الجزء الثاني

أساسيات
الإحصاء الاقتصادي

أ.د فيصل مفتاح شلوف

د.صائب ابراهيم جواد

منشورات جامعة عمر المختار 2022

أساسيات الإحصاء الاقتصادي

(الجزء الثاني)

تأليف

الأستاذ الدكتور فيصل مفتاح شلّوف

الدكتور صائب إبراهيم جواد

منشورات جامعة عمر المختار

2022

اسم الكتاب: أساسيات الإحصاء الاقتصادي (الجزء الثاني).

اسم المؤلف: الأستاذ الدكتور/ فيصل مفتاح شلّوف، الدكتور/ صائب إبراهيم جـواد.

رقم الإيداع: 2017/110م.

دار الكتب الوطنية بنغازي – ليبيا

منشورات
جامعة عمر المختار
البيضاء

الترقيم الدولي

رقم المجموعة: ردمك ISBN 978-9959-79-071-2

رقم الجزء: ISBN 978-9959-79-095-8

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿إِنْ كُلُّ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ إِلَّا آتِي الرَّحْمَنِ عَبْدًا (93) لَقَدْ
أَحْصَاهُمْ وَعَدَّهُمْ عَدًّا (94) وَكُلُّهُمْ آتِيهِ يَوْمَ الْقِيَامَةِ فَرْدًا (95) إِنَّ
الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ سَيَجْعَلُ لَهُمُ الرَّحْمَنُ وُدًّا﴾

(سورة مريم 93-95)

الإهداء

إلى كل من رضاهم من رضا الله

نهدي هذا الجهد المتواضع، ولعلنا بفضلهم

نكون من المحسنين

المحتويات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الفصل الرابع عشر

الفصل الخامس عشر

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الفصل التاسع عشر

المقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على رسوله الكريم محمد صلى الله عليه وسلم وآله وصحبه أجمعين.

فبين يديك كتاب أساسيات الإحصاء الاقتصادي الذي تم التوخي في إعداده الوضوح ومطابقته لمنهاج الإحصاء في الجامعات العربية والأجنبية بالإضافة إلى كون مادة الكتاب تعتبر مرجعاً أساسياً للباحثين والمستخدمين للأساليب الكمية التحليلية في بحوثهم العلمية بصورة عامة والاقتصادية بصورة خاصة.

يتضمن الكتاب مناقشة وشرح واضح للمفاهيم والطرق الإحصائية والإجراءات اللازمة لتطبيقها، وقد اشتمل على شرح وافٍ لأساليب الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي وكيفية تطبيقهما عملياً على حالات دراسية ميدانية وقد رُوعي في تقديم فصول الكتاب تقديم شرح مركز لمفهوم الأسلوب الإحصائي المستخدم بطريقة واضحة ولغة سليمة، ومن ثم إعطاء المعادلات والاشتقاقات الرياضية لها بشكل متسلسل ودقيق.

لقد تبع ذلك تطبيقات محلولة لها علاقة وثيقة بالحياة العلمية. أيضاً فإنه يوجد في نهاية كل فصل مجموعة من التطبيقات والتمارين التي تكسب الطالب والباحث المهارات اللازمة التي تمكنهم من تقدير وتحليل البيانات الإحصائية واختبار دقتها واستخدامها لأغراض التنبؤ وتسهيل مهمة اتخاذ القرارات.

هذا يقود إلى الهدف الأساسي الذي وضع الكتاب من أجله وهو تسهيل مهمة الطلبة لفهم المواد العلمية ذات الطابع الكمي وخاصة طلبة كليات الاقتصاد وأقسام

الاقتصاد الزراعي والإحصاء بكلية العلوم وبنفس الوقت يساعد الباحثين في مجال الاقتصاد في رسم السياسات الاقتصادية المستقبلية بإطار علمي مضمون.

