكل 6-6 تمثيل هندسي للمشكل

م: بين كيف يمكن إيجاد المطلوب باستخدام هذا الفرض.

ط: ∵ Δ ا ب/ جـ صورة Δ ا ب جـ بالانعكاس على $\overleftrightarrow{ا جـ}$.

∴ من خواص الانعكاس

ب د = د ب/ = 12 سم

ق(< ب) = ق(< ب/) =90°

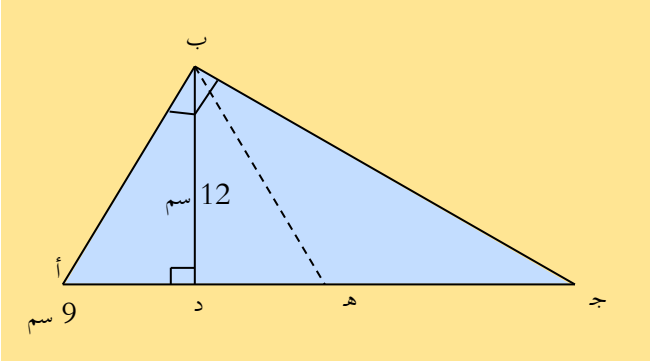
∵ ق(< ب) + ق(< ب/) = 180°

∴ الشكل ا ب جـ ب/ رباعي دائري (نظرية).

∴ جـ د × د ا = ب د × د ب/ (نظرية).

∴ جـ د × 9 = 12 × 12 ∴ جـ د = $\frac{12\times12}{9}$ =16 سم.

12- مناقشة: الفرض الثاني عشر



شكل 6-7 تمثيل هندسي للمشكل

م: بين كيف يمكن ايجاد المطلوب باستخدام هذا الفرض.

ط: ∵ $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسط في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في ب

∴ ب هـ= $\frac{1}{2}$ ا جـ (نظرية)

∴ ب هـ = جـ هـ = هـ أ

∵ Δ ب د هـ قائم الزاوية في د (عملاً)

∴ $(ب\ هـ)^2 = (هـ\ د)^2 + (ب\ د)^2$ (نظرية)

$(هـ\ ا)^2 = (هـ\ د)^2 + 144$ (هـ ا= ب هـ إثباتا)

$(هـ\ د + د\ ا)^2 = (هـ\ د)^2 + 144$ (هـ ا= هـ د + د ا)

$(هـ\ د + 9)^2 = (هـ\ د)^2 + 144$

$(هـ\ د)^2 + 18\ هـ\ د + 81 = (هـ\ د)^2 + 144$

$18\ هـ\ د = 144 - 81 = 63$ ∴ $هـ\ د = \frac{63}{18} = 3.5$ سم

∴ جـ هـ = هـ أ = 3.5 + 9 = 12.5 سم.

∴ حـ د = جـ هـ + هـ د = 12.5 + 3.5 = 16 سم .

13- مناقشة: الفرض الثالث عشر

م: كيف يمكن تمثيل المشكل عمليا.

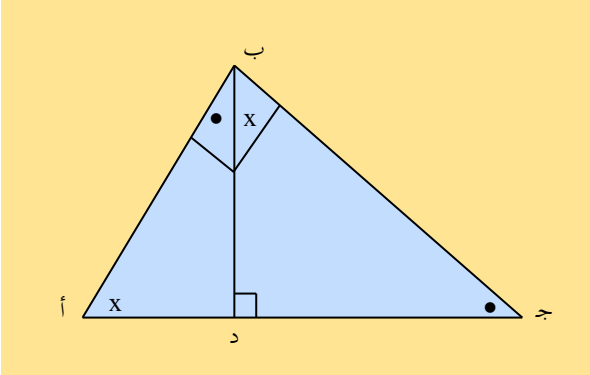
ط: نرسم المستقيم (ل) أفقيا، ونعين عليه النقطتين ا، دـ بحيث ا د = 9 سم (بالقياس)، ومن نقطة (د) نقيم العمود (د ب) على المستقيم (ل) بحيث د ب =12 سم، ثم نرسم $\overleftarrow{ا\ ب}$، ونرسم باستخدام المنقلة الزاوية القائمة ا ب جـ ، بحيث ضلعها $\overleftarrow{ب\ جـ}$ يقطع المستقيم (ل) في نقطة (جـ) ، فنقيس طول $\overline{جـ\ د}$ باستخدام المسطرة، وبذلك أمكننا تمثيل المشكلة وتعيين المطلوب عمليا.

م: هذا فرض مقبولاً للتأكد من صحة الفروض للمشكل عمليا (بالقياس).

الخطوة الخامسة: اختيار أفضل الفروض للحل

م: يطلب المعلم من الطلاب تسجيل خطوات الحل باستخدام أفضل وأيسر الفروض كل من وجهة نظره.

الخطوة السادسة: التعميم



شكل 6-8 تمثيل هندسي لاستخلاص النتائج

م: اذا كان Δ ا ب جـ قائم الزاوية في ب، ب د ⊥ ا جـ ماذا نستنتج؟

ط: $(ا ب)^2$ = أ د × أ جـ ـــــــ (1)

$(ب جـ)^2$ = جـ د × جـ أ ـــــــ (2)

$(ب د)^2$ = جـ د × أ د ـــــــ (3)

ظاجـ = ظا (< ا ب د)، ظاا = ظا (< جـ ب د) ـــ (4)، وكذا بالنسبة لـ جا، جتا.

اذا كان: ب ا ⊥ ب جـ فان ب ا ٥ ب جـ = 0 ـــ (5)

ا ب مماس للدائرة المارة برؤوس Δ د ب جـ. ـــ (6)

ينبغي على المعلم إعطاء تدريبات للطلاب للتطبيق على التعميمات التي وصلوا إليها من خلال حل الموقف المشكل، علما بأن التعميمات (1)، (2)، (3) هي براهين لنتائج نظرية إقليدس.

فيجب على المعلم أثناء التخطيط لتدريس حل المشكلات أن يفكر دائما في أكثر من حل للموقف المشكل، ويسأل نفسه هل يمكن حل هذا الموقف باستخدام نموذج في الجبر أو الهندسة أو حساب المثلثات أو الهندسة التحليلية أو الميكانيكا أو التفاضل والتكامل. بحيث يظهر للطالب أن الرياضيات كل مترابط ومتكامل، على أن يتيح الفرصة للطلاب في التفكير للوصول الى أكثر من نموذج للحل، وفي حالة عدم تمكنهم من الوصول الى فروض متنوعة للحل كما في المشكل السابق، يمكن للمعلم أن يقودهم الى التوصل لتلك الفروض.

وفيما يلي تدريب كتطبيق على التعميمات المستخلصة:

تدريب

ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، أسقط من الرأس ب العمود ب د على ا جـ قطعه في نقطة د، ا ب = 15سم، جـ د = 16سم، احسب طول ب د.

مميزات استخدام نموذج "جون ديوي":

1) تنمية مهارات حل المشكلات لدى الطلاب.
2) يستخدم كأسلوب للتدريس بأن يقدم المعلم الموقف التدريسي في صورة مشكل.
3) يفيد في عمل ارتباطات قوية بين فروع الرياضيات المختلفة.
4) يظهر الرياضيات ككل مترابط ومتكامل.

استراتيجية مقترحة لتعليم وتعلم حل المشكلات في الرياضيات

تتلخص هذه الاستراتيجية في الخطوات التالية:

1- قراءة المشكلة بفهم

وفيها يطلب المعلم من الطلاب قراءة المشكلة بعناية بعد عرضها عليهم، والتعبير عنها بأسلوبهم الخاص، مع التنويه على وضع خط تحت الكلمات أو المصطلحات الغامضة

بالمشكلة، ثم مناقشتها معهم لتوضيح المعنى المقصود للكلمات أو المصطلحات، وتحديد المعطيات والمطلوب.

2- تمثيل المشكل بتمثيل رياضي أو أكثر

وفيها يطلب المعلم من الطلاب تمثيل بيانات المشكلة بأكثر من تمثيل رياضي مع توضيح البينات على الرسم.

3- التفكير في نموذج رياضي أو أكثر للحل

وفيها يطلب المعلم من الطلاب التفكير من خلال التمثيلات الرياضية للمشكلة في أكثر من نموذج رياضي لحل المشكلة. ثم يناقش معهم مدى إمكانية الحل باستخدام النماذج التي توصلوا إليها.

4- تنفيذ الحل

وفيها يطلب المعلم من الطلاب تنفيذ الحل بأي من النماذج الصحيحة التي توصلوا إليها.

5- تقويم الحل

وفيها يطلب المعلم من الطلاب مراجعة خطوات الحل، والتحقق من صحته.

الفصل السابع
نماذج واستراتيجيات تدريس الرياضيات

لقد أثبتت العديد من الأبحاث والدراسات التربوية في مجال الرياضيات التربوية فعالية بعض النماذج والاستراتيجيات في تدريس الرياضيات وفيما يلي وصف لخطوات كل منها، مع درس كنموذج للتطبيق .

أولاً– نموذج "برونر" للتعليم والتعلم

يتلخص في الخطوات التالية:

أ– مرحلة النشاط الحسي (Concrete Activity stage)

وفيها يتعامل الطالب مع أشياء حسية لعمل نماذج حقيقية للمفاهيم الرياضية، ويستخدمها لاستيعاب معنى المفهوم والتوصل لخواصه.

ب– مرحلة النشاط التمثيلي (Iconic Activity stage)

وفيها يرسم الطالب بعض الأشكال الهندسية لتمثيل المفهوم أو عمل نماذج رياضية تمثل المفهوم واستخدامها في تعميق فهم المفهوم.

جـ– مرحلة النشاط الرمزي (Symbolic Activity Stage)

وفيها يعبر الطالب عن تعريف المفهوم وخواصه بصورة لفظية أو رمزية، ويحل تدريبات كتطبيق على المفهوم باستخدام لغة الرياضيات.

وفيما يلي خطة لتدريس درس باستخدام نموذج "برونر":

عنوان الدرس (جمع وطرح الكسور)

الأهداف السلوكية

يتوقع في نهاية الدرس أن يكون الطالب قادرا على:

1- استيعاب معنى جمع وطرح الكسور من خلال تنفيذ أنشطة حسية

2- استيعاب معنى جمع وطرح الكسور من خلال تنفيذ أنشطة أيقونية.

3- إجراء عمليتي جمع وطرح الكسور.

عرض الدرس

أ- مرحلة النشاط الحسي

نشاط[1]

هدف النشاط: أن يستوعب الطالب معنى عمليتي الجمع والطرح من خلال النشاط الحسي.

الأدوات

عدد من الورق المقوى – مسطرة – قلم.

الإجراءات

يشير المعلم إلى أن كل ورقة تمثل الوحدة. ثم يطلب منهم تقسيم ورقة إلى جزأين متساويين. ثم يوجه إليهم هذا السؤال: بم تُسمّي كل جزء؟

بعد سماع إجابة الطلاب، يطلب منهم أن يكتبوا على كل جزء الرمز $(\frac{1}{2})$.

ثم يطلب منهم تقسيم ورقة أخرى إلى أربعة أجزاء متساوية، ثم يوجه إليهم هذا السؤال بم تُسمِّي كل جزء ؟ بعد سماع إجابة الطلاب يطلب منهم أن يكتبوا على كل جزء الرمز $(\frac{1}{4})$.

ثم يطلب منهم تقسيم ورقة أخرى إلى ثمانية أجزاء متساوية، وبم تُسَمِيّ كل جزء؟ وعقب سماع إجابات الطلاب. يطلب منهم أن يكتبوا ($\frac{1}{8}$) على كل جزء.

م: ما ناتج جمع: $\frac{1}{4}$ الورقة + $\frac{2}{4}$ الورقة؟

ط: $\frac{1}{4}$ الورقة + $\frac{2}{4}$ الورقة = $\frac{3}{4}$ الورقة.

م: ما ناتج جمع: $\frac{1}{8}$ الورقة + $\frac{2}{8}$ الورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة؟

ط: $\frac{1}{8}$ الورقة + $\frac{2}{8}$ الورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة = $\frac{6}{8}$ الورقة.

م: ما ناتج طرح $\frac{1}{4}$ الورقة من $\frac{3}{4}$ الورقة؟

ط: $\frac{3}{4}$ الورقة − $\frac{1}{4}$ ورقة = $\frac{2}{4}$ الورقة.

م: ما ناتج طرح $\frac{3}{8}$ الورقة من $\frac{5}{8}$ الورقة؟

ط: $\frac{5}{8}$ الورقة − $\frac{3}{8}$ الورقة = $\frac{2}{8}$ الورقة.

م: ماذا تستنتج مما سبق في حالة جمع وطرح الكسور متحدة المقام؟

ط: في عملية جمع الكسور المتحدة المقام: يكون ناتج الجمع له نفس المقام، وبسطه يساوي مجموع بسط الكسور.

في عملية طرح كسرين متحدي المقام: يكون ناتج الطرح له نفس المقام، وبسطه ناتج طرح بسط الكسر الثاني من بسط الكسر الأول.

م: أوجد ناتج جمع $\frac{1}{2}$ الورقة + $\frac{1}{4}$ الورقة.

ط: ∵ $\frac{1}{2}$ الورقة = $\frac{2}{4}$ الورقة.

∴ $\frac{1}{2}$ الورقة + $\frac{1}{4}$ الورقة = $\frac{2}{4}$ الورقة + $\frac{1}{4}$ الورقة = $\frac{3}{4}$ الورقة.

م: أوجد ناتج جمع: $\frac{1}{4}$ الورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة.

ط: ∵ $\frac{1}{4}$ الورقة = $\frac{2}{8}$ الورقة.

$\frac{1}{4}$ الورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة = $\frac{2}{8}$ الورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة = $\frac{5}{8}$ الورقة.

م: أوجد ناتج جمع: $\frac{1}{2}$ الورقة + $\frac{3}{4}$ الورقة + $\frac{1}{8}$ الورقة.

ط: ∵ $\frac{1}{2}$ الورقة = $\frac{2}{4}$ الورقة = $\frac{4}{8}$ الورقة، $\frac{3}{4}$ الورقة = $\frac{6}{8}$ الورقة.

∴ $\frac{1}{2}$ الورقة + $\frac{3}{4}$ الورقة + $\frac{1}{8}$ الورقة = $\frac{4}{8}$ الورقة + $\frac{6}{8}$ الورقة + $\frac{1}{8}$ الورقة = $\frac{11}{8}$ الورقة = ورقة + $\frac{3}{8}$ الورقة.

م: أوجد ناتج طرح: $\frac{1}{2}$ الورقة من $\frac{3}{4}$ الورقة.

ط: $\frac{3}{4}$ الورقة − $\frac{1}{2}$ الورقة = $\frac{3}{4}$ الورقة − $\frac{2}{4}$ الورقة = $\frac{1}{4}$ الورقة.

م: أوجد ناتج طرح : $\frac{3}{4}$ الورقة من $\frac{7}{8}$ الورقة.

ط: $\frac{7}{8}$ الورقة − $\frac{3}{4}$ الورقة = $\frac{7}{8}$ الورقة − $\frac{6}{8}$ الورقة = $\frac{1}{8}$ الورقة.

م: ماذا تلاحظ مما سبق؟

ط: 1- في حالة جمع وطرح الكسور المختلفة المقامات نحتاج إلى توحيد المقامات.

1- في حالة جمع أو طرح الكسرين اللذين مقامهما: 2، 4 يكون المقام المتحد لهما 4، والعدد 4 هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 2، 4.

2- في حالة جمع الثلاثة الكسور التي مقاماتها: 2، 8، 4 يكون المقام المتحد لها 8، وهو المضاعف المشترك الأصغر للإعداد: 4، 2، 8.

م: ماذا تستنتج؟

ط: في حالة عمليتي جمع وطرح الكسور المختلفة المقام، يجب أولا أن نوحد المقامات بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات، ثم نجمع أو نطرح كما في حالة الكسور المتحدة المقامات.

ب- مرحلة النشاط التمثيلي

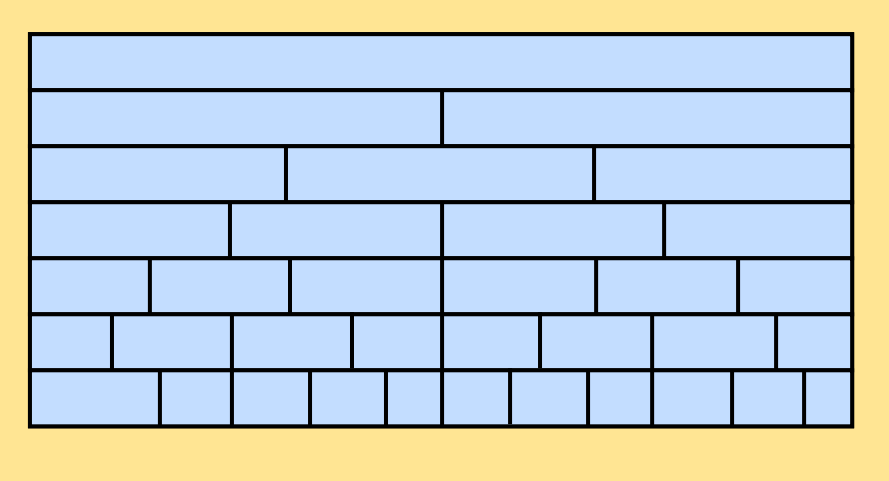
نشاط[2]

الهدف: أن يستوعب الطالب معنى عمليتي الجمع والطرح من خلال النشاط التمثيلي.

الأدوات: كشكول المحاضرات – الأدوات الهندسية.

الإجراءات

يطلب من الطلاب رسم قضيب طوله يمثل الوحدة بعداه 1سم، 12سم. ثم رسم مستطيل ثانٍ مطابق للأول وملتصق به، مع تقسيمه إلى جزأين متساويين، رسم مستطيل ثالث مطابق للثاني وتقسيمه إلى ثلاثة أجزاء متساوية، ورسم مستطيل رابع مطابق للثالث، وتقسيمه إلى أربعة أجزاء متساوية، ورسم مستطيل خامس مطابق للرابع، ثم تقسيمه إلى ستة أجزاء متساوية، ومستطيل سادس مطابق للخامس، وتقسيمه إلى ثمانية أجزاء متساوية، ومستطيل أخير مطابق للسادس، وتقسيمه إلى اثني عشر جزءاً متساوياً. يتوقع أن ينفذ الطلاب التمثيل التالي:



شكل 7–1 نموذج تقسيم الوحدة إلى اجزاء متساوية

م: أوجد باستخدام النموذج ناتج ما يأتي:

أ) $\frac{2}{3}$ الوحدة + $\frac{1}{4}$ الوحدة ب) $\frac{3}{4}$ الوحدة + $\frac{5}{8}$ الوحدة

ج) $\frac{1}{2}$ الوحدة + $\frac{2}{3}$ الوحدة + $\frac{3}{4}$ الوحدة

د) $\frac{5}{6}$ الوحدة – $\frac{2}{3}$ الوحدة هـ) $\frac{7}{8}$ الوحدة – $\frac{3}{4}$ الوحدة

يتوقع من خلال استخدام الطلاب للنموذج والمسطرة أن يتوصلوا إلى الإجابة التالية:

أ) $\frac{2}{3}$ الوحدة = $\frac{4}{6}$ الوحدة = $\frac{8}{12}$ الوحدة، $\frac{1}{4}$ الوحدة = $\frac{2}{8}$ الوحدة = $\frac{3}{12}$ الوحدة.

إذاً $\frac{2}{3}$ الوحدة + $\frac{1}{4}$ الوحدة = $\frac{8}{12}$ الوحدة + $\frac{3}{12}$ الوحدة = $\frac{11}{12}$ الوحدة ... وهكذا لبقية المطاليب.