لقد تضمن الكتاب على تسعة عشر فصلاً وقد تكون كل فصل من عدة بنود ليسهل دراسة المادة العلمية وتدريسها بشكل مرتبط ومتسلسل ليستقبلها الذهن بسهولة، كما ألحقت الفصول بملحقين. كذلك تم ختم الكتاب بقائمة لأهم المراجع العلمية العربية والإنكليزية المستخدمة في إعداده. كما تم تقسيم الكتاب إلى جزأين، حيث اشتمل الجزء الأول على الإحدى عشر فصلاً الأولى، بينما احتوى الجزء الثاني على الفصول الثمانية الأخرى.

جاء الفصل الأول ليعطي المفاهيم الأساسية للإحصاء والمستخدمة في الدراسات الاقتصادية فاهتم بمعرفة الإحصاء والإحصاءات وعلاقتهما بالإحصاء الاقتصادي. كذلك تناول كيفية التعبير عن المشاكل الاقتصادية بدوال إحصائية. وكما أوضح الفرق بين الدوال الإحصائية والرياضية. كذلك تناول كيفية توفيق الدوال الإحصائية والاقتصادية. لقد ارتبط بهذا الفصل موضوع العينات الذي خصص لها الفصل الثاني حيث تطرق إلى أنوع العينات المستخدمة في الدراسات الاقتصادية والطرق الإحصائية في اختيار العينات.

بعد الفصلين التمهيديين للكتاب جاء **الفصل الثالث** ليتناول دراسة الإحصاء الوصفي وأساليبه المستخدمة في التحليل كمقياس النزعة المركزية التي تم التطرق إليها بصورة سريعة والسبب هو وجود العديد من الكتب الإحصائية باللغة العربية والإنكليزية التي تغطي

هذا الجانب بصورة مسهبة، بينما ناقش الفصل الرابع مقاييس التشتت أو التباين، ومنها مقاييس التشتت المطلقة والنسبة، وأيضاً مقاييس الالتواء والعزوم والتفرطح.

أما الفصل الخامس فقد تطرق إلى أساليب الاستدلال الإحصائي مبتدِئاً بتحليل العلاقة بين المتغيرات وكيفية استخدام مقياس التباين المشترك في حساب معامل الارتباط وكذلك استخدام معامل الانحدار لمعرفة أثر المتغيرات المستقلة على المتغير التابع. وفي هذا الفصل تطبيقات اقتصادية جديرة بالدراسة.

أما الفصل السادس فقد تطرق إلى أهمية معاملي التحديد والارتباط وطرق حسابها المتعددة وخصائص كلاً منهما ومجال استخدامهما وقياسهما للظواهر المستخدمة للبيانات الكمية والنوعية مع تطبيقات متعددة لكل منهما.

وقد عرض **الفصل السابع** موضوع الانحدار حيث بيّن المفهوم الفلسفي للانحدار ومبررات استخدامه للمتغير العشوائي disturbance term (متغير الإزعاج) كذلك طرق تقدير معلمات النموذج وعلاقتها بالارتباط وتم استخدام الأسلوب الرياضي في اشتقاق معادلة (OLS) وكيفية تطبيقها اقتصادياً.

بينما تناول **الفصل الثامن** فرضيات النموذج الخطي ودور المتغير العشوائي وأثره في التقدير والتحليل، ولاستيعاب مكونات هذه النماذج فقد جاء **الفصل التاسع** وبالتفصيل مكملاً له وذلك بتطرقه إلى موضوع الانحدار الخطي البسيط واللاخطي البسيط وأشكال النماذج البسيطة اللاخطية المتمثلة في نماذج القطع المتكافئ من الدرجة الثانية والثالثة والنماذج اللوغارتيمية وأشهر تطبيقاتهم في الحياة الاقتصادية.

أما الفصل العاشر فقد أظهر خصائص تلك المقدرات المستخدمة لطريقة OLS في التقدير والتي يُطلق عليها اختصار ب (BLUE)، وللتأكد من دقة الفرضيات والخصائص تضمن الفصل طرق اختبارها معنوياً أي تناول طرق اختبار معنوية معلمات الانحدار وكذلك اختبار معنوية معامل الارتباط. لقد تم استخدام حالتين دراسيتين لهذا الفرض، حيث تم توضيح كيفية استخدام طريقة (OLS) في التقدير والتحليل واختبار t و F لدقة معلمات الانحدار ومعامل الارتباط.

أما **الفصل الحادي عشر** فقد جاء امتداد للفصل العاشر حيث أوضح نماذج الانحدار المتعدد الخطي واللاخطي مع التطرق إلى حالتين دراسيتين هما الخصخصة Privatization ودالة الاستهلاك الليبية، لقد تم استخدام جميع طرق التقدير والتحليل والاختبار والتنبؤ عملياً، وهما حالتين نوصي بدراستهما والاستفادة منهما في إجراء البحوث المستخدمة للأسلوب الإحصائي، في حين تطرق الفصلين **الثاني عشر والثالث عشر** مفهوم وخواص التوزيع الطبيعي لكل من Z و t و χ^2 و F و مفهوم وخطوات وتحديد اختبارات الفروض.

جاء **الفصل الرابع عشر** موضحاً أهمية التباين في الدراسات الاقتصادية وللمتغيرات الكمية والنوعية موضحاً طريقتي تحليل التباين ذات الاتجاه الواحد أو الاتجاهين مع دراسة تحليلية للمقارنة بين تحليل التباين وتحليل الانحدار، وعلى الدارس أن يتابع التحليل الرياضي للعلاقة بين تحليل التباين والانحدار لكي يستطيع التمييز بين التحليلين، تجنباً للخطأ الشائع الذي يقع فيه العديد من الباحثين الذين لا يميزوا بين تحليل التباين وتحليل الانحدار.

تحتاج الدراسات الاقتصادية إلى التقدير والتحليل والتنبؤ ولهذا جاء **الفصل الخامس عشر** مهتماً بموضوع التنبؤ واختبار القدرة التنبئية للنماذج الاقتصادية المستخدمة للأساليب الإحصائية التي سبق ذكرها في الفصول السابقة، لهذا فإن **الفصل السادس عشر** قد جاء مهتماً بإعطاء حالات دراسية التي تمكن الدارسين والباحثين من استخدامها في دراستهم وأبحاثهم الأكاديمية وفي حياتهم العملية. لقد تناولت هذه الحالات دراسة الدوال الإحصائية للعرض والطلب والمعادلات التوازنية لكلٍ منهما وكيفية التقدير والتحليل والاختبار والتنبؤ لمثل هذه الحالات التي تعطي الأهمية الإحصائية بقدر ما أعطيت من اهتمام رياضي واقتصادي ولهذا جاء هذا الفصل ليسد هذا الشاغر في الفكر الأكاديمي والتطبيق العملي.

أما **الفصل السابع عشر** فقد ناقش وبالتفصيل دراسة السلاسل الزمنية وكيفية معالجتها للبيانات الفصلية والاتجاه العام وتحديدها لأثر التقلبات الطارئة والدورية والحصول على بيانات أقل تذبذباً وأسهل في التحليل والدراسة والتنبؤ. لقد تم عرض الموضوع إحصائياً ورياضياً مع تطبيقات عملية في كيفية معالجة مشكلة السلاسل الزمنية وطرق عرضها جدولياً وبيانياً وقد تضمن عرضها في العديد من التطبيقات.

لقد أظهر الكتاب **بالفصل الثامن عشر** طرق تقدير وتحليل الأرقام القياسية وأهميتها في الدراسات الاقتصادية متطرقاً إلى أنواع الأرقام القياسية وأكثرها استخداماً وشيوعاً في تلك الدراسات مع دراسة طرق الاختبار للأرقام القياسية.

لقد اختتم الكتاب **بالفصل التاسع عشر** الذي أوضح الإحصائيات وأنواعها، حيث ناقش الإحصائيات السكانية والحيوية والصناعية والصحية والزراعية والتعليمية والتجارية و أهميتها جميعاً وكيفية قياسها. ثم تلاها الملاحق والجداول الإحصائية والمصطلحات العلمية التي تم استخدامها في الأساليب الإحصائية.

من هذا العرض يتبين أن الكتاب قد تضمن مواضيع هامة في الطرق الإحصائية الوصفية والاستدلالية والتي يمكن أن تكون مواضيع مادة الإحصاء لطلبة الدراسات الأولية والعليا وفي كليات العلوم والهندسة والصيدلة والعلوم الطبية والزراعة. كما أنه يشتمل على مواضيع مقرر الإحصاء لطلبة كليات الاقتصاد، إضافة إلى العاملين في مركز البحوث الاقتصادية ومراكز دراسة الجدوى في الوزارات والمصارف (البنوك) والشركات وغيرها.