جـ- مرحلة النشاط الرمزي

تترجم أنشطة المرحلة الحسية والتمثيلية إلى رموز رياضية لتحقيق نفس أهداف المرحلتين السابقتين، ولتنمية مهارتي جمع وطرح الكسور المختلفة المقامات من خلال حل أمثلة وتدريبات.

مثال: أوجد ناتج ما يأتي:

أ- $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$ ب- $\frac{1}{9}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}$ جـ- $\frac{2}{5}-\frac{5}{7}$ د- $1-\frac{5}{9}$

الحل

يناقش المعلم الطلاب فكرة الحل، ثم ينفذ الطلاب الحل التالي:

أ- م. م. ا للعددين: 4، 3 مقامي الكسرين = 12

$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ ، $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ ∴ $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$.

ب- م. م. ا للمقامات (9، 6، 2) = 18

$\frac{1}{9}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2}{18}+\frac{15}{18}+\frac{9}{18}=\frac{26}{18}=\frac{13}{9}=1\frac{4}{9}$.

جـ- م. م. أ للمقامين (5، 7) = 35

$\frac{2}{5}-\frac{5}{7}=\frac{14}{35}-\frac{25}{35}=\frac{9}{35}$.

د- $1=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\ldots=\frac{9}{9}=\ldots$

$1-\frac{5}{9}=\frac{9}{9}-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$.

ثانياً – نموذج "فان هيل" لتعليم وتعلم الهندسة

يعد نموذج فان هيل للتفكير الهندسي نموذجا تعليميا لوصف أنماط التفكير المختلفة التي يسلكها التلاميذ أثناء تعلم الهندسة بدءا من الإدراك العام الكلي للأشكال الهندسية وانتهاء بفهم البرهان الهندسي. ويتلخص نموذج "فان هيل" في ثلاثة مستويات وهي : المستوى التصوري والمستوى الوصفي، والمستوى النظري، وهذه المستويات الثلاثة متسلسلة ومتتابعة، حيث يعتمد كل مستوى على المستوى أو المستويات التي تسبقه، ولا يستطيع التلميذ أن يتقن مستوى دون أن يكون قد أتقن المستوى أو المستويات السابقة له، وفيما يلي توضيح لكل مستوى.

أولا: المستوى التصوري: (يبدأ من سن طفل الروضة حتى السنة الأولى من التعليم الأساسي)

يتعامل الأطفال في هذا المستوى مع الأشكال الهندسية (مربعات ، مثلثات ، مستطيلات) والعناصر الأخرى مثل: (الخطوط، الزوايا) كما تبدو في صورتها الكلية دون التطرق إلى الخصائص الجزئية لهذه الأشكال، حيث أن الأطفال في ظل هذا المستوى لا يستطيعون أن يفسروا ما يرونه، أي لا يستطيع طفل هذا المستوى ذي الصبغة المحسوسة أن يستوعب المفاهيم الهندسية إلا إذا كانت مرئية وبأسلوب حسي . وفيما يلي بعض الأنشطة المتضمنة في هذا المستوى (ناصر محمود، 2000: 208):

1- تحديد الأشكال كما تبدو في صورتها الكلية: بمعنى أن:

- يتمكن الأطفال من التعرف على المربعات من بين مجموعة من الأشكال الهندسية.
- يتعرف الأطفال على الزوايا والمستطيلات والمربعات والمثلثات في أوضاع مختلفة ووسط مجموعة مختلفة من الأشكال الهندسية.

2- تقديم بعض الأشكال الهندسية البسيطة من خلال:
- استنساخ بعض الأشكال باستخدام ورق شفاف.
- رسم بعض الأشكال البسيطة (رسم خط، رسم زاوية، رسم مثلث).
- تكوين بعض الأشكال الهندسية باستخدام أعواد ثقاب.

3- القيام ببعض الإجراءات الهندسية البسيطة:
- القيام ببعض القياسات مثل: قياس طول قطعة مستقيمة، وقياس زاوية.

4- تصنيف الأشكال بناء على مظهرها العام:
- تصنيف المربعات حسب اللون، وتمييزها عن المستطيلات أو المثلثات.
- تصنيف المربعات والمستطيلات ومتوازيات الأضلاع على أساس أنها أشكال رباعية أو أشكال لها أربعة أضلاع.

5- التعامل مع بعض المشكلات الهندسية البسيطة بالقياس، أو بالعد، أو القص، أو إعادة تركيب:
- تكوين مربع أو متوازي أضلاع باستخدام مثلثين.
- إيجاد مساحة شكل بِعد الوحدات المربعة المكونة لمساحته.

ثانيا: المستوى الوصفي: (من السنة الثانية حتى السنة الثامنة من مرحلة التعليم الأساسي) يستطيع تلاميذ هذا المستوى التوصل لخواص الأشكال، والعلاقات بين عناصرها من خلال التجريب واستخدام تلك الخواص والعلاقات في حل بعض المشكلات. ويتميز هذا المستوى بلغة تعتمد على تحليل الأشكال والرسم والطي وغير ذلك من الأنشطة.

وفيما يلي بعض الأنشطة في هذا المستوى (ناصر محمود، 2000: 209-211):

1- رسم أشكال هندسية.
- يستطيع التلميذ رسم المستطيل أو المربع باستخدام الأدوات الهندسية.

2- تحديد الخواص والعلاقات المتضمنة بشكل هندسي.

- يستطيع التلميذ في هذا المستوى تحديد خواص المربع أو المستطيل أو متوازي الأضلاع. فمثلا يستطيع التوصل لخواص المربع عن طريق القياس وبالاستقراء وهي:

أ- أضلاعه متساوية في الطول .

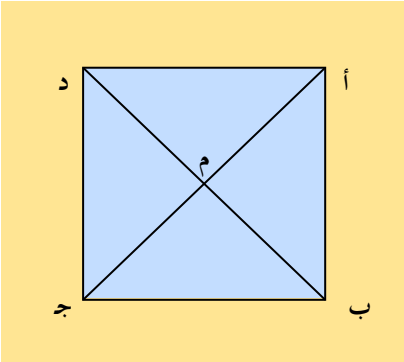
ب- زواياه قوائم.

جـ- القطران متساويان ومتعامدان وينصف كلٌّ منهما الآخر.

د- القطر ينصف زاويتي الرأس، ويقسم المربع إلى مثلثينِ متطابقين.

3- استخدام المدلولات اللفظية الصحيحة للتعبير عن العناصر والخصائص والعلاقات للأشكال الهندسية.

- فمثلا يستطيع الطفل التعبير عن خواص المربع رمزيا على النحو التالي:



شكل **2-7** مربع

في المربع ا ب جـ د المقابل:

1- اب= ب جـ = جـ د = د ا.

2- ف(< ا) = ق(< ب) = ق(<u>جـ</u>) = ق(د) = 90°

3- ا جـ = ب د ، ا جـ ⊥ ب د.

4- م ا= م ب = م جـ = م د.

5- ق(< ب ا جـ) = ق(< د ا جـ)= 45°، ...

6- Δ ا ب جـ ≡ Δ ا د جـ، Δ ا ب د ≡ Δ ب جـ د .

4- مقارنة الأشكال الهندسية طبقا لخواصها والعلاقات بينها.

- فمثلا: يستطيع التلميذ في هذا المستوى أن يقارن بين خواص كل من المربع والمستطيل من حيث الاتفاق والاختلاف.

5- استخدام التعبيرات لوصف الأشكال الهندسية في ضوء خصائصها، واستخدام الوصف في رسم بعض الأشكال.

فمثلا: يطلب من التلميذ رسم شكل هندسي أضلاعه متساوية وزواياه متساوية.

ثالثا: المستوى النظري: (من السنة التاسعة حتى نهاية المرحلة الثانوية)

يتمكن التلاميذ في هذا المستوى من صياغة واستخدام التعريفات للمفاهيم، وصياغة منطوق النظريات وتقديم البراهين لتلك النظريات، كما أن اللغة السائدة في ظل هذا المستوى بين المعلم وتلاميذه تكون ذات صبغة مجردة أكثر بكثير من التي في المستوى الوصفي لأنها ترتبط بالعلاقات المنطقية والعلاقات القائمة على المسببات (ناصر محمود، 2000:211-212).

ثالثاً – استراتيجية للتدريس تستند إلى الإنشاءات الهندسية والارتباطات

تتلخص الاستراتيجية المستخدمة في تعليم وتعلم المهارات الهندسية والمفاهيم المرتبطة بها في المراحل التالية (فريد ابوزينة، 1990: 192)، (محمد عبد الفتاح، 2011):

1- **مرحلة التمهيد**: يتم فيها استرجاع الطالب للمعلومات التي سبق أن تعلمها واللازمة لتعلم المهارة الهندسية الجديدة من خلال المناقشة والحوار.

2- **مرحلة التقديم**: يقدم المعلم المبادئ والإرشادات (سلسلة الخطوات) التي تتبع لتعلم المهارة (إنشاء هندسي).

3- **مرحلة التفسير**: يساعد المعلم الطلاب في فهم واستيعاب المبادئ والإرشادات التي تتبع لتنفيذ المهارة.

4- **مرحلة الممارسة**: يطلب المعلم من الطلاب تنفيذ (إجراء) المهارة عمليا.

5- **مرحلة التبرير (البرهان)**: يتوصل الطلاب بالبرهان المنطقي إلى صحة المبادئ التي تقوم عليها خطوات إجراء المهارة.

6- **مرحلة التأمل وعمل ارتباطات**: يطلب المعلم من الطلاب تأمل الشكل الهندسي الناشئ عن إجراء المهارة للتوصل إلى خواصه بالقياس والبرهان المنطقي وصياغة تعريفه وكذلك إمكانية رسمه من خلال عملية الإنشاء.

7- **مرحلة التدريب (التطبيق)**: يستخدم الطالب المهارة التي تعلمها في مواقف جديدة بغرض أن يكتسبها ليؤديها بدقة وفهم، كما يحل تدريبات على خواص الشكل الرباعي الذي توصل إليه.

وفيما يلي خطة لدرس يومي يدرس وفقا لخطوات الاستراتيجية المقترحة:

خطة لتدريس درس باستخدام الاستراتيجية:

عنوان الدرس عملية (تنصيف زاوية معلومة)

أهداف الدرس: يتوقع في نهاية الدرس يكون التلميذ قادرا على أن:

1- ينصف زاوية معلومة باستخدام الفرجار والمسطرة.

2- يبرهن منطقيا صحة العملية.

3- يستخدم العملية كرابط في أن:

3-1: يرسم معيناً، أو طائرة ورقية، أو مربعاً.

3-2: يعرف كلاً من المعين والمربع والطائرة الورقية.

3-3: يتوصل الى خواص كل من المعين والمربع والطائرة الورقية.

3-4: يرسم منصفات زوايا المثلث.

3-5: يحل تدريبات على خواص كل من المعين والمربع والطائرة الورقية.

عرض الدرس

يتم عرض الدرس خلال المراحل التالية:

أ- مرحلة التمهيد:

يوجه المعلم السؤال التالي للتلاميذ:

اذكر حالات تطابق أي مثلثين. وما هي نتائج التطابق في كل حالة؟

للتأكد من فهم التلاميذ لحالات التطابق ونتائجها، ثم يطلب من كل تلميذ رسم مثلثين يتوافر فيهما شروط التطابق، ويكتب نتائج التطابق.

ب- مرحلة التقديم للعملية:

يوضح المعلم خطوات إجراء العملية باستخدام الأدوات الهندسية، والسبورة وهي:

1- نرسم أي زاوية ولتكن ا ب جـ.

2- نركز بسن الفرجار في نقطة (ب)، وبفتحة مناسبة نرسم قوسا يقطع ضلعي الزاوية في النقطتين (د، هـ).

3- نركز بسن الفرجار في النقطة (د)، وبنفس الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسا تجاه الزاوية.

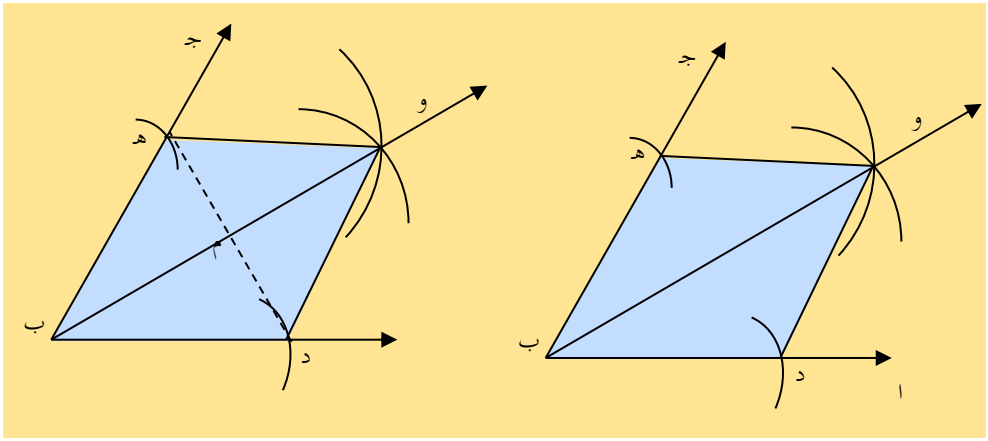
4- نركز بسن الفرجار في نقطة (هـ)، وبنفس الفتحة، أو بالفتحة الأخرى نرسم قوسا يقطع القوس السابق في نقطة (و).

5- نرسم الشعاع $\overleftarrow{ب و}$، فيكون هو المنصف للزاوية (ب).

جـ- مرحلة الممارسة

يطلب المعلم من التلاميذ تنفيذ الخطوات السابقة باستخدام الفرجار والمسطرة بالكشكول المدرسي، وتقديم النصح والإرشاد.

ينفذ التلاميذ الآتي:



شكل 7–3 تنصيف زاوية

شكل 7–4 تنصيف زاوية

د– مرحلة التبرير(بالبرهان): برهن على أن الشعاع $\overleftarrow{ب و}$ ينصف زاوية (ب)

في شكل (7–3): Δ و د ب، Δ و هـ ب فيهما:

- ب د = ب هـ عملا
- د و= هـ و عملا
- $\overline{ب و}$ ضلع مشترك

∴ يتطابق المثلثان وينتج من التطابق أن: ق(<د ب و) = ق(<هـ ب و)

∴ $\overline{ب و}$ ينصف زاوية (ب).

هـ– مرحلة التأمل وعمل ارتباطات

م: اذكر بقية نتائج التطابق.

ط: ق(< د و ب) = ق(< هـ و ب)، ق(< د) = ق(< هـ)

م: ماذا نستنتج؟

ط: الشكل د ب هـ و متوازي أضلاع، وحيث أن أضلاعه متساوية فهو معين.

م: عرف المعين.

ط: المعين هو متوازي أضلاع أضلاعه متساوية.

م: برهن على أن القطرين ينصف كلٌّ منهما الآخر ومتعامدين.

ط: في شكل (7-4) يتطابق المثلثان و م هـ، د م ب. ينتج أن م د= م هـ، م و= م ب.

ويتطابق المثلثان د و م ، د ب م ، وينتج من التطابق أن: ق(< و م د) = ق(< د م ب)

= 90° ∴ د هـ ⊥ ب و

م: اذكر خواص المعين.

ط: 1- أضلاعه متساوية.

2- كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس.

3- كل زاويتين متجاورتين متكاملتان.

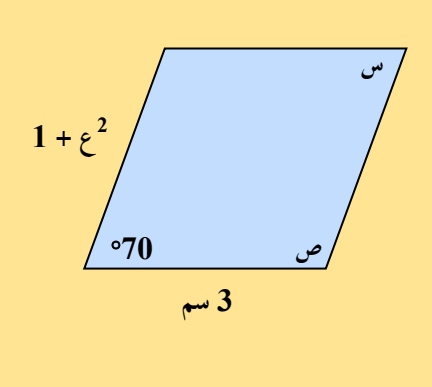
4- القطران ينصف كلٌّ منهما الآخر، ومتعامدان.

ملحوظة: يمكن التوصل للخواص عن طريق القياس باستخدام الأدوات الهندسية(للتحقيق).

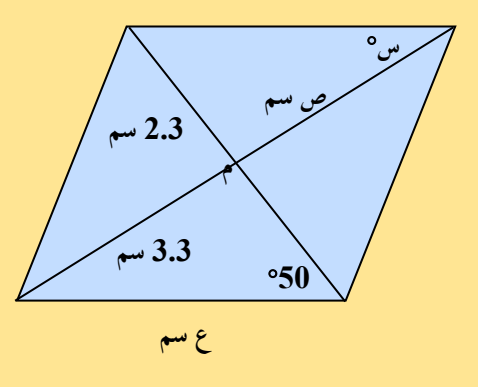
و- مرحلة التطبيق

تدريب[1]: ارسم Δ ا ب جـ حاد الزوايا، ثم نصف زواياه من الداخل. ماذا تلاحظ، وماذا تستنتج.

تدريب[2]: كل من الشكلين: (7-5)، (7-6) معين. عين س، ص، ع.



شكل 7–5 معين



شكل(7–6) معين

ملحوظة

1) يمكن بنفس الخطوات التوصل إلى رسم الطائرة الورقية، وخواصها، عند تغيير فتحة الفرجار أثناء تنصيف الزاوية ا ب جـ المرسومة.
2) يمكن التوصل لرسم المربع، وخواصه ، بتنصيف زاوية قائمة ولتكن ا ب جـ ، كتطبيق على تنصيف الزاوية.
3) هذه الاستراتيجية تربط بين تدريس الإنشاءات الهندسية، وتدريس رسم الأشكال الهندسية وخواصها عملياً ونظرياً، حيث انهما يدرسان منعزلان بالكتب المدرسية.

رابعاً– استخدام المعالجات:Using Manipulations

تعرف المعالجات Manipulations بأنها أشياء مادية يمكن تركيبها أو إعادة ترتيبها يدويا كوسيلة لتنمية المهارات الحركية، أو استيعاب المفاهيم المجردة في الرياضيات، ويستطيع المتعلم استخدام هذه المعالجات في بناء نماذج حسية تمثل المفاهيم المجردة.

وتُعرّف أيضا بأنها مواد مثل: الدوامة، الموازين، والمقص، وورق رسم بياني، ونماذج لأشكال هندسية، وأنماط من القوالب، والأدوات الهندسية، وشبكة تربيعية، يمكن أن تستخدم في تفسير وتوضيح المفاهيم الرياضية المجردة (NCTM,1989: 17).

أنواع المعالجات

وقد قسم الباحثون التربويون المعالجات إلى ثلاثة أنواع هي:

أ- المعالجات الطبيعية: Physical Manipulatives

تُعرّف المعالجات الطبيعية بأنها أشياء حسية يستخدمها المعلم لاستكشاف المفاهيم الرياضية، كما تُعرّف بأنها أدوات حقيقية(ترمومترات)، وأشياء(كؤوس، جهاز تسخين)، ومواد (مقبض خشبي، المونيوم، ماء) يستخدمها المتعلم للتعلم داخل معمل الفيزياء.

ب- المعالجات العملية: Virtual Manipulatives

تُعرّف المعالجات العملية بأنها أداء المتعلم للمهارات والإجراءات الرياضية المعتادة باستخدام الكمبيوتر، كما تُعرّف بأنها برامج كمبيوتر تحاكي المعالجات الطبيعية تؤدى بواسطة لوحة المفاتيح.

جـ- المعالجات الرياضية:Mathematics Manipulatives

تُعرّف المعالجات الرياضية بأنها أدوات يستخدمها المعلم والمتعلم لتحسين عملية التعليم والتعلم من خلال العمل الفردي أو الجماعي داخل حجرة الدراسة.

أهمية استخدام المعالجات في تدريس الرياضيات

1- تساعد على تحقيق الأهداف التعليمية.