إننا إذ نقدم الطبعة الأولى من هذا الكتاب لا يسعنا إلا أن نتقدم بالشكر إلى جامعة عمر المختار بدءاً من كلية الزراعة وإدارتها وانتهاءً بإدارة التعريب والترجمة بالجامعة على ما قدموه من مساعدة في طباعة هذا الكتاب. كما نتقدم بالشكر والتقدير والعرفان إلى كل من الدكتور عبد العالي بوحويش الدايخ والدكتور يحي محمود على الملاحظات القيمة التي ساهمت في تطوير هذا الكتاب، كما يمتد الشكر إلى الأستاذة زهرة صالح أحميدة على كفاءتها المتميزة والسرعة عند طباعتها لهذا الكتاب، كما نتقدم بالشكر والتقدير لمركز العالم الآن.

أخيراً ونحن إذ نُقدم هذا الجهد المتواضع لطلابنا الأعزاء ولزملائنا الباحثين، فإننا لا ندعي الكمال فيه ولكن نأمل أن نكون قد ساهمنا ببعض الجهد لإغناء أو إضافة جديداً للمكتبة العربية في مجال الإحصاء الاقتصادي لخدمة الأجيال الصاعدة من أبناءنا الطلبة.

نسأل الله أن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم وأن نكون قد وفقنا لخدمة مجتمعنا وأن يكون عملنا هذا من العلم الذي ينتفع به.

والله ولي التوفيق

البيضاء 2011

الفصل الثاني عشر

12 التوزيع الطبيعي لكل من x^2 .z، t،F

1. 12 مفهوم التوزيع الطبيعي

12.2 خواص التوزيع الطبيعي

12.3 التوزيع الطبيعي المعياري (توزيع Z الطبيعي)

12.4 توزيع t الطبيعي

12.5 خصائص توزيع t الطبيعي

12.6 توزيع χ^2 الطبيعي

12.7 توزيع F الطبيعي

12.8 التمارين

12 التوزيع الطبيعي لكل من χ^2 .z، t،F

في هذا الفصل يتم التحدث عن أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة خصوصا في المجالات الإحصائية التطبيقية وهي تأخذ قيما غير محددة، بمعنى أن قيمها تمثل جميع القيم الواقعة داخل فترة معينة وهذه المتغيرات تسمى متغيرات عشوائية متصلة، من هذه التوزيعات لاحتمالية التوزيع الطبيعي لكل من χ^2 .z، t،F .ويتم في هذا الفصل شرحها بشيء من التفصيل.

12.1 مفهوم التوزيع الطبيعي Normal Distribution

تُعدّ التوزيعات المستمرة التي تُستخدم في معظم المجالات الإحصائية كتوزيع F،χ^2، t، z أكثرها انتشاراً، والتوزيع الطبيعي يتميز بأنه متماثل حول الوسط الحسابي ويُشبه الجرس (الناقوس) ويُسمى أحياناً بتوزيع قوسيان Gussian Distribution نسبة للعالم قاوسيان1777-1855، ويمثل التوزيع الطبيعي كثيرا من الظواهر الطبيعية وغير الطبيعية مثلا لأطوال والأوزان والأعمار ودرجات الحرارة والدخول الشهرية ودرجة الامتحان وضغط الدم و أخطاء القياسات وغيرها من الظواهر المتصلة، دالته الاحتمالية هي:

$$\mathrm{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}.\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2}\right)^2} \quad or \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.e^{\left(\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right)^2}$$

وعندما تكون قيمة μ = 0 فعند ذلك فإن:

$$\mathrm{f(x)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.\mathrm{e}^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}$$

حيث أن المتغير العشوائي (X) يقع بين $-\infty < x < \infty$

وأن π = 3.14159 ثابت

e = 2.71828 ثابت

μ = معدل التوزيع (الوسط الحسابي للتوزيع)

σ^2 = التباين للتوزيع، والانحراف المعياري للتوزيعσ

فالتوزيع الطبيعي هو أحد التوزيعات للمتغيرات العشوائية المتصلة ويعتبر من أهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة أو المتصلة وأشهرها استخداماً لما لهذا التوزيع من أهمية في علم العينات وعلم الاستدلال الإحصائي، بالإضافة إلى أن غالبية الظواهر الطبيعية المقاسة تتبع في توزيعها التوزيع الطبيعي، و يمتد إلى ما لا نهاية في الاتجاهين ولكن معظم المساحة (الاحتمال) يتركز حول الوسط الحسابي والمساحة الكلية تحت المنحنى (الاحتمال) تساوى الواحد صحيح.

وتُعرف دالة التوزيع الاحتمالي للمنحنى الطبيعي بأنها "إذا كانت المتغير العشوائي (X) بتوزيع توزيعاً طبيعياً وله وسط حسابي (μ) وتباين (σ^2) فإنه يأخذ ص عادلة المنحنى الطبيعي المذكورة أعلاه، ويمكن بيانياً أن تمثل f(x) على المحور العمودي في حين تمثل قيم (X) على المحور الأفقي، وأن المساحة الكلية الواقعة تحت المنحنى تساوي واحداً. ومن هذا يلاحظ أن دالة التوزيع الطبيعي تعتمد على عنصرين هما:

1- الوسط الحسابي (μ).

2- والتباين (σ^2) وهما اللذان يحددان شكل المنحنى الطبيعي.

أهمية التوزيع الطبيعي تقود إلى أربعة اعتبارات مهمة هي[1]:

أ- أن كثير من المتغيرات تتوزع طبيعياً، حيث يلاحظ أن معظم الصفات البيولوجية والنفسية والاجتماعية وغيرها يكون توزيعها مشابهاً للتوزيع الطبيعي أو مقاربة له.

ب- توزيعات المعاينة Sampling Distribution للمتوسطات العينات تكون مقاربة للتوزيع الطبيعي ويزداد هذا التقارب كلما زاد حجم العينة.

جـ- إمكانية تحويل الكثير من التوزيعات إلى التوزيع الطبيعي وهذا يجعله سهلاً وواسع الاستعمال.

د- أن معظم الاختبارات z، t، χ^2،F المستخدمة في الاستدلال الإحصائي قائمة ومبينة على كون أن المتغير يتوزع توزيعاً طبيعياً.

12.2 خواص (صفات) التوزيع الطبيعي

يمتاز هذا التوزيع بعدة خواص أهمها[2]:

1- أن يكون المنحنى متماثل حول الوسط الحسابي وذلك لتركز المشاهدات حوله أي انه متماثل حول الوسط، وكنتيجة لهذا التماثل فإن الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهم نفس القيمة، وشكل المنحنى ناقوسي.

2- إجمالي المساحة المحصورة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح وهي تمثل القيمة الكلية للاحتمال.

---

[1] وليد السيفو وأحمد مشعل ، الاقتصاد القياسي التحليلي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره ص 512.

[2] وليد السيفو وأحمد مشعل، مرجع سبق ذكره، ص ص 512-513.

3- المتغير العشوائي (X) يتوزع طبيعياً ويرمز له عادة بالصيغة التالية:

$$X \approx N(\mu, \sigma^2)$$

4- عندما يكون التوزيع طبيعياً فإن معامل الالتواء يساوي صفراً ومعامل التفرطح يساوي ثلاثة وجميع العزوم الفردية تساوي صفراً.