2- تولد أفكارا حسية، وتكون مفيدة عندما تكون ذات معنى للمتعلم.

3- استخدام معالجات رياضية مثل: التمثيل البياني ، والجدولي، والتمثيل المادي في تمثيل المعارف الرياضية يساعد في نمو التمثيل الداخلي للمتعلم المتمثل في: التصورات اللفظية والرمزيـة، والتصـورات العقليـة، والتصـورات الوجدانيـة الـتي تتضـمن الأحاسـيس، والانفعالات، والاتجاهات، والقيم.

4- تساعد على فهم المفاهيم والأفكار المجردة.

5- المعالجات تمدنا ببناء نماذج حسية للمفاهيم المجردة، كما تستخدم كوسيط بين العالم الحقيقي وعالم الرياضيات. وتزودنا ببيئة تفاعلية تمكن التلاميذ من تشكيل ارتباطات بين المفاهيم والعمليات الإجرائية، وطرح أفكارهم ومناقشة تساؤلاتهم، وحل المشاكل التي تواجههم، والحصول على تغذية مرتدة فورية نحو آرائهم وتصوراتهم.

دور المعلم في استخدام المعالجات

1- اختيار المعالجات المناسبة بالعناية التي تدعم أهداف التعلم.

2- تصميم خطة الدرس بعناية بحيث تجعل التلاميذ يألفون المعالجات، وتكون الخطة متزامنة مع الإجراءات داخل الفصل.

3- أن يتضمن الدرس المشاركة الفاعلة لكل التلاميذ داخل الفصل إما فرادى أو في جماعات صغيرة.

4- تقديم التغذية المرتجعة الفورية للتلاميذ.

5- أن تتضمن خطة الدرس إجراءات التقييم للتأكد من تحقيق أهداف التعلم.

وفيما يلي خطوات استخدام المعالجات الرياضية في تدريس الرياضيات:

1- تقديم المعلم لمهام النشاط،

2- تكليف التلاميذ بتنفيذ المعالجة الرياضية للمهام.

3- استكشاف التلاميذ لخواص المفاهيم أو التحقق من صحة التعميمات المتضمنة بتلك المهام.

4- التطبيق على المفاهيم أو التعميمات.

فيما يلي نشاط لتوضيح استخدام المعالجات الرياضية:

الهدف: يتمكن كل تلميذ خلال هذا النشاط من أن:

1- يرسم مثلثاً متساوي الأضلاع.

2- يتحقق من صحة التعميمين التاليين:

أ- "المثلث المتساوي الأضلاع قياسات زواياه متساوية".

ب- "العمود الساقط من رأس المثلث ينصف القاعدة وينصف زاوية الرأس".

3- يحسب محيط ومساحة المثلث.

الأدوات: الأدوات الهندسية –كراسة رسم بياني- حاسبة الجيب.

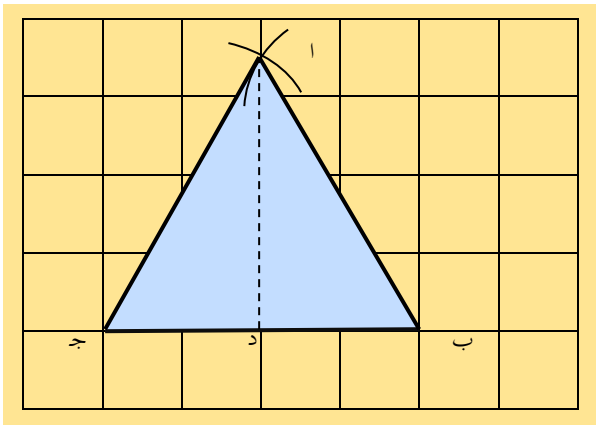
الإجراءات

1- تقديم النشاط

م: ارسم Δ ا ب جـ متساوي الأضلاع طول ضلعه 4 سم، ثم عين قياسات زواياه ماذا تلاحظ؟ وماذا تستنتج؟

2- تنفيذ مهام النشاط

يتوقع أن ينفذ كل تلميذ الآتي:



شكل 7-7 رسم مثلث

3- الاستكشاف

م: يطلب المعلم من التلاميذ تعيين قياسات زوايا Δ ا ب جـ . ماذا تلاحظ؟ وماذا تستنتج؟

ط: باستخدام المنقلة يتوصل التلاميذ إلى:

ق(< ا) = 60°، ق(< ب)= 60°، ق(< جـ)= 60°

الملاحظ أن: ق(< ا) = ق(< ب) = ق(< جـ) = 60°.

الاستنتاج:

" المثلث المتساوي الأضلاع قياسات زواياه متساوية، وقياس كل زاوية = 60°"

م: يطلب المعلم من التلاميذ إسقاط $\overline{ا د} \perp \overline{ب جـ}$ ، ثم تعيين قياسات الزوايا:

< ا د ب، < ا د جـ، < ب ا د، < جـ ا د. ماذا تلاحظ؟ وماذا تستنتج؟

ط: يتوقع أن ينفذ التلاميذ الآتي:

إسقاط ا د ⊥ ب جـ ، كما موضح بالشكل السابق، وباستخدام المنقلة يتوصل التلاميذ إلى الآتي:

ق(< ا د ب) = ق(< ا د جـ) = 90°، ق(< ب ا د) = ق(جـ ا د) = 30° .

الاستنتاج

"العمود الساقط من رأس المثلث المتساوي الأضلاع ينصف القاعدة وينصف زاوية الرأس".

ملحوظة: يجب على المعلم تقديم التغذية المرتجعة الفورية للتلاميذ، وخاصة يواجه بعض التلاميذ صعوبة في رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه، وكذلك عدم القدرة على استخدام المنقلة الاستخدام الصحيح في تعيين قياس زاوية معلومة، وهناك خلط كبير لدى التلاميذ بين الارتفاع، والمتوسط، ومنصف الزاوية في المثلث، لذا يجب على المعلم استخدام الأدوات الهندسية السبورية لتوضيح الإجراءات الهندسية، وإزالة الخلط لدى كثير من التلاميذ نحو المفاهيم سالفة الذكر، مع المرور على التلاميذ أثناء تنفيذ النشاط لتقديم الدعم والإرشاد.

م: كيف نحسب محيط Δ ا ب جـ.

ط: محيط Δ = مجموع أطوال أضلاعه. ∴ محيط Δ ا ب جـ = 4 + 4 + 4 = 12 سم.

م: كيف نحسب مساحة المثلث

ط: باستخدام القانون: مساحة Δ = $\frac{1}{2}$ ق ع.

∴ مساحة Δ ا ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ا د. (ا د = 3.4 سم بالقياس)

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3.4 = 6.8$ سم^2.

ملحوظة: يمكن ربط قانون مساحة المثلث السابق، بالقانون التالي لطالب المرحلة الثانوية أو الطالب – المعلم بكلية التربية أثناء دراسة مقرر الرياضيات المدرسية:

مساحة Δ = نصف حاصل ضرب طولي ضلعين متجاورين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

∴ مساحة Δ ا ب جـ $= \frac{1}{2}$ ب جـ × ا جـ × جا ($<$ جـ)

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times$ جا $60 \simeq 6.9$ سم^2 .

خامساً– استراتيجية للتدريس تستند إلى التمثيل المتعدد والارتباطات الرياضية:

تتمثل الاستراتيجية في المراحل المتتالية الآتية (محمد عبد الفتاح، 2004 :68– 69):

1- مرحلة التقديم

يقدم المعلم موقفا مشكلا حياتياً أو رياضياً يرتبط بموضوع الدرس يكون نقطة انطلاق ومحورا للدرس.

2- مرحلة التمثيل المتعدد والتوصل لأكثر من نموذج للحل

يطلب المعلم من الطلاب تمثيل بيانات الموقف المشكل بأكثر من تمثيل رياضي قد يكون (جدولياً – بيانياً – جبرياً – هندسياً)، ثم يقوم بتوجيه مجموعة من الأسئلة تثير تفكير الطلاب لكي يتوصلوا لأكثر من نموذج رياضي للحل قد يكون (حسابياً – بيانياً – جبرياً – تحليلياً – هندسياً) يربط بين البيانات المعطاة والمطلوب.

3- مرحلة تنفيذ الحل

يطلب المعلم من الطلاب تنفيذ خطوات الحل باستخدام النماذج التي توصلوا إليها.

4- مرحلة إعطاء تفسير للحل والتوصل لمفهوم أو تعميم رياضي

يطلب المعلم من الطلاب إعطاء تفسير للحل، ثم يوجه إليهم مجموعة من الأسئلة تكون إجاباتهم الصحيحة عليها هي استخلاص خصائص لمفهوم رياضي وصياغة تعريفه، أو التوصل إلى الصياغة اللفظية والرمزية لتعميم رياضي مرتبط بالموقف المشكل.

5- مرحلة عمل ارتباطات رياضية

وتنقسم الى:

5-1 ربط المفهوم بخواصه أو التعميم بحالاته الخاصة.

حيث يوجه المعلم مجموعة من الأسئلة للطلاب، ومن خلال مناقشة الإجابة عليها يتم ربط المفهوم بخواصه أو التعميم بحالاته الخاصة.

5-2 استخدام المفهوم أو التعميم كرابط لاستخلاص مفاهيم أو تعميمات أخرى مرتبطة به.

حيث يتيح المعلم الفرصة والوقت الكافي للطلاب بتأمل تمثيلات المفهوم أو التعميم أو الموقف المشكل للتوصل إلى استخلاص مفاهيم أو تعميمات أخرى مرتبطة بالمفهوم أو بالتعميم أو بالموقف المشكل، وبذلك تصبح الرياضيات كلاً مترابطًا ومتكاملاً.

6- مرحلة التطبيق والتقويم

حيث يعطي المعلم الطلاب مشكلات متنوعة قد تكون(رياضية – فيزيائية- اجتماعية-....وهكذا) كتطبيق على المفاهيم والتعميمات والأفكار الرياضية المستخلصة من الدرس، ولتقويم تحصيل الطلاب لتلك المعارف الرياضية.

مميزات استخدام الاستراتيجية في تدريس الرياضيات

تتلخص مميزات استخدام الاستراتيجية السابقة في النقاط الآتية:

1- تنمية قدرة الطلاب على الابتكار.
2- تمثيل الموقف المشكل تمثيلاً متعدداً والانتقال بين تمثيل وآخر لنفس الموقف.
3- تنمية قدرة الطلاب على التوصل لأكثر من نموذج رياضي لحل الموقف المشكل.
4- ربط الخبرات السابقة لدى الطلاب بالخبرات الجديدة المتعلمة.
5- تنمية التحصيل لدى الطلاب.
6- تنمية قدرة الطلاب على التفكير الرياضي.
7- رؤية الرياضيات ككل مترابط ومتكامل.
8- إحداث تكامل بين فروع الرياضيات على الأقل.
9- ربط الرياضيات بتطبيقاتها في مواد دراسية أخرى أو في الواقع.

وفيما يلي خطة درس يدرس وفق خطوات الاستراتيجية السابقة.

خطة لتدريس درس ومجموعة من الدروس المرتبطة به باستخدام الاستراتيجية:

عنوان الدرس(التغير الطردي والمفاهيم والتعميمات المرتبطة به)

المفاهيم والتعميمات المتضمنة بالدرس:

1- التغير الطردي.
2- معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل.
3- ميل الخط المستقيم.
4- النسب المثلثية للزاوية الحادة.
5- النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة.

أهداف الدرس: يتوقع في نهاية الدرس أن يكون الطالب قادرا على أن:

1- يمثل الموقف المشكل بأكثر من تمثيل رياضي.

2- يستخلص أكثر من نموذج رياضي لحل الموقف المشكل.

3- يحل الموقف المشكل بأكثر من نموذج رياضي، وإعطاء تفسير للحل.

4- يتوصل إلى تعريف التغير الطردي بين كميتين.

5- يستوعب خصائص التغير الطردي.

6- يتوصل من خلال التمثيل المتعدد للموقف المشكل (أو لمفهوم التغير الطردي) إلى:

6-1 الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل.

6-2 تعيين ميل الخط المستقيم، وإعطاء تفسير للميل.

6-3 النسب المثلثية للزاوية الحادة، ولبعض لزوايا الخاصة.

7- يحل مسائل رياضية أو حياتية كتطبيق على المعارف المستخلصة من الدرس.

8- يعي أن الرياضيات كُلٌ مترابط ومتكامل.

9- يقدر منفعة الرياضيات في الواقع.

عرض الدرس

1- مرحلة التقديم:

يقدم المعلم الموقف المشكل التالي على الطلاب:

خزان فارغ على شكل متوازي مستطيلات، قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه من الداخل متر واحد، وارتفاعه من الداخل 90 سم، مثبت بأعلى عمارة لتغذية الأدوار العليا

بالماء، فإذا كان معدل تدفق الماء بالخزان عند تشغيل المضخة 10 لترات/ دقيقة، فبعد كم ثانية يمتلئ ثلثا الخزان.

2- مرحلة التمثيل المتعدد للمشكل والتوصل لأكثر من نموذج للحل:

يوجه المعلم مجموعة التساؤلات التالية:

- ما المعطيات؟ وما المطلوب؟
- بين كيف يمكننا تمثيل الموقف تمثيلا جدوليا؟
- بين كيف يمكننا تمثيل الموقف تمثيلا جبريا؟
- بين كيف يمكننا تمثيل الموقف بيانيا؟

ثم يقوم المعلم بتوجيه المناقشة لكي يتوصل الطلاب إلى التمثيلات التالية:

أولا: التمثيل الجدولي للموقف المشكل:

جدول 7-1 تمثيل جدولي للمشكل

زمن تشغيل المضخة بالدقيقة	1	2	3	4	...	...	ن
حجم الماء المتدفق باللتر	10	20	30	40	...	...	10ن

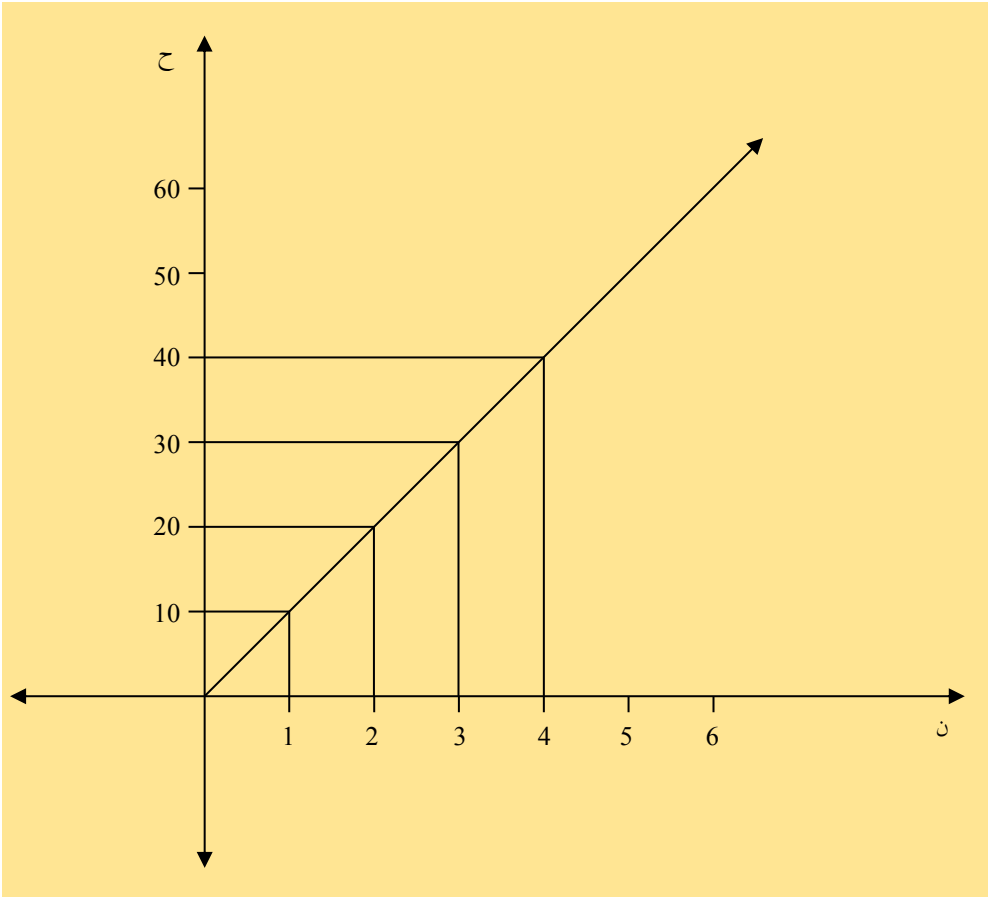
ثانيا: التمثيل الرمزي

سنرمز لزمن تشغيل المضخة بالرمز (ن)

سنرمز لحجم الماء المتدفق بالرمز (ح)

فيكون المطلوب: إيجاد العلاقة التي تربط (ح) بـ (ن).

ثالثا: التمثيل البياني



شكل 7–8 تمثيل بياني للموقف المشكل

أ- التفكير في الحل باستخدام التمثيل الجدولي:

م: تأمل التمثيل الجدولي، محاولا الوصول لعلاقة تربط حجم الماء بالزمن.

ط: يتوقع أن تكون الإجابة:

حجم الماء المتدفق = 10 × زمن التشغيل ـــــــــ (1)

م:بين كيف يمكننا إيجاد المطلوب باستخدام العلاقة (1)؟

ط: نعين حجم الماء الذي يشغل ثلثي الخزان، ثم نعوض في العلاقة (1)

م: احسب حجم الخزان من الداخل.

ط: حجـم الخـزان = حاصـل ضـرب أبعـاده الثلاثـة = 100 × 100 × 90 = 900000 سم^3.

م: كم سعته باللتر؟

ط: سعته باللتر = 900000 ÷ 1000 = 900 لتر.

ثلثا سعته = $\frac{2}{3}$ × 900 = 600 لتر.

∴ بالتعويض في العلاقة (1): 600 = 10 × زمن التشغيل

∴ الزمن = 600 ÷ 10 = 60 دقيقة.

ب- التفكير في الحل باستخدام التمثيل الجبري:

م: ما العلاقة التي تربط ح بـ ن؟ وكيف يمكننا استخدامها في إيجاد المطلوب؟

ط: ح = 10 ن ←———— (2)

600 = 10 × ن ∴ ن = 600 ÷ 10 = 60 دقيقة.