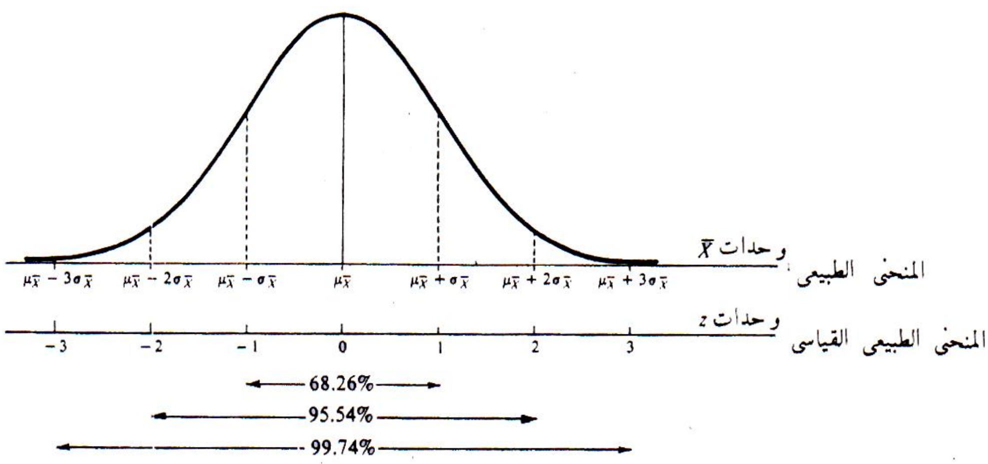
5- يتحدد التوزيع تحديداً كاملا إذا عرف وسطه الحسابي وانحرافه المعياري، وتعتبر هذه ميزة يكاد منفرد بها عدد قليل من التوزيعات الاحتمالية ، حيث أن معظم التوزيعات تحدد بمعرفة أكثر من معلمتين من معالمها.

6- توجد نسب معينة من المساحة الواقعة ضمن أي عدد من الانحرافات المعيارية (σ) عن الوسط الحسابي وهي موضحة في أشكال التوزيعات الطبيعية الآتية:

(أ): فالمساحة التي تقع ضمن انحراف معياري يساوي واحداً عن الوسط الحسابي (μ) تساوي المساحة الواقعة على الفترة $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$ وقيمتها الاحتمالية هي 68.23% تقريباً من المساحة الكلية (الاحتمال) تحت المنحنى الطبيعي القياسي تقع بين إحداثيتين رأسيين يبعدان بمقدار انحراف معياري واحد عن الوسط الحسابي أي داخل $\mu \pm 1\sigma$ (لاحظ الشكل 1).

(ب): والمساحة التي تقع ضمن (Z) انحراف معياري عن الوسط الحسابي(μ) فإنها تساوي المساحة الواقعة على الفترة الواقعة ضمن $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$ وقيمتها تساوي 95.54% تقريباً من المساحة الكلية (لاحظ الشكل 1).

(ج): أما المساحة التي تقع ضمن (3) انحراف معياري عن الوسط الحسابي (μ) فإنها تساوي المساحة الواقعة على الفترة ضمن $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ وتساوي 99.74% من المساحة الكلية (لاحظ الشكل 1).



الشكل (1)

من الشكل (1) فإن احتمال σ + μ = 0.034 * 2 = 68.23%

من الشكل (2)فإن احتمال μ+2σ=2*0.135=0.68+0.27=0.68+0.95.54 =%95.54

من الشكل (3) فإن احتمال μ+3σ=2*0.023=0.95+0.46=0.95+0.99.74 =%99.74

وعليه ومما سبق فإنه يتضح بأن (μ) تحدد مركز التوزيع، وأن (σ) تحدد انحرافه المعياري. فإذا تحركت (μ) إلى اليمين أو اليسار فإن مركز التوزيع سوف ينتقل ولكن لا يتغير شكل المنحنى الطبيعي.

أما إذا تغيرت (μ) و (σ) فإن مركز التوزيع يتغير ويتباعد منحناه حول المركز يتغير أيضاً ولهذا فمن الصعب وغير العملي وضع جداول للمنحنيات الطبيعية لكل من (μ)، و (σ)، ولكي تتحاشى استعمال مفهوم التكامل فقد تم وضع جدول واحد محسوب للمساحات المختلفة ولتوزيع ذات وسط حسابي يساوي صفراً ($\mu=0$) وتباين يساوي واحد ($\sigma^2=1$) وهذا التوزيع يُطلق عليه بالتوزيع الطبيعي المعياري وهو حالة خاصة من التوزيع الطبيعي.