جـ- التفكير في الحل باستخدام التمثيل البياني:

م: هل يمكننا استخدام التمثيل البياني الموضح بشكل (7-8) في إيجاد المطلوب؟

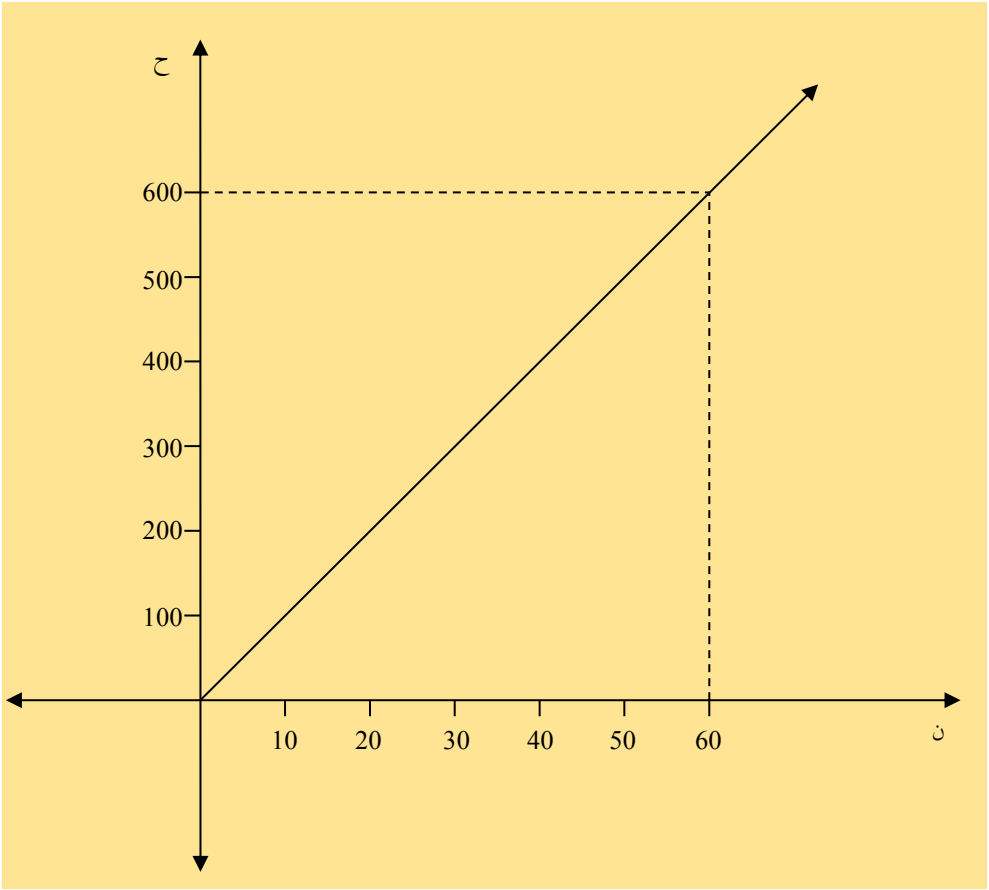
ط: يتوقع أن تكون الإجابة بـ لا.

م: كيف يمكننا إيجاد المطلوب باستخدام التمثيل البياني؟

ط: نغير مقياس الرسم ، بحيث كل 1سم على محور السينات يمثل 10 دقائق، وكل 1سم على محور الصادات يمثل 100 لتر.

م : يطلب المعلم من الطلاب تنفيذ الحل بيانيا.

ط: ينفذ الطلاب الحل التالي:



شكل 7–9 تمثيل بياني لحل الموقف المشكل

3- مرحلة تنفيذ الحل

يطلب المعلم من الطلاب تنفيذ الحل السابق.

4- مرحلة تفسير الحل واستخلاص مفهوم أو تعميم:

م: بِمَ تفسر الحل الذي توصلت إليه؟

ط: حجم الماء بالخزان 600 لتر بعد 60 دقيقة من بدء تشغيل المضخة.

م: كم حجم الماء بالخزان إذا تم تشغيل المضخة 30 دقيقة فقط؟

ط: حجم الماء = 300 لترا.

م: كم حجم الماء بالخزان إذا تم تشغيل المضخة 15 دقيقة فقط؟

ط: حجم الماء = 150 لتراً.

م: إذن ماذا تستنتج إذا قل زمن تشغيل المضخة عن 60 دقيقة؟

ط: يقل حجم الماء عن 600 لتر.

م: ماذا تتوقع إذا زاد زمن التشغيل عن 60 دقيقة؟

ط: يزيد حجم الماء بالخزان عن 600 لتر.

م: هل يتغير حجم الماء بتغير زمن التشغيل؟

ط: نعم.

م: ماذا نستنتج؟

ط: "كلما زاد زمن التشغيل زاد حجم الماء بالخزان، وكلما قل زمن التشغيل قل حجم الماء" ⟵ (أ)

م: بين ما إذا كان حجم الماء يتناسب مع زمن التشغيل من التمثيل الجدولي (7-1).

ط: $\frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{3}{30} = \ldots$

م: إذا رمزنا لحجم الماء عند اللحظتين الزمنيتين ن1 ، ن2 بـ ح1 ، ح2 فماذا تستنتج مما سبق؟

ط: $\frac{ن_1}{ن_2} = \frac{ح_1}{ح_2}$ ⟵ (ب)

م:إذا تحقق الشرطان: (أ) ، (ب) فان حجم الماء يتغير طرديا بتغير الزمن، ويعبر عن ذلك رمزيا بـ ح ∝ ن.

م: إذا كانت ح ∝ ن فإن ح = م ن : م = عدد ثابت.

م: اذكر مما سبق طرق تمثيل التغير الطردي لـ ح بـ ن.

ط: التمثيل الجدولي: (7-1) ، والتمثيل الجبري : ح = 10ن، والتمثيل البياني الموضح بشكل (7-8)، (7-9).

تعريف التغير الطردي:

م: من يعرف التغير الطردي بين الكميتين ص، س؟

ط: يستمع المعلم لإجابات الطلاب ، ثم يعرض التعريف التالي:

يقال أن الكمية ص تتغير طرديا بتغير الكمية س إذا كانت ص = م س
حيث م∋ ح$^+$ (أي كلما زادت قيم المتغير س (أو تناقصت) فإن قيم ص تتزايد (أو تتناقص) بنفس النسب.

إعطاء أمثلة ولا أمثلة لمفهوم التغير الطردي:

م: من يعطي أمثلة لمفهوم التغير الطردي بين كميتين؟

ط: يتوقع الإجابات التالية:

- محيط المربع يتغير طرديا مع طول ضلعه، حيث ح = 4 ل.
- محيط الدائرة يتغير طرديا مع طول نصف القطر، حيث ح = $\pi 2$ نق.
- كتلة الجسم تتغير طرديا بتغير حجمه، حيث ك = ث ح.

م: من يعطي لا أمثلة؟

ط: يتوقع الإجابات التالية: عندما تتزايد السرعة يقل الزمن المستغرق لقطع مسافة ثابتة بين مدينتين.

5- مرحلة عمل ارتباطات رياضية:

5-1 ربط المفهوم بخواصه:

من خلال المناقشة يتوصل الطلاب للآتي:

- التغير الطردي بين كميتين له ثلاثة تمثيلا ت متكافئة هي التمثيل (الجدولي – البياني – الجبري).
- يمكن الانتقال من التمثيل الجدولي، أو التمثيل الجبري إلى التمثيل البياني، والعكس.

5-2 استخدام المفهوم كرابط لاستخلاص مفهوم أو تعميم آخر:

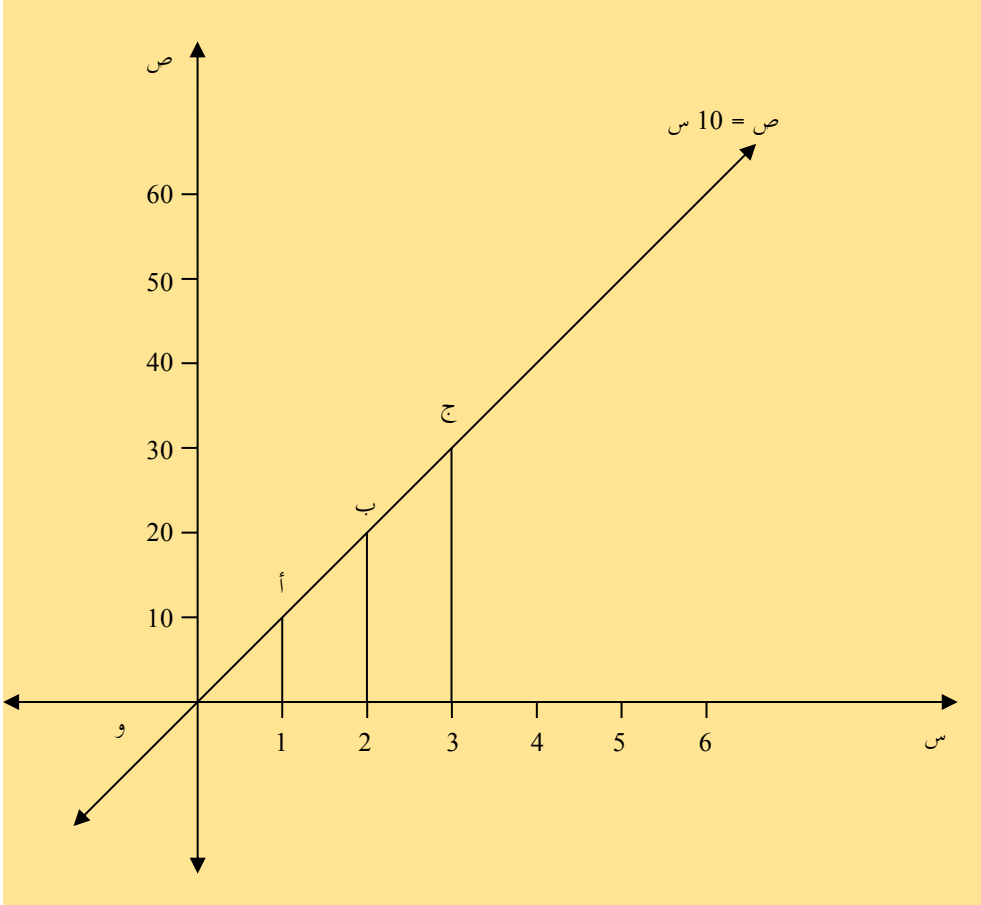
5-2-أ: معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل:

م: إذا استبدلنا المتغير ن بالمتغير س حيث س∋ح، والمتغير ح بالمتغير ص

حيث ص∋ح في التمثيل الجبري للتغير الطردي علام نحصل؟ وما التمثيل البياني؟

ط: يتوقع الإجابات التالية:

ص = 10 س ◄——————— (3)



شكل 7–10 معادلة خط مستقيم يمر بنقطة الأصل

م: إذا رمزنا للثابت في المعادلة (3) بالرمز (م) فإن معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل هي:

$$\boxed{ص = م\ س} \longleftarrow (4)$$

ويسمى الثابت (م) بميل الخط المستقيم.

5-2-ب: تعيين ميل الخط المستقيم وإعطاء تفسير له:

م: عين إحداثي النقاط ا، ب، جـ، وبين كيف يمكن إيجاد الميل من إحداثي النقاط في شكل (7-10).

ط: نتوقع الإجابات التالية:

- ا= (1، 10)، ب = (2، 20)، جـ =(3، 30).
- م= $\frac{10}{1}$ =$\frac{20}{2}$=$\frac{30}{3}$ = $\frac{\text{الاحداثي الصادي لأي نقطة على المستقيم ل}}{\text{الاحداثي السيني لنفس النقطة}}$

إعطاء تفسير الميل:

م = معدل تزايد الإحداثي الصادي بالنسبة لتزايد الإحداثي السيني.

بمعنى كلما تزايد الإحداثي السيني بوحدة واحدة فإن الإحداثي الصادي يتزايد 10 وحدات.

م: اذكر شروط تعيين معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل.

ط: يوجه المعلم المناقشة لكي يتوصلوا إلى:

- تتعين معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل إذا علم ميله.
- أو تتعين معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل إذا علم إحداثي أي نقطة تقع عليه.

مثال: عين معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل في الحالات الآتية:

أ- ميله $\frac{3}{4}$

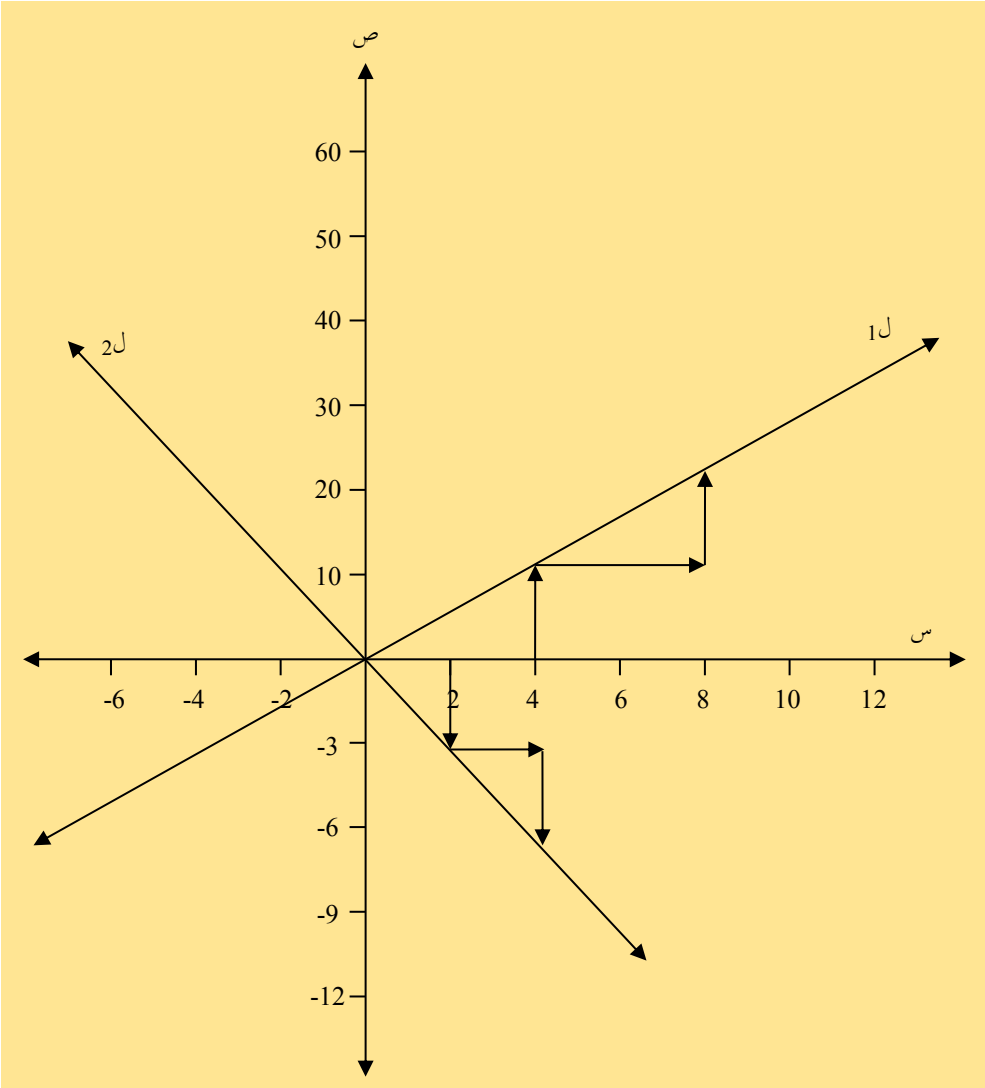
ب- يمر بالنقطة (2، -3).

ج- أعط تفسيراً للميل.

ط: بتوجيه من المعلم ينفذ الطلاب الآتي:

أ- معادلة المستقيم هي:- ل1: ص = $\frac{3}{4}$ س. وتفسير الميل: كلما زاد الاحداثي السيني 4 وحدات زاد الإحداثي الصادي 3 وحدات كما موضح بشكل (7-11) التالي:

ب- م = $\frac{-3}{2}$ ∴ المعادلة هي:- ل2: ص = $\frac{-3}{2}$ س. وتفسير الميل: كلما زاد س بوحدتين نقصت ص بثلاث وحدات كما موضح بشكل (7-11) التالي:

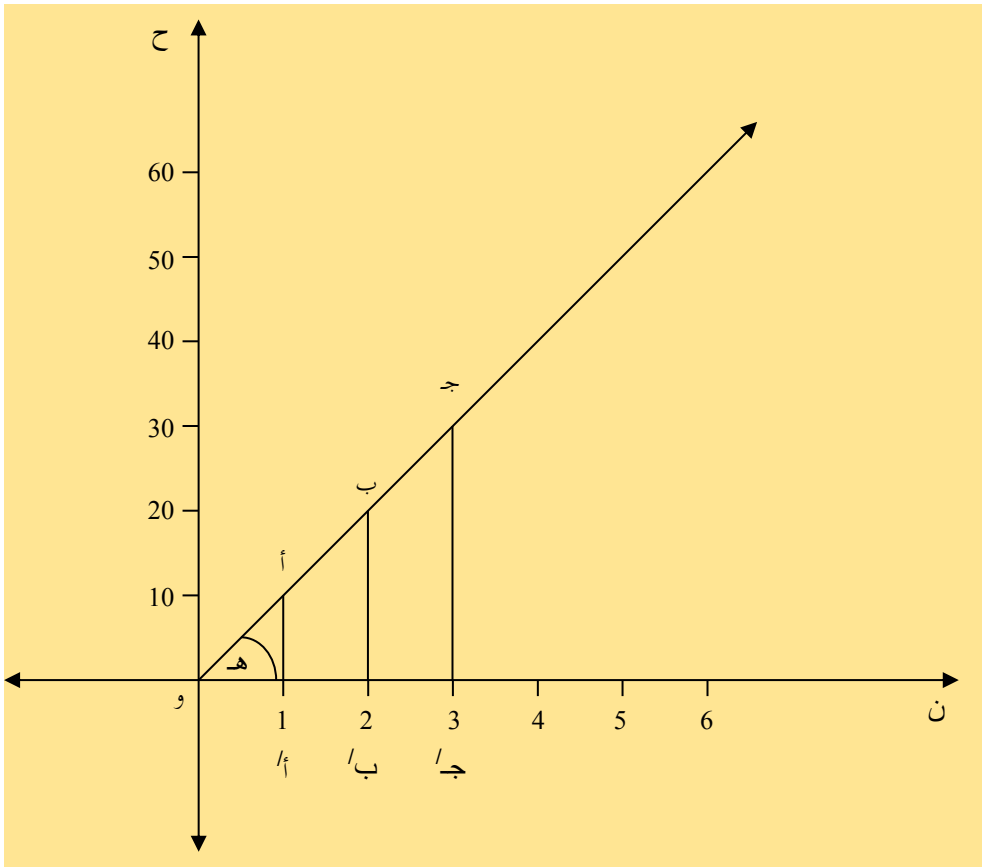


شكل 7-11 التمثيل البياني للمستقيمين ل1 ، ل2 وتفسير للميل.

5–2– جـ: النسب المثلثية للزاوية الحادة

م: في شكل (7–10) السابق عين مواقع مساقط النقاط ا، ب، جـ على محور السينات ولتكن ا/، ب/، جـ/ على الترتيب، وبفرض أن (هـ) الزاوية التي يصنعها الشعاع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات كما موضح بشكل(7–12) التالي:

ط: يتوقع أن ينفذ الطلاب الآتي:



شكل 7–12 لإيجاد النسب المثلثية للزاوية الحادة

م: الزاوية (هـ) هي زاوية حادة في ثلاثة مثلثات قائمة الزاوية هي: Δ و ا ا/، Δ و ب ب/، Δ و ج ج/ .عين أطوال أضلاع المثلثات الثلاثة، ثم أوجد ما يلي:

1- $\frac{\text{أ أ/}}{\text{و أ/}}$ ، $\frac{\text{ب ب/}}{\text{و ب/}}$ ، $\frac{\text{ج ج/}}{\text{و ج/}}$. ماذا تلاحظ؟

2- $\frac{\text{أ أ/}}{\text{و أ}}$ ، $\frac{\text{ب ب/}}{\text{و ب}}$ ، $\frac{\text{ج ج/}}{\text{و ج}}$. ماذا تلاحظ؟

3- $\frac{\text{و أ/}}{\text{و أ}}$ ، $\frac{\text{و ب/}}{\text{و ب}}$ ، $\frac{\text{و ج/}}{\text{و ج}}$. ماذا تلاحظ؟

ط: يدير المعلم المناقشة لكي يتوصل الطلاب للإجابات التالية:

1- $\frac{\text{أ أ/}}{\text{و أ/}} = \frac{\text{ب ب/}}{\text{و ب/}} = \frac{\text{ج ج/}}{\text{و ج/}} = 10$

م: أي من النسب الثلاث يسمى بظل الزاوية (هـ) ويرمز لها بالرمز (ظاهـ) حيث:

ظا هـ = $\frac{\text{أ أ/}}{\text{و أ/}}$ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية الحادة (هـ) في المثلث القائم الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية الحادة (هـ)}}$ ← (5)

2- $\frac{\text{أ أ/}}{\text{و أ}} = \frac{\text{ب ب/}}{\text{و ب}} = \frac{\text{ج ج/}}{\text{و ج}} = \frac{10}{\sqrt{101}}$

م: أي من النسب الثلاث تسمى جيب الزاوية (هـ) ويرمز لها بـــ (جاهـ) حيث:

جا هـ = $\frac{\text{أ أ}'}{\text{و أ}}$ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية الحادة (هـ) في المثلث القائم الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$ ← (6)

3- $\frac{\text{و أ}'}{\text{و أ}}$ = $\frac{\text{و ب}'}{\text{و ب}}$ = $\frac{\text{و جـ}'}{\text{و جـ}}$ = $\frac{1}{\sqrt{101}}$

م: أي من النسب الثلاث يسمى جيب تمام الزاوية (هـ) ويرمز لها بـــ (جتاهـ) حيث:

جتا هـ = $\frac{\text{أ أ}'}{\text{و أ}'}$ = $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية الحادة (هـ) في المثلث القائم الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$ ← (6)

م: كل من النسب: جاهـ، جتاهـ ، ظاهـ تسمى بالنسب المثلثية الأساسية للزاوية هـ ، وتوجد ثلاث نسب أخرى تسمى مقلوبات النسب الأساسية هي: قتاهـ، قاهـ، ظتاهـ بحيث:

جاهـ قتاهـ = 1، جتاهـ قاهـ = 1، ظاهـ ظتاهـ = 1.

مثال: Δ ا ب جـ قائم الزاوية في ب، ا ب = 3سم، ب جـ = 4 سم. أوجد النسب المثلثية الأساسية وغير الأساسية للزاويتين ا، جـ.

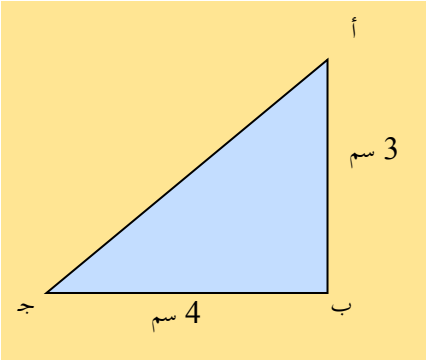
ط: يناقش المعلم الطلاب الحل، ثم ينفذ الطلاب الحل التالي:

ا جـ = $\sqrt{3^2 + 4^2}$ = 5 سم.

جاجـ = $\frac{3}{5}$، قتاجـ = $\frac{5}{3}$.

جتاجـ = $\frac{4}{5}$، قاجـ = $\frac{5}{4}$.

ظاجـ = $\frac{3}{4}$ ، ظتاجـ = $\frac{3}{4}$.



شكل 7–13

ايضا: جاا = $\frac{4}{5}$ ، قتاا = $\frac{5}{4}$، جتاا = $\frac{3}{5}$ ، قاا = $\frac{5}{3}$ ، ظاا = $\frac{4}{3}$ ، ظتاا = $\frac{3}{4}$.

6- مرحلة التطبيق والتقويم

مثال (1): أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل، ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها 30°، ثم أوجد النسب المثلثية للزاوية 30°، 60°.

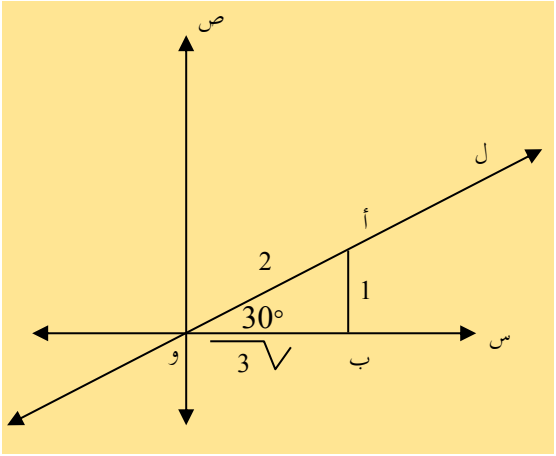
م: يناقش المعلم الطلاب أفكار الحل، ثم يطلب منهم تنفيذ الحل.

ط: يتوقع أن ينفذ الطلاب الحل الآتي:

أولا: معادلة المستقيم ل:

Δ ا ب و مثلث ثلاثيني ستيني:

ا ب: ب و: و ا = 1: $\sqrt{3}$: 2.



شكل 7–14

∵ ميل المستقيم ل = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⟵ *

∴ معادلة المستقيم ل: ص = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ س

ثانيا: النسب المثلثية للزاويتين: 30°، 60°:

∵ Δ و أ ب قائم الزاوية في ب.

∴ جا 30 = $\frac{1}{2}$ ، جتا 30 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، ظا 30 = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⟵ **

م: ماذا تستنتج من العلاقتين (*) ، (**)؟

ط: ميل المستقيم ل = ظا 30.

م: عموماً:

ميل أي مستقيم يساوي ظل الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

جا 60 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، جتا 60 =$\frac{1}{2}$، ظا 60 = $\sqrt{3}$

مثال (2): إذا كانت ص ∝ س، وكانت ص=$\frac{3}{5}$ عندما س= 2 ، فأوجد س عندما ص = 3.

م: يناقش المعلم مع الطلاب أفكار الحل، ثم يطلب منهم تنفيذ خطوات الحل.

ط: يتوقع أن ينفذ الطلاب الحل الآتي:

∵ ص∝ س ∴ ص= م س ∴ $\frac{3}{5}$ = م × 3 ∴ م = $\frac{1}{5}$

∴ ص= $\frac{1}{5}$ س بالتعويض عن ص = 3

∴ 3 = $\frac{1}{5}$ س ∴ س= 15.

التقويم

تدريب1: أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل، ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها 45°، ثم عين النسب المثلثية للزاوية 45°.

تدريب2: إذا كانت ص∝ $س^2$ ، وكانت ص= 2 عندما س = 1، فأوجد ص عندما

س∋ {6, 5, 4, 3, 2}، مثل العلاقة بين س، ص بيانيا علما بأن س، ص∋ ح.

الفصل الثامن
كفايات معلم الرياضيات

- **مفهوم الكفاية**

تُعرّف الكفاية بأنها القدرة المكتسبة، لإنجاز بعض المهام والوظائف والقيام ببعض الأعمال، كما تعرف الكفاية بأنها القدرة على أداء عمل أو مهمة ما بفاعلية ، والكفاية قد تكون معرفية، وقد تكون أدائية ، والكفاية المعرفية تعتبر منطلقا أساسيا للكفاية الأدائية، والكفاية الأدائية تشير إلى عمليات وإجراءات يمكن ملاحظتها (محمد الدريج، 2004 :22).

– الكفاية التدريسية Teaching Competency

الكفاية التدريسية تعني قدرة المعلم على أداء مهامه التعليمية ، بمستوى معين من الإتقان، يضمن تحقيق النتائج المطلوبة في سلوك التلميذ (سهيلة أبو السيد ، 1985: 56)، وتُعرّف بأنها مجموعة من المعارف والمهارات والسلوكيات التي يجب أن تتوافر لدى المعلم لكي يكون قادراً على أداء مهامه التدريسية، والتي يمكن قياسها(أمينة كمال وعبد العزيز الحر، 2003: 40)، كما تُعرّف أيضا بأنها المعلومات والمهارات والاتجاهات والقيم التي يكتسبها الطالب المتعلم من خلال برنامج أُعد في كلية التربية للارتقاء بأدائه لأدواره ومهامه التدريسية إلى مستوى التمكن والفعالية، ويمكن ملاحظة هذا الأداء وقياسه بأدوات معدة لهذا الغرض ومن خلال أثره الذي يظهر في تحقيق نواتج التعلم المرغوب لدى تلاميذه (السيد مدين، 123:2007)، كما يقصد بمفهوم كفاية التدريس ان يستخدم المعلم الخبرات، والمعارف والمهارات التي اكتسبها أثناء تعلمه في تدريس الرياضيات بكفاءة وفعالية.

كفاية التدريس الأدائية

تعرف بأنها قدرة المعلم على القيام بأداء محدد يتعلق بأحد مهام الموقف التدريسي بحيث يكون قابلاً للملاحظة والقياس، حيث يقصد بالملاحظة إمكانية ملاحظة أداء المعلم بصورة مرئية أثناء تنفيذه للدرس أو إدارة الفصل، وبصورة كتابية إذا كان الأداء يتعلق بتخطيط الدرس.

الكفايات الرياضية Mathematical Competencies

الكفاية الرياضية تعني امتلاك الفرد المعارف الرياضية وفهمها والتدريب عليها واستخدامها (Niss, 2003:6)، كما تعني المقدرة الحسابية، وإجراء الحسابات الدقيقة، والتواصل بلغة الرياضيات، كما تعرف من خلال البرنامج العالمي لتقييم التلميذ Program For International Student Assessment (PISA)، بأنها قدرة الفرد على معرفة وفهم الدور الذي تلعبه الرياضيات في الحياة، من إصدار أحكام رياضية دقيقة، واستخدام أساليب التفكير الرياضي كالاستنباط، والتأمل ، وإدراك العلاقات في مواجهة احتياجات الفرد الحياتية والمستقبلية (Hamlett, 2010 :1)، ويؤكد الباحثون في مجال الرياضيات على أن الكفاية الرياضية ليست قاصرة على عملية التعليم فقط، بل على الأصح هي هدف طويل الأمد لعمليتي التعليم والتعلم –كما أنها عملية معقدة وديناميكية إلى حد بعيد، وتتطلب معارف مفاهيمية وإجرائية في مجال تخصص الرياضيات، وتمثل المعرفة (من أجل التعرف)، والمهارة (من أجل معرفة كيف). ولقد قدم "Albano" قائمة توضح بعض المتطلبات الأساسية للتمييز بين المعرفة والمهارة كما بالجدول التالي (Albano, 2012:6):

جدول 8-1 تصنيف للأنماط الأساسية للمحتوى الرياضي

نوع المحتوى	المعرفة	المهارة
تعريف	جملة خبرية	إجراء/ معالجة
نظرية	جملة خبرية	إجراء / معالجة
نظرية	برهان	إجراء / معالجة
خوارزمية	وصف	أداء / عمل
مثال ولا مثال	وصف	أداء / عمل
تدريب	-	مهارات حسابية
مشكلة	-	حل مشكلات قياسية

ويمكن وصف الكفاية الرياضية في عبارتين معاً هما: المحتوى (ما الرياضيات التي ينبغي أن يعرفها التلميذ؟)، والعملية (كيف ينبغي أن يتقدم التلميذ في دراسة الرياضيات وفهمها؟) (Graf 2009 : 3).

ولقد قدم " نيس " Niss مجموعة من الكفايات الرياضية التي تم وصفها في مشروع (KOM) الدنماركي وهي:

أولاً: كفايات رياضية خاصة بعمليتي التعليم والتعلم – بدءاً من المرحلة الابتدائية وانتهاءً بالمرحلة الجامعية وهي تنقسم إلى مجموعتين:

المجموعة الأولى: تتمثل في قدرة الفرد على أن يسأل أسئلة في الرياضيات ويجيب عنها من داخل الرياضيات، وتتضمن أربع كفايات هي:

1- كفاية التفكير الرياضي: Mathematical Thinking Competency

وتعني أن يكون المعلم متمكناً من نماذج التفكير الرياضي، وتتضمن القدرة على:

1- توجيه أسئلة في الرياضيات، ومعرفة أنواع إجاباتها.

2- فهم ومعالجة خواص ومحددات مفهوم معين.

3- الوعي بنوعية الأسئلة النموذجية في الرياضيات، والبصيرة بنوعية الإجابات المتوقعة.
4- التمييز بين مختلف التعبيرات الرياضية مثل:(المفاهيم، النظريات، الفروض، التخمينات، الحالات الخاصة).

2- كفاية معالجة المشكل: Problem Handling Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على صياغة مشكلات رياضية وحلها، وتتضمن القدرة على:

1- تحديد، طرح، وصياغة مشكلات رياضية متنوعة (مجردة أو تطبيقية)، مفتوحة النهاية أو مغلقة.
2- حل مشكلات مطروحة من المعلم نفسه، أو من الآخرين، بشرط أن تكون مناسبة، وفي مجالات مختلفة.

3- كفاية النمذجة: Modeling Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على بناء نماذج رياضية وتحليلها في مختلف المجالات، وتتضمن القدرة على:

1- تحليل أسس وخواص نماذج موجودة، وتقييم نسقها وصدقها.
2- ترجمة نماذج موجودة (بمعنى تفسير وتحويل عناصر النموذج إلى لغة "النماذج الواقعية").
3- إنجاز نمذجة فاعلة في سياقات محددة، (بمعنى بناء مواقف رياضية، ومعالجة النموذج الناتج، وكتابة تقرير رياضي عنه، والتحقق من صلاحية النموذج، وتحليله بانتقاد، والتواصل مع الآخرين نحوه، ومراقبة وضبط عملية النمذجة كاملة).

4- كفاية الاستدلال: Reasoning Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على الاستنباط الرياضي، وتتضمن القدرة على:

1- فهم وتقييم الاستدلال الرياضي المقدم من الآخرين.
2- فهم ما البرهان، وكيف يختلف عن غيره من أنواع الاستدلالات الأخرى.
3- فهم المنطق الرياضي، بجانب المثال المناقض.
4- توضيح الأفكار الرئيسية في البرهان.
5- استنباط وتنفيذ براهين أساسية وغير أساسية، على أن تتضمن تحويل الاستدلال الاستكشافي إلى برهان صحيح منطقيا.

المجموعة الثانية : تتمثل في قدرة المعلم على معالجة المواقف باستخدام لغة الرياضيات والأدوات ، وتتضمن أربع كفايات هي :

1- كفاية التمثيل: Representation Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على أن يمثل المواقف الرياضية تمثيلاً متعدداً، وتتضمن القدرة على:

1- فهم (ترجمة، تفسير، تمييز بين) مختلف الأنواع من التمثيلات للمواقف الرياضية.
2- فهم العلاقات بين مختلف التمثيلات لنفس الموقف.
3- الانتقال بين مختلف التمثيلات، واختيار المناسب منها واستخدامه.

2- كفاية الترميز والتشكيل: Symbols and Formalism Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على أن يستخدم لغة الرياضيات، وأنظمة الرياضيات الشكلية*، وتتضمن القدرة على:

1) ترجمة الرموز، واللغة الشكلية.
2) الانتقال بالتناوب بين اللغة الرمزية، واللغة الطبيعية (الأم).

* أنظمة الرياضيات الشكلية: هي التي تستخدم في إثبات صدق أو كذب قضايا أو فرضيات.

3) معالجة واستخدام التعبيرات الرمزية، والعبارات الرياضية التي تتضمن صيغ رياضية.

4) فهم طبيعة الأنظمة الشكلية.

5) تحري الدقة في كتابة الرموز والتعبيرات الرياضية وتتابعها ونسقها.

3- كفاية التواصل:Communication Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على أن يتواصل في الرياضيات، وبها، ونحوها، وتتضمن القدرة على:

1- فهم، وفحص، وتفسير مختلف الكتابات شفهيا، أو بعبارات رياضية مرئية، أوفي سياقات.

2- إظهار ذاته في مختلف النواحي، وفي إصدار الأحكام على مسائل رياضية، تراعي طبيعة ومستويات الطلاب.

3- التفاعل المتبادل مع الطلاب، والزملاء، والبيئة الاجتماعية، وموضوعات التعلم.

4- التحدث بلغة المنشأ، وبلغة الجسد، والإشارة، وبعدسة العين.

5- استخدام مفردات لغة الرياضيات، ورموزها، وبنيتها في التعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية.

6- التعبير عن الأفكار الرياضية بالشرح والتفسير للطلاب والآخرين.

4- كفاية الأدوات والوسائل المساعدة: Tools and Aids Competency

وتعني أن يكون المعلم قادراً على ابتكار الوسائل التعليمية واستخدامها مع الأدوات في تعليم وتعلم الرياضيات، وتتضمن القدرة على (Niss , 2011 : 13 – 34):

1- معرفة خصائص الوسائل، وأماكن تواجدها، ومدى مناسبتها لتنفيذ الأنشطة الرياضية (على سبيل المثال: الأدوات الهندسية، الجداول، الحاسبات، أجهزة الكمبيوتر، الإنترنت).

2- امتلاك البصيرة الرياضية نحو إمكانيات تلك الوسائل، ومحدوديتها.

3- استخدام الوسائل، والأدوات بتؤدة.

ويؤكد "Niss" على أن المعلم الكفء يكون قادراً على تنمية الكفايات الرياضية لدى تلاميذه، وهذا لا يتحقق إلا إذا كان المعلم نفسه يمتلك تلك الكفايات ويتقنها.

ثانياً: كفايات خاصة بعملية التعليم والنمو المهني للمعلم

لقد أوضح كلٌّ من "Niss" و "Selvi" تسع كفايات خاصة بعملية التعليم والتعلم وهي:

1- كفاية مجال التخصص: Field Competency

هذه الكفاية ترتبط بالسؤال عمّا يجب أن يدرس بالمدرسة، وعن المحتوى الذي سوف يدرسه المعلم ويتعلمه المتعلم. فعلى سبيل المثال: المعارف الرياضية التي يمتلكها المعلمون تكون الكفاية الرئيسية للمعلمين الذين سيقومون بالتدريس داخل حجرة الدراسة، وهي تتضمن الموضوعات الأكاديمية الخاصة بمحتوى مادة الرياضيات المدرسية. وكفاية مجال التخصص هي الأكثر أهمية حيث ترتكز على أساس أن المعلمين هم فقط القادرون على توصيل المحتوى للطلاب، والتفاعل معهم (Selvi, 2010: 169).

2- كفاية المنهج: Curriculum Competency

هذه الكفاية تتكون من كفايتي تطوير المنهج، وتنفيذه، وتتضمن المعارف المرتبطة بفلسفة المنهج، والمهارات الخاصة بتطوير المنهج، وتنفيذه، وتصميمه، وتطوير عناصره، وتطوير نماذجه، وأساليب تطوير تصميمه، واختيار وتنظيم المحتوى، وعملية التطوير، وعملية التدريس، وتحديد الشروط والتجهيزات المناسبة لتطوير المنهج (Selvi, 2010: 170).

كما أن كفاية المنهج تتضمن قدرة المعلم على تحليل، وفهم، وتقييم مناهج الرياضيات والربط بينها وبين محتوى المقررات، بالإضافة إلى قدرته على ابتكار أشياء جديدة

تكون مرغوبة أو ضرورية للمنهج، فبدون كفاية المنهج، يكون من الصعب الحصول على خدمة تربوية فاعلة في المدارس (Niss,2011: 23).

3- كفاية التدريس: Teaching Competency

هذه الكفاية تتضمن قدرة المعلم على ابتكار، وتخطيط، وتنظيم مهام تعليمية في الرياضيات والتنسيق بينها وتنفيذها، وتتضمن أيضاً قدرة المعلم على ابتكار مواقف ثرية بأطياف التعلم، وأيضاً إيجاد واختيار وتقييم الوسائل التعليمية وابتكارها. وحث التلاميذ وتحفيزهم على مناقشة المنهج ، وتبرير أنشطة التعليم والتعلم في مناقشات جماعية معهم(Niss, 2011).

4- كفاية كشف الغطاء عن التعلم: Uncovering of Learning Competency

هذه الكفاية تتضمن قدرة المعلم على توضيح وتفسير وتحليل تعلم التلاميذ للرياضيات، وكذا آرائهم واتجاهاتهم ومعتقداتهم نحو الرياضيات بالإضافة لما سبق – قدرته على تحديد التحسن والتقدم في التعلم لكل تلميذ بمفرده (Niss, 2011).