12.3 التوزيع الطبيعي المعياري [Z]أو توزيع Standardized Normal Distribution

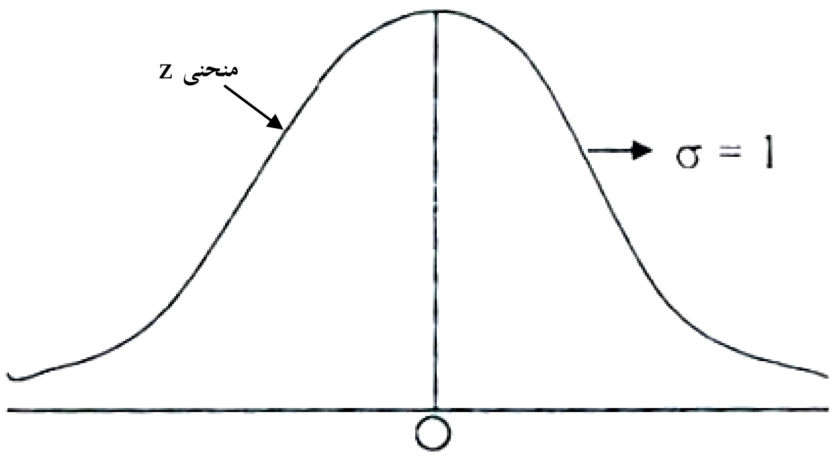
يمكن تعريفه بأنه توزيع طبيعي له وسط حسابي (μ) يساوي صفراً وانحراف معياري يساوي واحداً ويرمز للمتغير العشوائي فيه بالرمز Z واختصاراً فإن:

$$Z \approx N\,(0،1)$$

وعليه أصبح من السهل تحويل المتغيرات العشوائية (X) التي تتوزع طبيعياً إلى متغيرات عشوائية (Z) تتوزع توزيعاً طبيعياً معيارياً تأخذ الصيغة التالية:

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma}$$

وتأخذ الشكل المنحنى التالي:



الشكل (2)

ولهذا التوزيع جداول خاصة تحتوي على احتمالات مناظرة لقيم (Z) وتستخدم لإيجاد قيم الاحتمالات وكما يلي:

الاحتمال $P(Z\leq a)$ يتم إيجادها من الجدول مباشرة(أنظر الملحق C).

الاحتمال $P(Z\geq a)$ يتم تحويلها إلى $1-P(Z\leq P)$.

الاحتمال $P(b\leq a)$ يتم تحويلها إلى $P(Z\leq a)-P(Z\leq b)$

والملاحظة المهمة هي أنه إذا كانت المعطيات في المشكلة المدروسة تمثل توزيعاً طبيعياً فيتم تحويلها إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام الصيغة:

$$Z=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}$$

كما يعتبر اختبار أحد المعايير الإحصائية التي تستخدم في اختبار مدى الثقة في المعلمات المقدرة من عينة ($\hat{b}$، $\hat{a}$) كأساس جيد للوصول لمعلومات المجتمع ($\hat{b}$، $\hat{a}$)، وحتى يمكن استخدام اختبار Z يتعين توافر بعض الشروط أهمها:

1- أن يكون تباين المجتمع معلوم.

2- أن يكون تباين المجتمع مجهول ولكن حجم العينة أكبر (أكثر من 30).

غالباً ما يكون تباين المجتمع مجهولاً في مجال التطبيقات القياسية، ولذا إذا كان حجم العينة كبيراً فإنه يمكن افتراض أن تباينها تقريب مرضي لتباين المجتمع المجهول، ومن ثم يمكن استخدام اختبارZ في هذه الحالة يرجع التركيز على تباين المجتمع وحجم العينة في حالة استخدام اختبار آلي مالهما من أهمية كبيرة في تحديد تمثيل المعلمات المقدرة من عينة لمعلمات المجتمع، ويمكن توضيح هذه الحقيقة من المثال الموضح بالجدول رقم (12.1) التالي[1]:

مجتمع Y_1		مجتمع Y_2	
رقم الشركة	إنتاج العامل	رقم الشركة	إنتاج العامل
1	40	1	15
2	40	2	20
3	40	3	25
4	40	4	30
5	40	5	35
6	40	6	45
7	40	7	65
8	40	8	60
9	40	9	55
10	40	10	50
المجموع	400	المجموع	400
المتوسط	$\frac{400}{10}=40$	المتوسط	$\frac{400}{10}=40$