5- كفاية التقويم: Assessment Competency

هذه الكفاية تتضمن قدرة المعلم على أن يحدد ويقيم ويميز بين مخرجات وكفايات التعلم لدى التلاميذ بحيث يساعد ويعلم كل تلميذ، كما أنها تتضمن قدرة المعلم على معرفة، واختيار، وتعديل، وبناء، وتحليل ناقد لمجموعة مختلفة من أساليب التقويم وأدواته للتحقق من إنجاز أهداف التعلم(Niss,2011).

6- كفاية التعاون: Collaboration Competency

هذه الكفاية تتضمن قدرة المعلم على التعاون مع زملائه في مجال الرياضيات والتخصصات الأخرى ومع رؤسائه وأولياء الأمور بما يخدم عمليتي التعليم والتعلم (Niss, 2011).

7- كفاية النمو المهني: Professional development competency

هذه الكفاية تتضمن قدرة المعلم على تطوير كفاءته كمعلم للرياضيات ومشاركته في أنشطة النمو المهني وارتباطه بها، مثل مشاركته في (برامج تدريبية، والبحث العلمي، والمشاريع المتطورة، والمؤتمرات العلمية) بحيث تعكس أقصى ما يملك كل فرد من ممارسات وتعلم، وما يحتاج إليه من تطور، منسجماً مع التطورات الجديدة في الأبحاث والتدريبات والممارسات (Niss,2011: 24).

8- كفاية التعلم مدى الحياة: Lifelong Learning Competency

هذه الكفاية تتضمن قدرات المعلمين في التعلم من أجل التعلم، ومسئوليتهم عن تطوير أنفسهم مهنيا، كما أن كفاية التعلم مدى الحياة تتضمن قدرتين للمعلم هما (Selvi, 2010: 170):

- قدرة المعلم على تعليم نفسه بنفسه مدى الحياة.
- قدرة المعلم على تحمل المسؤولية نحو تطوير قدرات الطلاب على التعلم مدى الحياة.

9- كفاية البحث: Research Competency

هذه الكفاية تتضمن كفاية طرق البحث والتقنية، وكفاية تصميم وإجراء دراسات في مجال التخصص، بدعم وتعاون من قبل الجامعات أو المتخصصين الآخرين، أو الأفراد المهتمين بالدراسات في مجال المنهج والتربية. وكفاية البحث ذات تأثير فاعل في اطلاع المعلمين على التطورات المتعاقبة في مجال التخصص، وأيضا في تطوير أنفسهم استنادا إلى تلك التطورات. علاوة على ما سبق ورغم أن كفاية البحث خاصة بالمعلمين، ولكنها أكثر أهمية للطلاب في إكسابهم التفكير العلمي، ومهارات عملية البحث، كما أن كفاية البحث تساعد في تنمية كافة الكفايات الأخرى

لدى المعلمين، وتعزيز أساسيات البحث التربوي لديهم وهذا يعد أسلوباً جديداً في إعداد المعلم (Niemi & Sihvonem,2006:36-37).

ويرى"Niss" أن الكفايات الرياضية تعني امتلاك المعلم أو المتعلم المعارف الرياضية المتمثلة في (المفاهيم – التعميمات – المهارات – الأفكار الرياضية) والعمليات الرياضية المتمثلة في (حل المشكلات – الاستدلال والبرهان الرياضي – التواصل – الارتباطات – التمثيل المتعدد)، والتي يمكن تنميتها وإتقانها من خلال أنشطة التعليم والتعلم التي تتم داخل وخارج المدرسة، وان تطور كفايات المعلم قائمة على أساس التغيرات الحادثة في مختلف العلوم، وفي المجتمع، والدور الرئيسي للمعلم هو نقل التغيرات الى النظام التعليمي، والعمل على معالجة تلك التغيرات بفاعلية، كما يرى أن المستقبل سيكون مختلفاً عن الماضي والحاضر في بعض نواحٍ محددة (Selvi,2010:167-175).

الفصل التاسع
القياس والتقويم

التقويم عملية تشخيصية وقائية علاجية، تستهدف الكشف عن مواطن الضعف والقوة في عملية التعليم والتعلم، بقصد تحسين هذه العملية والعمل على تطويرها بما يحقق الأهداف المنشودة. وعلى هذا فالتقويم في تعليم أي مقرر دراسي يعتبر وسيلة وليس غاية. وسيلة يمكننا بها معرفة مدى ما حققناه من أهداف، وترشدنا إلى مواطن الضعف لكي نعمل على علاجها أو تحاشيها، ومواطن القوة فنعمل على تعزيزها، ومفهوم التقويم مرتبط بمفهومين آخرين هما القياس والتقييم، وفيما يلي توضيح لتلك المفاهيم(إبراهيم عميرة وفتحي الديب، 312:1979).

القياس: Measuring

يُعرّف القياس بأنه العملية التي يقدر بها أداء المتعلم بالنسبة لخاصية معينة، باستخدام أداة ملائمة أو قياس مناسب، ويعبر عنه بقيمة عددية، وهذا يعني أن القياس يتضمن حكما كميا على النتيجة لا حكما قيمياً

فإذا حصل متعلم على الدرجة (80) من (100) في اختبار ما، فهذا قياس، لا نعرف منه إذا كان القياس يدل على أن أداءه مقبول أو غير مقبول، مناسب أو غير مناسب(محمد السيد، 231:2000).

و يُعرّف أيضاُ بأنه وصف للبيانات باستخدام الأعداد، وعمليات القياس يمكن أن تتم عن طريق العدّ، أو الاختبارات، ويعبرعن النتيجة بأعداد صحيحة، أو نسب مئوية، أو انحرافات معيارية.... وهكذا (عبد الحافظ سلامه، 160:2002-161).

التقييم: Assessment

التقييم لغة: يعني إعطاء قيمة لشيء معين بناء على درجة توافقه مع هدف منشود محدد.

والتقييم بهذا المفهوم يشمل دراسة الموضوع ثم الحكم عليه، ولكنه لا يعني التعديل، والتصويب، بل إعطاء قيمة فقط، ومن هنا يأتي الفرق بينه وبين التقويم الذي يشمل إعطاء قيمة مع التصويب والتعديل.

التقويم: Evaluation

يُعرّف التقويم في مجال التعليم "بمعجم المصطلحات التربوية" بأنه إصدار مجموعة أحكام نزن بها جانباً من التعليم أو التعلم، وتشخيص نقاط القوة والضعف فيه وصولا إلى اقتراح حلول تصحيح المسار، فهدف التقويم تحسين وتجديد مستمران لمواكبة العملية التعليمية(ميشيل جرجس و رمزي كامل، 1998: 174)، ويعرف أبضاً بأنه عملية جمع، وتصنيف، وتحليل، وتفسير البيانات بقصد استخدامها في إصدار حكم أو قرار(محمد السيد، 236:2000). كما يُعرّف التقويم بأنه عملية تحديد مدى تحقق الأهداف التي خطط لها المنهج، أي مستوى ما وصل إليه المتعلم، وتحقق لديه من نتاجات تعليمية، وخبرات مكتسبة، وتوافقها مع الأهداف السلوكية(فريد أبو زينه، 219:1990).

فمثلا: عند تطبيق اختبار ما درجته النهائية 100 على التلاميذ، وبعد تصحيحه تم تقسيمهم الى مجموعات، فعلى سبيل المثال تلاميذ تقع درجاتهم في الفئة من75–89، وتلاميذ تقع درجاتهم في الفئة 65–74 ، وتلاميذ درجاتهم أقل من 30 فهذا يسمى قياساً. و إذا أصدرنا حكما بأن التلاميذ الذين تقع درجاتهم في الفئة 75–89 مستواهم جيد جداً، وأن التلاميذ الذين درجاتهم في الفئة 65–74 مستواهم جيد، والتلاميذ الذين درجاتهم أقل من 30 مستواهم ضعيف جدا، فهذا يعد تقييماً. أما إذا اتخذ قرار بإعداد برنامج علاجي

للتلاميذ الذين مستواهم ضعيف جداً لتحسين مستواهم فهذا يعد تقويماً. فالتقويم يتضمن القياس والتقييم، حيث يشمل الحكم الكمي (أي القياس) والحكم النوعي(أي التقييم) معا بهدف الإصلاح، أو التعديل، أو التحسين، أو التطوير، أو التغيير أو جميعها معا.

الفرق بين القياس والتقويم

يُعتقد أن كلمة قياس مرادفة لكلمة تقويم، ولكنه في حقيقة الأمر هناك اختلافات واضحة بين المفهومين تنحصر فيما يلي:

1- التقويم عملية شاملة(تقويم تحصيل التلاميذ، المقرر، أساليب التدريس، الأهداف)، بينما القياس جزئي، أي ينصب على شيء واحد فقط.
2- يهتم التقويم بالحكم، بينما يركز القياس على الكم.
3- يهدف التقويم إلى التشخيص والعلاج، وبالتالي يساهم في التحسن والتطوير، بينما يكتفي القياس بإعطاء بعض المعلومات المحددة عن الشيء أو الموضوع المراد قياسه.
4- يرتكز التقويم على مقارنة الفرد بنفسه وبغيره، بينما يعطينا القياس نتائج وصفية للشيء دون ربطه بالأشياء الأخرى.

أنواع التقويم

ويتطلب التقويم من المعلم امتلاكه وقيامه بالمهارات التدريسية التقويمية المختلفة لتقويم مدى تحقق الأهداف التعليمية المنشودة، وتتمثل في:

أ. التقويم القبلي.

ب. التقويم التكويني.

ج. التقويم الختامي.

وفيما يلي توضيح لكل منها:

أ. التقويم القبلي (التشخيصي)

يعنى تحديد مستوى التلميذ قبل بدء عملية التدريس، ويهدف إلى كشف نواحي الضعف والقوة لدى التلميذ في المعلومات التي سبق أن تعلمها واللازمة للتعلم الجديد. ومثل هذا النوع من التقويم يتم قبل البدء بعملية التدريس لموضوع معين أو لوحدة.

ب. التقويم التكويني (البنائي)

يقوم على مبدأ تقويم عملية التعليم والتعلم أثناء مسارها، ويهدف بوجه عام إلى تحديد مدى استيعاب وفهم التلاميذ لدرس معين أو موضوع أو وحدة ، بغرض تصحيح العملية التعليمية وتحسين مسارها، ومن أدوات التقويم التكويني (أثناء التدريس): الأسئلة المختلفة التي يطرحها المعلم أثناء الدرس، والامتحانات القصيرة، والتمارين الصفية .

ج. التقويم الختامي (النهائي)

يقوم على مبدأ تقويم عملية التعليم والتعلم بعد انتهائها، وبالتالي يهدف إلى معرفة ما تم تحقيقه من الأهداف التعليمية المنشودة من المنهج، ويقوم هذا التقويم على نتائج الامتحانات (الاختبارات) التي يعطيها المعلم في نهاية العام الدراسي.

أهمية التقويم: تتمثل أهمية تقويم أداء التلميذ في النقاط التالية:

1) يقيس مدى تحقق الأهداف التعليمية.
2) رصد تقدم التلاميذ في تحقيقهم للأهداف التعليمية للرياضيات.
3) تقويم نواتج التعلم لدى التلاميذ في الرياضيات.
4) مساعدة المعلم في اتخاذ قرارات تتعلق بالتدريس.
5) انتقال التلميذ من صف لآخر أو من مرحلة لأخرى.

تقويم نواتج التعلم في الرياضيات

يتضمن تقويم نواتج التعلم(التحصيل) لدى التلاميذ في الرياضيات ثلاثة محاور هامة هي:

أ- تقويم المعرفة المفاهيمية المتمثلة في: مدى امتلاك التلاميذ للحقائق، والمفاهيم، والتعميمات.

ب- تقويم المعرفة الإجرائية المتمثلة في: مدى قدرة التلاميذ على القيام بالإجراءات، أو المعالجات، أو الأداء، أو المهارات، أو الأعمال الرياضية.

ج- تقويم العمليات الرياضية المتمثلة في: مدى قدرة التلاميذ على التواصل بلغة الرياضيات، والاستدلال، وعمل ارتباطات، والتمثيل المتعدد للمفاهيم والتعميمات والمشكلات، وحل المشكلات.

أساليب تقويم مخرجات التعلم

من أهم الأساليب التي تساعد المعلم في تقويم أداء تلاميذه تقويما شاملا ما يلي:

أ- الملاحظة. ب- المقابلات الفردية. جـ- الاختبارات.

وفيما يلي توضيح لهذه الأساليب:

أ- الملاحظة

تفيد الملاحظة في تقويم النمو الجسمي والانفعالي وغيرها من أبعاد نمو شخصية التلميذ، فالمعلم يلاحظ صحة تلميذه كل يوم، ويلاحظ أيضا استقراره العاطفي والمزاجي وتوافقه وانسجامه مع زملائه في الفصل، وفى مجالات النشاط المختلفة، فإذا لاحظ أمرا غير طبيعي، عليه أن يساعد التلميذ، وأن يستعين بالمتخصصين لمساعدته، وللملاحظة دور مهم، أيضا في تقويم تحصيل التلميذ للمعرفة، وملاحظة المعلم للتلميذ أثناء تكليفه بتنفيذ نشاط أو

مهمة ممّا يساعد المعلم في معرفة الصعوبات التي يواجهها التلميذ في تنفيذ النشاط أو المهمة، ومعرفة أسبابها، ومن ثم مساعدة التلميذ في التغلب على تلك الصعوبات .

ب- المقابلات الفردية

والأسلوب الثاني للتقويم هو المقابلات الفردية، فالمعلم حين يواجه سلوكاً غامضاً معيناً لدى التلميذ، ويعجز عن تفسيره، يحتاج إلى الجلوس معه ليصل إلى التفسير الصحيح لهذا السلوك، فمثلا: حينما يحلل المعلم أخطاء التلميذ في حل مشكلة معينة، فإنه يحتاج في كثير من الأحيان إلى مقابلة هذا التلميذ مقابلة فردية ليتعرف منه على طرائق تفكيره التي أوقعته في هذه الأخطاء، ومن ثم يقدم له الطريقة الصحيحة للحل، ويطلب منه أن يستخدمها لتصحيح أخطائه.

جـ- الاختبارات

تستخدم لقياس تحصيل التلاميذ لجوانب التعلم المتضمنة بمقرر معين. والاختبارات تنقسم حسب طريقة أداء التلميذ إلى ما يلي:

أولا: الاختبارات الشفوية

وهي أسئلة يوجهها المعلم إلى تلاميذه نحو تذكر تعريف مفهوم، أو خواصه، أو إعطاء مثال و آخر لا مثال للمفهوم، أو تذكر نص قانون أو نظرية لفظيا أو رمزيا، قبل البدء في عملية التدريس، أو أثناء تقويم الدرس للتأكد من فهم التلاميذ

ثانيا: الاختبارات التحريرية:

تنقسم هذه الاختبارات إلى نوعين وهما:

أ- اختبارات المقال

وهى الاختبارات التي تكون الإجابة عن أسئلتها في صورة خطوات يكتبها التلميذ ومن أمثلتها في الرياضيات حل المسائل اللفظية، ويعد استخدام هذا النوع من الاختبارات

ذات فائدة حيث تتيح للتلميذ كتابة ما يفكر فيه لحل المسألة، ومن ثم المستويات العليا في التفكير يمكن أن تظهر خلال عملية الحل وهذا ما تتميز به هذه الاختبارات، بالإضافة إلى أن عامل الصدفة (أي التخمين) لا يلعب دورا رئيسيا في تحديد الإجابة مثل ما يحدث في اختبارات الاختيار من متعدد.

وفيها يكون المطلوب من السؤال أيًّا مما يلي:

- اوجد ... - برهن ...
- قارن ... - أثبت...
- احسب ... - فسر...

خصائص اختبارات المقال

1- تعطي المتعلم الحرية الكافية للتعبير عن مدى فهمه للمادة الدراسية، بطريقته الخاصة.
2- سهولة إعدادها.
3- نستطيع من خلالها التمييز بين التلاميذ الذين درسوا المادة بعمق، والآخرين الذين درسوها بشكل سطحي.

عيوبها: من المآخذ على الاختبارات المقالية:

1- تبرز ذاتية المعلم عند التصحيح، خاصة إذا كان يعرف تلاميذه.
2- تحتاج إلى وقت طويل في الإجابة والتصحيح.
3- صعوبة تصحيحها حيث تحتاج إلى فترة طويلة لقراءة جميع إجابات التلاميذ.
4- عدم شموليتها لمحتوى المادة، وبالتالي عدم شموليتها لجميع الأهداف.

ب- الاختبارات الموضوعية

يشمل هذا النوع عدة صور مختلفة من الاختبارات، فمنها أسئلة الاختيار من متعدد، وأسئلة الصواب والخطأ، وأسئلة المزاوجة، وأسئلة التكملة للجمل، وأسئلة الترتيب وفيما يلي توضيح لكل منها:

1- أسئلة الاختيار من متعدد

وهـى الأسـئلة الـتي تتطلـب مـن التلميـذ اختيـار الإجابـة الصـحيحة مـن بـين عـدة إجابات محتملة (لا تقل عن أربعة).

مثال : تخير الإجابة الصحيحة للعبارات الآتية:

- أحد عوامل العدد 14 يساوي: (3، 5، 6، 7)

ب- م. م. ا. للأعداد: 3، 6، 9 يساوي: (3، 9، 18، 36)

جـ- حل المعادلة: 2س + 3 = 15 يساوي: (4، 5، 6، 8)

د- ميل المستقيم: 2س+ 3ص−6 = 0 يساوي: (3، $\frac{3}{2}$، $-\frac{2}{3}$ ، $-\frac{3}{2}$)

2- أسئلة الصواب والخطأ

هـي قائمـة مـن الجمـل الخبريـة تحتمـل الصـواب والخطـأ، ويطلـب وضـع إشـارة (✓) للدلالة على أن الجملة صحيحة، وإشارة (×) أمام الجملة للدلالة على أنها خطأ.

مثال : ضع علامة (✓) أو (×) أمام العبارات الآتية:

1) العدد 35 عدد أولي ( )

2) زوايا متوازي الأضلاع قوائم ( )

3) القطران متعامدان في المستطيل ( )

4) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{7}{12}$ ( )

3- أسئلة المقابلة (المزاوجة)

وهي الأسئلة التي تتكون من قائمتين، تحتوى الأولى على عدة قضايا تتطلب ربطها مع ما يناسبها مع القائمة الثانية.

مثال: صل كل مفهوم من القائمة الأولى بما يناسبه بالقائمة الثانية فيما يلي:

القائمة الأولى	القائمة الثانية
المقدار الجبري	تحليله
$س^2 - 4$	$(س-2)\ (س^2+2س+4)$
$س^2+6س+9$	$(س-2)\ (س+2)$
$س^2-5س-6$	$(س+3)^2$
$س^3 - 8$	$(س-6)\ (س+1)$

4- أسئلة التكملة

وهي الأسئلة التي تتطلب من التلميذ كتابة كلمة، أو عدد أو شبه جملة أو جملة في الفراغ المناسب.

مثال: أكمل الناقص فيما يلي :

1) مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = ...°
2) مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي = ...°
3) متوازي الأضلاع الذي أضلاعه متساوية يسمى .....
4) تُعرّف الدائرة بأنها .....

5- أسئلة الترتيب

وهي أسئلة تتطلب من التلميذ ترتيب مجموعة من الكلمات أو العبارات أو الأعداد وفقا لنظام معين محدد في صدر السؤال.

مثال (1): رتب الأعداد الآتية ترتيبا تصاعديا: 5، – 2، 8، – 4، 7، 3، – 9

مثال (2) رتب الأعداد الآتية ترتيبا تنازليا: $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{8}$.

مميزات الاختبارات الموضوعية: تتميز بما يلي:

1) صدقها العالي، وثباتها.

2) الموضوعية في التصحيح، وبالتالي موضوعية درجة التلميذ.
3) تقيس أهداف ذات مستويات مختلفة.
4) سهولة تصميمها، وتصحيحها.
5) سرعة الإجابة.

عيوبها

1) صعوبة إعدادها، حيث تأخذ وقتاً وجهداً كبيراً من المعلم.
2) ارتفاع تكاليف طباعتها.
3) سهولة الغش.
4) تحتاج في إعدادها إلى مهارة عالية من المعلم.

خطوات إعداد الاختبار التحصيلي

الاختبار التحصيلي: هو الاختبار الذي يعد لقياس تحصيل التلاميذ أو النتاجات التعليمية المتحققة إما في وحدة معينة أوفي المقرر كله. وإعداده يمر بالخطوات التالية:

1- تحديد أهداف الاختبار

يجب على المعلم أن يقوم بتحديد الأهداف (النواتج التعليمية)، وكتابتها في صورة إجرائية (سلوكية) يمكن قياسها، وهذا يتطلب منه القيام بتحليل المحتوى.

2- تحليل المحتوى

إن تحليل المحتوى للمقرر ضروري ومهم في عملية إعداد الاختبار التحصيلي لسببين (محمد عباس ومحمد العبسي، 2007، 259):

1- المحتوى هو الوسيط الذي تتحقق من خلاله الأهداف.
2- تحليل المحتوى يفيد في تحقيق الشمول والتوازن في الاختبار

والتحليل قد يشمل: المصطلحات، المفاهيم، التعميمات، المهارات، حل مشكلات. أو المعرفة المفاهيمية والإجرائية، والعمليات الرياضية.

3- إعداد جدول المواصفات

جدول المواصفات هو عبارة عن مصفوفة ذات بعدين : البعد الأول يمثل عناصر المحتوى والبعد الثاني يمثل مستويات الأهداف (نواتج التعلم).

خطوات إعداد جدول المواصفات

تتحدد في النقاط التالية (عبد اللطيف الفاربي، 1996 :146):

1- تحديد عناصر المحتوى الذي سيجري قياسه.

2- تحديد النواتج(الأهداف التعليمية) للمادة الدراسية التي يسعى المعلم لمعرفة مدى تحققها.

3- تحديد نسبة التركيز لكل جزء في المادة الدراسية ويتوقف ذلك على عدد الحصص المقررة لكل وحدة أو كل جزء حسب المعادلة التالية:

$$\text{نسبة التركيز} = \frac{\text{عدد حصص الوحدة الدراسية أو الجزء}}{\text{عدد الحصص الكلية للمادة الدراسية}} \times 100$$

4- عدد الأسئلة لكل جزء فيحسب وفق المعادلة التالية:

عدد الأسئلة لكل جزء = عدد الأسئلة الكلية × نسبة التركيز.

مثال

وفيما يلي خطوات إعداد جدول المواصفات لاختبار تحصيلي لوحدة الكسور للصف السابع من مرحلة التعليم الأساسي:

أ- فيما يلي عناصر المحتوى لوحدة الكسور مقسمة على مجموعة من الأجزاء وعدد حصص تدريس كل جزء:

جدول 9-1 يربط عناصر المعرفة بوحدة الكسور بعدد الحصص المطلوب تدريسها

عناصر المحتوى	عدد حصص التدريس
الجزء الأول 1- معنى الكسر (إعطاء معنى للكسر). 2- الكسور الفعلية والغير فعلية – الأعداد الكسرية. 3- تمثيل الكسر.	3
الجزء الثاني 4- الكسور المتكافئة. 5- اختصار الكسر لأبسط صورة. 6- مقارنة الكسور.	4
الجزء الثالث 7- جمع وطرح الكسور. 8- ضرب وقسمة الكسور. 9- ترتيب العمليات الحسابية في الكسور.	6
الجزء الرابع 10- مسائل لفظية.	2
إجمالي عدد حصص تدريس الوحدة	**15**

ب- تحديد النواتج (الأهداف التعليمية) للوحدة:

يتوقع في نهاية تدريس وحدة الكسور أن يكون التلميذ قادرا على أن:

الجزء الأول

1- يعطي معنى للكسر(يذكر ماذا يعني البسط؟ وماذا يعني المقام؟)

2- يميز بين الكسور الفعلية وغير الفعلية.

3- يعرف العدد الكسري.

4- يحول الكسر غير الفعلي إلى عدد كسري والعكس.

5- يمثل الكسر أو يذكر الكسر الممثل بجزء من شكل هندسي.

الجزء الثاني

6- يوجد عدد من الكسور تكافئ كسراً معطى.

7- يختصر الكسر إلى أبسط صورة.

8- يقارن بين كسرين مختلفين.

9- يرتب مجموعة من الكسور مختلفة المقام ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

الجزء الثالث

10- يستوعب معنى عمليتي الجمع والطرح.

11- يحسب مجموع كسرين مختلفي المقام أو أكثر.

12- يحسب ناتج طرح كسر من آخر.

13- يستوعب معنى عمليتي ضرب وقسمة الكسور.

14- يحسب ناتج ضرب كسرين مختلفين أو أكثر.

15- يحسب خارج قسمة كسر على آخر.

16- يجري تبسيط العمليات الحسابية مجتمعة معا على الكسور مع مراعاة الشروط.

الجزء الرابع

17- يحل مسائل لفظية.

جـ- إيجاد نسبة التركيز لكل جزء في وحدة الكسور:

1- نسبة التركيز للجزء الأول = $\frac{3}{15} \times 100 = 20\%$

2- نسبة التركيز للجزء الثاني = $\frac{4}{15} \times 100 = 26.6\% \simeq 27\%$

3- نسبة التركيز للجزء الثالث = $\frac{6}{15} \times 100 = 40\%$

4- نسبة التركيز للجزء الرابع = $\frac{2}{15} \times 100 = 13.3\% \simeq 13\%$

د- تحديد عدد المفردات لكل جزء:

بفرض أن الاختبار التحصيلي مكون من (20) مفردة فإن:

عدد مفردات الجـزء الأول = $20 \times 20\% = 4$ مفردات.

عدد مفردات الجزء الثانـي = $20 \times 27\% = 5.4 \simeq 5$ مفردات.

عدد مفردات الجزء الثالث = $20 \times 40\% = 8$ مفردات.

عدد مفردات الجزء الرابـع = $20 \times 13\% = 2.6 \simeq 3$ مفردات.

هـ- أما توزيع المفردات الخاصة بكل جزء على المستويات المعرفية فيكون حسب الأهمية كما يراها المعلم، وفيما يلي جدول المواصفات للاختبار التحصيلي على وحدة الكسور:

جدول 9-2 مواصفات الاختبار لوحدة الكسور

الجزء	المحتوى	المستويات المعرفية				مجموع المفردات
		المعرفة	الفهم	التطبيق	حل المشكلات	
الأول	معنى الكسر	-	1	-	-	1
	الكسور الفعلية والأعداد الكسرية.	1	1	-	-	2
	تمثيل الكسر.	-	1	-	-	1
الثاني	الكسور المتكافئة.	-	1	-	-	1
	اختصار الكسر لأبسط صورة.	-	--	1	-	1
	مقارنة الكسور	-	-	3	-	3
الثالث	جمع وطرح الكسور.	-	1	2	-	3
	ضرب وقسمة الكسور.	-	2	2	-	4
	ترتيب العمليات الحسابية.	-	-	1	-	1
الرابع	مسائل لفظية.	-	-	-	3	3
إجمالي عدد مفردات الاختبار						**20**

أهمية جدول المواصفات

أ- يحقق الشمول من خلال تغطية جميع عناصر المحتوى بنسب مختلفة حسب الأهمية.

ب- يساعد في الاهتمام بجميع مستويات الأهداف.

جـ- يعطي للاختبار صدق المحتوى من خلال قياسه للخاصية التي وضع من أجلها (محمد عباس ومحمد العبسي، 2007 :260).

4- إعداد أسئلة الاختبار

يتوقف إعداد الأسئلة وكتابتها على نوع المفردات التي تختار بناء على الأهداف المراد قياسها، فإذا كانت الأهداف على مستوى التذكر أو الفهم فيمكن قياسها بدقة بمفردات التكملة أو الاختيار من متعدد، أو المزاوجة أو الترتيب، وإذا كانت الأهداف على مستوى التطبيق فيمكن قياسها بمفردات أسئلة الاختيار من متعدد أو المقال، أما إذا كانت الأهداف على مستوى حل المشكلات فإن المفردة تكون أسئلة مقال.

5- توزيع الدرجات على مفردات الاختبار

المفردات التي تكتب في صورة اختبار موضوعي، أي المفردة إما أن تكون تكملة، أو اختياراً من متعدد أو مزاوجة أو ترتيباً؛ فإن كل مفردة تقدر بدرجة واحدة بحيث إذا كانت إجابة التلميذ صحيحة يحصل على درجة واحدة، وإذا كانت خطأ يحصل على صفر. أما المفردات التي تكتب في صورة أسئلة مقال فإن كل استجابة صحيحة في خطوات الحل تقدر بدرجة واحدة، بحيث تكون درجة المفردة تساوي مجموع درجات الاستجابات الصحيحة لخطوات الحل السليم للمفردة.

على سبيل المثال: أوجد ناتج: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$.

الإجابة: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$.

6- صدق الاختبار

يقصد بصدق الاختبار أنه يقيس ما وضع لقياسه، وهذا يعني أنه إذا وضع اختبار لقياس تحصيل التلاميذ لخواص الأشكال الرباعية، فيجب أن يقيس قدرة التلاميذ على استيعاب خواص تلك الأشكال وحدها دون قياس شيء آخر معها.

وهناك عدة طرق لتحديد صدق الاختبار نذكر منها ما يلي:

أ- الصدق المنطقي (صدق المحتوى)

ويقصد به أن الاختبار يلتزم فيه بمفردات محتوى المنهج ، ويعرض الاختبار على مجموعة من المتخصصين في مجال تدريس الرياضيات مصحوبا بجدول المواصفات، وأخذ رأي هؤلاء المتخصصين فيما إذا كان كل سؤال يقيس الهدف الذي وضع من أجله أم لا – ويمكن من خلال حساب نسب الاتفاق لآرائهم حول كل سؤال، ثم على الاختبار ككل، يمكن إجراء التعديلات اللازمة.

ب- الصدق الذاتي

يقصد به صدق الدرجات التجريبية للاختبار بالنسبة للدرجات الحقيقية التي خلصت من شوائب أخطاء القياس (فؤاد البهي، 402:1978)، وبذلك تصبح الدرجات الحقيقية للاختبار هي الميزان الذي ينسب إليه صدق الاختبار وعليه فإن هناك صلة بين معامل ثبات الاختبار والصدق الذاتي له تعطى بالعلاقة (فاروق عثمان وعبد الهادي عبده، 241:1995):

الصدق الذاتي = $\sqrt{\text{معامل الثبات}}$.

جـ- الصدق التلازمي

ويقصد به ذلك الصدق الذي يحكم عليه من خلال ارتباط الاختبار وتلازمه مع الاختبارات الأخرى المقننة. وكلما زاد معامل الارتباط بين الاختبار والاختبارات المقننة، كلما كان معامل صدقه أعلى، ويستخرج هذا المعامل بتطبيق الاختبارين على مجموعة متجانسة واحدة، ثم يستخرج نتائج أفراد المجموعة على الاختبارين، ومن ثم يمكن حساب معامل الارتباط بين نتائج الاختبارين باستخدام معادلة (سبيرمان) لحساب ارتباط الرتب (عبد الحافظ سلامة، 2002: 186).

7- ثبات الاختبار

المقصود بثبات الاختبار أن يعطي الاختبار نفس النتائج إذا ما أعيد تطبيقه على نفس الأفراد تحت نفس الظروف. و لا يعني ثبات الاختبار أن يكون صادقا، والعكس صحيح. أي أن الاختبار إذا كان صادقا فلا بد أن يكون ثابتا.

وهناك العديد من طرق حساب ثبات الاختبار؛ بين هذه الطرق والأكثر شيوعا **طريقة التجزئة النصفية**، حيث يقسم الاختبار إلى نصفين الأول يحتوي على الأسئلة الفردية، والثاني يحتوي على الأسئلة الزوجية بعد تطبيقه وتصحيحه على عينة استطلاعية من بين أفراد المجتمع، وتستخدم معادلة "جيتمان" للتجزئة النصفية (فاروق عثمان و عبد الهادي عبده، 229:1995) وهي:

$$ر_{11} = 2 \left[1 - \frac{ع_{ز}^2 + ع_{ف}^2}{ع^2} \right]$$

حيث: $ر_{11}$ = معامل ثبات الاختبار،

$ع^2_ز$ = تباين درجات الأسئلة الزوجية.

$ع^2_ف$ = تباين درجات الأسئلة الفردية .

$ع^2$ = تباين درجات الاختبار ككل.

العلاقة بين الصدق والثبات

يمكن تحديد هذه العلاقة في النقاط التالية(عبد الحافظ سلامة، 2002: 191):

1- كل اختبار صادق لابدّ أن يكون ثابتاً، لأنه لا يعقل أن يكون الاختبار متفقا مع وظيفته التي وضع لها، ولا يكون متفقا مع نفسه.

2- لا يمكن أن يزيد معامل الصدق على معامل الثبات، لأنه لا يعقل أن يكون الاختبار متفقا مع نفسه أقل من اتفاقه مع الوظيفة التي وضع من أجلها.

3- قد يكون الاختبار ثابتاً ولا يكون صادقاّ، لأنه قد يكون متفقاّ مع نفسه، ولكنه يقيس وظيفة غير التي وضع من أجلها.

خصائص (صفات) الاختبار الجيد

حيث أن الاختبار أداة حكم على تحصيل التلاميذ، وتصنيفهم إلى مستويات، وما يترتب على تحليل نتائجه من تشخيص الصعوبات التي تواجه التلاميذ، وتعديل استراتيجيات التدريس وتطوير المنهج، لذا يجب أن تتوافر في الاختبار مجموعة من الشروط أهمها:

1- الموضوعية: بمعنى أن لا تتأثر درجات التلميذ بعوامل المصحح الشخصية، بمعنى اتفاق أكثر من مصحح على تقدير إجابة نفس التلميذ.

2- الثبات: يقصد به أنه لو أعيد تطبيقه بعد فترة زمنية معقولة على نفس الأفراد وتحت نفس الظروف نحصل على نفس النتائج تقريبا.

3- الصدق: يقصد به أن الاختبار يقيس الهدف المطلوب قياسه فقط دون غيره.

4- التمييز: يقصد به أننا نستطيع من خلال نتائج تطبيق الاختبار أن نميز بين التلاميذ المتقدمين والمتوسطين والضعاف، وهذا يعني أن أسئلة الاختبار متنوعة تظهر قدرات التلاميذ المختلفة، فلا تأتي الأسئلة في مستوى التلاميذ الضعاف فقط أو المتوسطين فقط أو المتقدمين فقط.

المراجـــع

القرآن الكريم

أولا: المراجع العربية

أ- الكتب

1- إبراهيم عميرة وفتحي الدبيب (1979): **تدريس العلوم، والتربية العملية**، القاهرة: دار المعارف م.

2- إبراهيم محمد عقيلان (2000): **مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها**، عمّان، دار المسيرة للنشر والتوزيع.

3- إمام مختار وآخرون (2003): **مهارات التدريس**، القاهرة: مكتبة زهراء الشرق.

4- جابر عبد الحميد جابر (1981): **علم النفس التربوي**، القاهرة: دار النهضة المصري.

5- حسين محمد أبو رياش (2007): **التعلم المعرفي**، ط1، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

6- حلمي الوكيل ومحمد المفتي (1996): **المناهج (المفهوم، العناصر، الأسس، التنظيمات، التطوير)**، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

7- خليفة عبد السميع خليفة (1987): **تدريس الرياضيات في الثانوية العامة**، ط2، القاهرة: مكتبة النهضة المصرية.

8- رفعت محمد بهجات (1996): **تدريس العلوم المعاصرة المفاهيم والتطبيقات**، القاهرة: عالم الكتب.

9- رمضان سعد بدوي (2003): **استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات** ، عمّان: دار الفكر الأردني للطباعة والنشر.

10- سيد خير الله، وممدوح عبد المنعم (1983): **سيكولوجية التعلم بين النظرية والتطبيق**، القاهرة: دار النهضة المصرية.

11- عـايش زيتـون (2005): **أسـاليب تـدريس العلـوم**، ط1، عمّـان: دار الشـروق للنشـر والتوزيع.

12- عبد الحافظ سلامة (2002): **أساسيات في تصميم التدريس**، عمّان: دار اليازوري.

13- عبد الله الحصين (1987): **تدريس العلوم** ، الرياض: مطابع مرامر.

14- عبـد السـلام مصـطفى (2001): **الاتجاهـات الحديثـة في تـدريس العلـوم**، السـعودية: ردمك.

15- عبـد اللطيـف الفـاربي (1996): **تحضـير الـدرس وتخطـيط عمليـات التعليـم والـتعلم**، الدار البيضاء: المعرفة التربوية 1.

16- عبد الله المغيرة (1989): **طرق تدريس الرياضيات**، الرياض: عمادة المكتبات، جامعة الملك سعود.

17- العجيلـي سـركز وناجـي خليـل (1993): **نظـريات التعلـيم**، طـرابلس: دار الكتـب الوطنية.

18- عـدنان جميل الحسّون (1984): **أسـس الرياضيات**، ط1، عمّـان: دار الفرقـان للنشـر والتوزيع.

19- فـاروق السـيد عثمـان وعبـد الهـادي السـيد (1995): **الإحصـاء التربـوي والقيـاس النفسي**، القاهرة: دار المعارف.

20- فتحي مصطفى الزيات (1996): **سيكولوجية التعلم بين المنظور الارتباطي والمنظور المعرفي**، القاهرة: دار النشر للجامعات.

21- فريد كامل أبو زينة (1982): **الرياضيات مناهجها وأصول تدريسها**، عمّان: دار الفرقان.

22- فريد أبو زينة وعبد الله عبابنة (2007): **مناهج الرياضيات للصفوف الأولى**، عمان: دار المسيرة.

23- فريدرك بل هيل (1987): **طرق تدريس الرياضيات**، ط2، ترجمة أمين المفتي وممدوح سليمان، القاهرة: دار العربية للنشر والتوزيع.

24- فؤاد أبو حطب وأمال صادق (1984): **علم النفي التربوي**، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

25- كيث سلكيرك (1993): **قاموس الرياضيات المصور**، ط1، بيروت: مكتبة لبنان ناشرون.

26- محمد الدريج (2004): **الكفايات في التعليم**، الدار البيضاء: دار التوحيدي، منشورات المعرفة للجميع.

27- محمد السيد علي (1998): **علم المناهج الأسس والتنظيمات في ضوء الموديلات**، القاهرة: دار الفكر العربي.

28- ـــــــــــــ (2005): **تكنولوجيا التعليم والوسائل التعليمية**، القاهرة، طنطا: دار ومكتبة الإسراء.

29- محمد ثابت الفندي (1990): **فلسفة الرياضة**، القاهرة، الإسكندرية: دار المعرفة الجامعة.

30- محمد الكسباني (2008): **التدريس نماذج وتطبيقات في العلوم والرياضيات واللغة العربية والدراسات الاجتماعية**، القاهرة: دار الفكر العربي.

31- محمد عباس ومحمد العبسي (2007): **مناهج وأساليب تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا**، ط1، عمّان: دار المسيرة.

32- محمود أبو عابد (2004): **المرجع في الإشراف التربوي والعملية الإشراقية**، الأردن/إربد: دار الكتاب الثقافي.

33- محمود أحمد شوق (1997): **الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات**، الرياض: دار المريخ.

34- محي الدين توق وعبد الرحمن عدس (1990): **أساسيات علم النفس التربوي**، الأردن: مركز الكتب الأردني.

35- ميشيل جرجس ورمزي حنّا الله (1998): **معجم المصطلحات التربوية**، بيروت: مكتبة لبنان ناشرون.

36- هشام عليان وصالح هندي (1987): **الممحص في علم النفس التربوي**، عمّان: دار الفكر.

37- نظله حسن خضر (1974): **أصول تدريس الرياضيات**، القاهرة: عالم الكتب.

38- وليم عبيد وآخرون (2000): **تربويات الرياضيات**، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

39- يسن قنديل (1993): **التدريس وإعداد المعلم**، الرياض: دار النشر الدولي.

ب- رسائل دكتوراه

40- سامية مداح (2001): فاعلية استخدام التعلم التعاوني ومعمل الرياضيات في تنمية بعض المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي بالمدارس الحكومية بمدينة مكة المكرمة، **رسالة دكتوراه**، جامعة أم القرى، السعودية.

41- سهيلة أبو السيد (1985): إعداد برنامج الكفايات التربوية لأعضاء هيئة التدريس في كليات المجتمع والكليات المتوسطة لإعداد المعلمين في الأردن، **رسالة دكتوراه غير منشورة**، كلية التربية، جامعة عين شمس.

42- محمد عبد الفتاح سعيد (2004): فعالية استراتيجية للتدريس تستند الى التمثيل المتعدد والارتباطات الرياضية في تحصيل الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية ، **رسالة دكتوراه غير منشورة**– كلية التربية بكفر الشيخ – جامعة طنطا.

ج– رسائل ماجستير

43- أحمد محمد الرفاعي (2001): استراتيجية مقترحة لتنمية التواصل الرياضي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة طنطا.

44- عيد عبد الغني عثمان (1994): فعالية برنامج تدريبي مقترح لتنمية بعض الكفايات التدريسية اللازمة لمعلم الدراسات الاجتماعية المتطورة ، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة المنصورة.

45- منتهى العيثاوي (2014): اثر استخدام معمل الرياضيات في مهارات التفكير الرياضي والتحصيل لدى طالبات الصف الأول المتوسط في بغداد/العراق، **رسالة ماجستير منشورة الكترونيا**، كلية العلوم التربوية، جامعة الشرق الأوسط.

د– مجلات تربوية

46- أمينة عباس كمال و عبد العزيز الحر (2003): ***أولويات الكفايات التدريسية والاحتياجات التدريسية لمعلمي المرحلة الإعدادية في التعليم العام بدولة قطر من***

***وجهة نظر المعلمين والموجهين*، مجلة كلية التربية – مجلة الكترونية**، جامعة الإمارات العربية المتحدة، السنة الثامنة عشر، العدد 20.

47- السيد مصطفى مدين (2007): ***المعايير المهنية التي يستخدمها الطلاب المعلمون في تقديم دروس الرياضيات بالمرحلة الابتدائية (مستويات ممارستها– وأساليب تنميتها)*، مجلة البحوث النفسية والتربوية**، العدد الأول، السنة الثانية والعشرون، جامعة المنوفية، 122–183.

48- عماد ثابت، ونادي عزيز (1999): ***معمل الرياضيات ودوره في تنمية المهارات والمفاهيم الرياضية لتلاميذ الصف الرابع*، مجلة كلية التربية بأسوان**، العدد (10)، جامعة جنوب الوادي.

49- فايزة سدرة (1999): استخدام الطريقة المعملية في تدريس رياضيات المرحلة الابتدائية، **مجلة كلية التربية**، الجزء الثاني، العدد (15)، 247–286.

50- محمد عبد الفتاح سعيد (2011): فعالية برنامج علاجي قائم على الإنشاءات الهندسة والارتباطات في تنمية المهارات الهندسية لدى الطلاب المعلمين، **مجلة المختار للعلوم الإنسانية – مجلة الكترونية**، العدد (14)، الربع الرابع، كلية الآداب، جامعة عمر المختار.

51- ـــــــــــــــــ (2012): فعالية استخدام نموذج "برونر" في تنمية الفهم وإجراء العمليات الحسابية وحل المشكلات اللفظية لوحدة الكسور لدى الطلاب المعلمين، **مجلة المختار للعلوم الإنسانية – مجلة الكترونية**، العدد (17)، الربع الثاني، كلية الآداب، جامعة عمر المختار.

52- محمد عبد الفتاح سعيد (2013): كفايات المعارف الرياضية لدى معلمي الرياضيات بمرحلة التعليم الأساسي، **مجلة المختار للعلوم الإنسانية الإلكترونية – مجلة الكترونية**، العدد (14)، الربع الثالث، كلية الآداب، جامعة عمر المختار.

53- ـــــــــــــــ (2014): أثر استخدام المعالجات الرياضية في تنمية التحصيل الهندسي لدى الطلاب المعلمين، **مجلة كلية التربية**، العدد (89)، جامعة المنصورة، 3-27.

54- ناصر عبد الرازق محمود (2000): مدى فاعلية نموذج فان هيل للتفكير الهندسي في تعليم الهندسة بالمرحلة الابتدائية، **المجلة العلمية**، تربية أسوان، العدد 14، 194-264.

هـ- محاضرات

55- السيد مصطفى مدين (1993): **محاضرات في استراتيجيات تدريس الرياضيات**، كلية التربية بكفر الشيخ، جامعة طنطا.

و- مواقع الكترونية

56- قيس محمد علوش (2012): محاضرة عن مفهوم وأهمية النماذج، كلية التربية للعلوم الإنسانية، تصفح في 2014/4/1، متاحة على الموقع:
http://www.uobabylon.edu.iq/uobcoleges/lecctuure.aspx?..

57- جامعة أم القرى (2014): ما هو علم الرياضيات؟ تصفح في 2014/4/1، متاحة على الموقع:
Uqu.edu.sa/page/ar/16702

58- نيفين البركاني: تصور مقترح لمعمل الرياضيات. تصفح في 2015/12/10، ومتاحة على الموقع:
http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4300110/a.pdf

ثانيا: المراجع الأجنبية

A-BOOKS

59- Daniel, N. L. (1967): **Dictionary of Scientific and Technical Terms**, MCGRA-Hill Book, Company, New York.

60- Department for Education and Employment (DEE, 1999): **The National curriculum in England for Mathematics**, Published by Department for Education and Employment, London. from: http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20101221004558/http:/curriculum.qcda.gov.uk/uploads/Mathematics%201999%20programme%20of%20study_tcm8-12059.pdf

61- Dym, L. C. & Ivey, S.E. (1980): **Principles of Mathematical Modeling**, 1st Edition, Academic Press, New York.

62- Education Quality and Accountability Office (E Q A O)(2007): **Assessment of Reading, Writing and Mathematics**, Primary Division (Grades 1-3), Toronto: Queen's Printer for Ontario.

63- Educational Testing Service (E T S)(2009**): Defining Mathematics Competency in the Service of Cognitively Based Assessment for Grades 6 Through 8**, Edith: Aurora Graf, From: Htt://www.org/research/contact.html

64- Grossman, S.I. & Turner, J.E. (1974): **Mathematics for the Biological Sciences**, Macmillan Publishing, Co, Inc., New York.

65- Graf, E. (2009): **Defining Mathematics Competency in the service of cognitively Based Assessment for Grades 6 through 8 Edith Aurora Graf**, ETS, Princeton, New Jersey. from: htt://www.ets.org/research/contact-htmt

66- James, W.A. (1970): **Elements of Mathematics, Macmillan**, Publishing Co., INC, New York.

67- Joan, M.K. (2005): **Literacy Strategies for improving Mathematics Instruction**, Euthecia Hancewicz, Loretta HEUER, Diana Metsisto and Cynthia L.

68- Kilpatrick. , Swafford, J. & Find ell, B. (2011): **Adding it up: Helping Children learn Mathematics**, Washington, DC: National Academy Press.

69- Ministry Of Education (2005): **The Ontario Curriculum, Grades 1-8: Mathematics**, Toronto: Queen's Printer for Ontario.

70- National Council for Curriculum and Assessment (NCCA, 1999): **Primary School Curriculum Mathematics**, the Stationery Office, Government of Ireland.
71- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989): **curriculum and Evaluation standards for school Mathematics**, Reston V A, U.S.A.
72- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991): **Professional Standard for Teaching Mathematics**, Reston VA, U.S.A.
73- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000): **principles and standards for school mathematics**, Reston VA, U.S.A.
74- Olive, G.(1973): **Mathematics for Liberal Arts Students**, The Macmillan Company, New York.
75- Ontario(2005): **The Ontario Curriculum Grades 1-8**, Ministry of Education's Website at:
http://www.edu.gov.on.ca
76- Robbins & Herbert (1996): **What is Mathematics?** (2nded1, Oxford University Press, ISBN.

B-Journal Article

77- Albano , G.(2012): ***A knowledge – Skill – Competencies e- Learning Model in Mathematics*** , **(RUSC)/** vol.9, No.1 , p:306-319, from: http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rucs..
78- Hamlett, B. (2010): ***Supporting pre-service primary teachers to improve their mathematics content knowledge***, In **Educational Four sustainability**, proceeding of the 19th Annual Teaching and Learning. from:
http://Isn.curtin.edu.au/tlf/tlf2010/refrereed/hamlett.html
79- Liakopoulou, M. (2011): ***The Professional Competence of Teachers: Which qualities, attitudes, skills and knowledge contribute to a teacher's effectiveness?*** **International Journal of Humanities and Socil Science**, vol. 1 no. 21.
80- Niemi, H. & Sihvonen, R. J. (2006***): Research-based teacher education***, in Finland: Reflectionby Finnish teacher educators, Eds.

81- Niss, M. (2003): ***Mathematical Competencies and the Learning of Mathematic***: **The Danish KOM project**, In: Gagatsis. A. & papastavridis,S : ***Proceeding of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*** , Anthem **: Hellenic Mathematical Society,** p.115-124 .

82- Niss, M.(2011): ***The Danish KOM Project and Possible Consequences for teacher education***, **Education Mathematic**. Ano 6. Numero 9. Pp 13-24. from: http://www.matematicassinaloa.com/Informacion/Articulos

83- Selvi, K. (2010): **Teachers' Competencies, Culture**, **International Journal of Philosophy of culture and Axiology**, VOL.VII, no.1.

84- Wagner, D. (2009): ***If mathematics is a language, how do you wear in it?***, **The Montana Mathematics Enthusiast**, ISSN 1551-3440, Vol. 6, no.3, pp.449- 458

C- Referencing Electronic Sources

85- Cuss Curriculum Frameworks (2004): Math Frameworks, Viewed in 17/4/2014 at Website: http://www.cssu.org/cms/lib5/VT01000775/Centricity/Domain/32/CSSUMathCurricMay04.pdf

86- Hayakawa, S. I.: What is Mathematical Modeling, Viewed in 16/4/2015 at Website: http://www.sfu.ca/~vdabbagh/Chap1-modeling.pdf.

87- High school: Modeling, Viewed in 7/1/2014 at Website: http://commoncoretools.me/wpcontent/uploads/2013/07/ccss_progression_modeling_2013_07_04.pdf.

88- Language Of mathematics, Viewed in 13/11/2014 at Website: http:// en.wikipedia.org/wiki/Language of mathematics

89- Mathematical model, Viewed in 7/1/2014 at Website: http:// en.wikipedia.org/wiki/Mathemtical_model

90- Mathematics Appendix A, Viewed in 17/4/2014 at Website: http://www.corestandards.org/Math/Content/HSM

91- Mathematical Models, Viewed in 7/1/2014 at Website: https://www.mathsisfun.com/algebra/mathematical-models.html

92- Portman, J.& Richardson, J. :The Math's Teachers' Handbook, Available at:

www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/vso**maths**.pdf

93- The Role Of Language in Mathematics Learning, Viewed in 17/11/2014 at Website: Htt://www.nctm.org/search.aspx?c=all&q=language. %20and%20mathematics.

94- The Language Of Mathematics(2012), Viewed in 18/4/2015 at Website: http://www.mathsisfun.com/mathematics-language.html.

الملاحـــــــــــق

ملحق (1)

مواصفات (معايير) الكتاب المدرسي في الرياضيات

يعد الكتاب المدرسي الوعاء الذي يحتوى على المعارف والخبرات والأنشطة المقررة على الطلاب لصف دراسي محدد في مرحلة تعليمية معينة، ويرجع إليه كل من المعلم والمتعلم لتحقيق عملية التعليم والتعلم داخل وخارج المدرسة، وقد ترجع إليه الأسرة أيضا.

وفيما يلي قائمة من المواصفات، أو معايير لكتاب الرياضيات المدرسية، قد تساعد المعلم والباحث على تقييم الكتاب المدرسي ككل (نظلة خضر، 1974:287-281):

القائمة

اولا: الموضوعات

1- الموضوعات تحقق أهداف البرنامج (أو المقرر).
2- ترتيب الموضوعات منطقي.
3- ترتيب الموضوعات يسير بحيث يبنى على مواضيع في أي برنامج سابق يمهد لمواضيع جديدة في البرامج التالية.
4- ترتيب الموضوعات حسب السهولة.
5- توجد موضوعات مختصرة وغير كافية وتحتاج إلى تكملة (أو أجزاء من موضوعات) – أعط أمثلة.
6- توجد موضوعات مستفيضة وتحتاج إلى حذف أجزاء منها (أو أجزاء من موضوعات) – أعط أمثلة.

7- توجد موضوعات معقدة أو صعبة وتحتاج إلى تبسيط – أعط أمثلة.

8- الموضوعات في توافق وتكامل مع المنهج ككل.

ثانيا: الرياضيات

1- الرياضيات سليمة وصحيحة.

2- القالب الرياضي لكل موضوع واضح.

3- المستوى الرياضي مناسب للبرنامج.

4- التقارير والتعريفات والقوانين مكتوبة بوضوح وعناية.

5- التركيز على النقاط الهامة بإظهارها بوضوح حتى عن طريق وضع خطوط تحتها.

6- توجد خلاصة عند نهاية كل باب تجمع القواعد والصيغ المختلفة.

7- استخدام الرموز سليم ومعقول ودقيق وغير متعب.

8- الجداول والأشكال سليمة ودقيقة.

ثالثا: اللغة

1- الكتاب يمكن قراءته وفهمه بيسر.

2- التجريد والرموز المستخدمة ذات معنى.

3- اللغة مشوقة وتثير التفكير.

4- التعريفات والتفسيرات تستخدم الاصطلاحات التي يتوقع أن يفهمها التلميذ.

رابعا: الأساس السيكولوجي والتربوي

1- المادة موضوعة لتولد الميول والدافع للتعلم.

2- المادة موضوعة بحيث تناسب التلاميذ باختلاف مستوياتهم وقدراتهم.

3- الطرق المستخدمة في العرض وفي تسلسل المواضيع مبنية على أساس سيكولوجية التعلم.

4- المفاهيم المختلفة موضوعة بحيث تعطي فرصة للتلميذ لاكتشاف الأفكار عن طريق التفكير البناء والخلاق، حل المشكلات، التجريب، التحليل، التعميم.

5- يحتوى الكتاب على اختبارات للتلميذ وللمدرس لقياس التحصيل.

خامسا: التدريبات

1- المسائل (المشكلات) متدرجة في الصعوبة.

2- يوجد تنوع في المسائل وعددها كاف.

3- المشكلات المحلولة كافية ومفهومة.

4- المشكلات تحتوي تحديات تثير التفكير الخلاق والبناء.

5- المشكلات تعتمد على المعلومات التي سبق شرحها.

6- بعض المشكلات موضوعة لتقديم واكتشاف المعلومات المقبلة.

7- حل المشكلات يساعد على تكامل استخدام المعلومات وطرق التفكير في نقل التعلم إلى أحوال أخرى.

8- المشكلات تساعد على تنمية مهارات حل المشكلات بصفة عامة.

9- المشكلات تظهر دلالة التطبيقات في الرياضيات وخارجها.

10- بعض المشكلات تتطلب تعميما، أو تعضد مفاهيم، أو تكسب مهارة.

11- التدريبات تحتوي على أسئلة مراجعة ومواد علاجية وتمارين لإكساب المهارات.

سادسا: التوسع والإثراء

1- هل يعطي الكتاب مراجع يطلب من التلميذ الرجوع إليها لتوسيع معلوماته في ناحية معينة.

2- هل يقترح الكتاب بعض مواضيع للدراسة، والحث، وللتجريب.

3- هل يتضمن الكتاب مواضيع عامة ليست في المقرر لإثراء معلومات التلميذ العامة.

سابعا: الوسائل التعليمية

1- هل يوجد للكتاب دليل للمعلم.

2- هل يوجد إجابات لبعض المسائل أو إرشادات للحل.

3- هل يحتوي الكتاب على اختبارات تحصيلية.

4- هل الكتاب دليل يوضح كيفية استعماله أو دراسته أوهناك كتاب مصاحب للمعلم أو كتاب مدرسي مبرمج.

5- هل يشير الكتاب إلى بعض الوسائل التعليمية.

ثامنا: الخواص الطبيعية

1- كتابة الصفحة جذابة ومريحة للعين.

2- التنظيم، العناوين، ووضع المادة مناسب.

3- استخدام الصور الفوتوغرافية للتوضيح.

4- استخدام الصور الملونة.

5- حجم الكتاب مناسب.

ملحق(2)

اختبار تحصيلي لوحدة الكسور، معد وفقا لجدول المواصفات الوارد بالفصل التاسع

أجب عن الأسئلة التالية:

س[1]: أكمل ما يأتي:

1) $\frac{5}{9}$ تفاحة ، المقام (9) يعني .....، والبسط (5) يعني .....
2) الأعداد الكسرية هي: .....
3) التعبير عن الكسر $2\frac{5}{6}$ في صورة كسر غير فعلي هو .....
4) $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8} = \frac{9}{\quad}$.
5) $\frac{1}{2}$ تفاحة + $\frac{1}{8}$ تفاحة = ...
6) $\frac{1}{5}$ الـ ($2\frac{1}{2}$ كيلو سكر) = ...
7) توزيع $\frac{3}{4}$ يبتزا على طفلين بالتساوي، فان نصيب كل طفل = ...

س[2]:

1) مثل $\frac{2}{5}$ تمثيلا هندسيا.
2) أيهما أكبر: $\frac{3}{8}$ أم $\frac{5}{6}$.
3) أيهما أصغر: $\frac{-6}{7}$ أم $\frac{-19}{21}$.
4) رتب الكسور الآتية ترتيبا تصاعديا : $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{4}{9}$.
5) ضع: $\frac{24}{36}$ في أبسط صورة.

س[3]: أوجد ناتج العمليات الآتية:

1) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$.

2) $\frac{2}{3} - \frac{5}{7}$.

3) $1\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{3}$.

4) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{5}$.

5) $\frac{1}{2} \div [\frac{2}{3} + \frac{3}{4}] \times 17$.

س4:

1) فصل به 35 تلميذ، والنسبة بين عدد البنين إلى عدد البنات 2 : 3 . أوجد عدد البنات .

2) خزان الوقود لإحدى السيارات به $\frac{3}{5}$ سعته من الوقود، ويحتاج الى 10 لترات من الوقود لملئه. فما سعة الخزان؟

3) يدفع موظف $\frac{1}{3}$ مرتبه للسكن، $\frac{1}{4}$ مرتبه للطعام، $\frac{1}{5}$ مرتبه للمواصلات، $\frac{1}{6}$ مرتبه كمصاريف أخرى، ويدخر الباقي، فإذا كان مرتبه الشهري 1200 دينار. فاحسب ما يدخر.