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره، ص ص 153 - 154

افترض أن هناك مجتمعين Y_1 و Y_2 وكان كل مجتمع منهما يشير إلى توزيع الإنتاجية لعشرة من الشركات الصناعية الموضح بالجدول (12.1) فإنه يمكن استخلاص النتائج التالية:

أن متوسط الإنتاجية في المجتمعين متساوي حيث:

$$40 = \bar{Y}_2 = \bar{Y}_1$$

غير أن تباينهما مختلف فتباين المجتمع Y_1 يساوي صفر ، في حين أن تباين المجتمع Y_2 يساوي 275 أي أن تباين المجتمع Y_2 أكبر من تباين المجتمع Y_1ويترتب على اختلاف التباين على هذا النحو النتائج الآتية:

أ- إذا تم أخذ عينة مكونة من مفردتين (1) و (2) من المجتمع Y_1وتم حساب متوسط هذه العينة $\bar{Y}$ تساوي (40 + 40) ÷ 2 = 40 وهو يساوي متوسط المجتمع ، هذا في حين إذا تم أخذ عينة مكونة من مفردتين (1) و (2) من المجتمع $\bar{Y}_2$ فإنه يساوي (15 + 20) ÷ 2 = 15 وهو بعيد جداً عن متوسط المجتمع، لذا يمكن القول كلما زاد التباين للمجتمع قلت الثقة في المعلمات المقدرة من عينة كممثل جيد لمعلمات المجتمع والعكس صحيح.

ب- بالنسبة لمجتمع ما وليكن Y_2إذا زاد حجم العينة من مفردتين (1) و (2) إلى أربع مفردات (1 ،2 ، 7 ، 10) فإن متوسط العينة $\bar{Y}_2$ يساوي (15+20+65+50) ÷ 4 = 37.5

أي أن متوسط العينة في ظل الحجم الأكبر (4 مفردات) أقرب إلى متوسط المجتمع منه في حالة العينة ذات الحجم الأصغر (2 مفردة)، من ثم يمكن القول بأنه كلما زاد حجم العينة كلما كانت المعلمات المقدرة منها أكثر تمثيلاً لمعلمات المجتمع مع ثبات التباين.

12.3.1 خصائص توزيع Z المعياري

يتميز التوزيع المعياري لـ Z بعدد من الخصائص هي:

1. تأخذ قيمة الصيغة المعيارية التالية:

$$Z_i = \frac{Y_i - \bar{Y}}{S_Y}$$

وهذا يعني أن قيمة Z تقيس انحراف القيمة المشاهدة (Y_i) عن الوسط الحسابي بدلالة وحدات معيارية. فإذا كانت Y_1 = 30 و $\bar{Y}$ = 10 و S_Y يساوي 4، فانه يقال بأن قيمة Y_1 المعيارية تنحرف عن الوسط الحسابي بمقدار (20 – 10) ÷ = 2.5 وحدة انحراف معياري أي بوحدتين معياريتين ونصف.

2. الوسط الحسابي للتوزيع المعتدل المعياري (μ) يساوي صفر والانحراف المعياري (σ) له يساوي 1 .

3. مجموع احتمالات قيمZ والتي تمثل كل المساحة الواقعة تحت منحى التوزيع المعتدل لمعياري يساوي 1، كما أن مجموع احتمالا تقيم Z التي تتراوح بين الحدين 1.96 و - 1.96 تساوي 95%.

أي أن

$$P(-1.96 < Z < 1.96) = 95\%$$

أو

$$P(1.96 > Z > -1.96) = 5\%$$

ومجموع احتمالات قيم Z التي تتراوح بين 2.85 و – 2.85 تساوي 99%

أي أن

$$P(-2.85 < Z < 2.85) = 99\%$$

أو

$$P(2.85 > Z > -2.85) = 1\%$$

كما يلاحظ أن مجموع احتمالات قيم Z التي تقل أو تساوي 1.645 تساوي 95 %

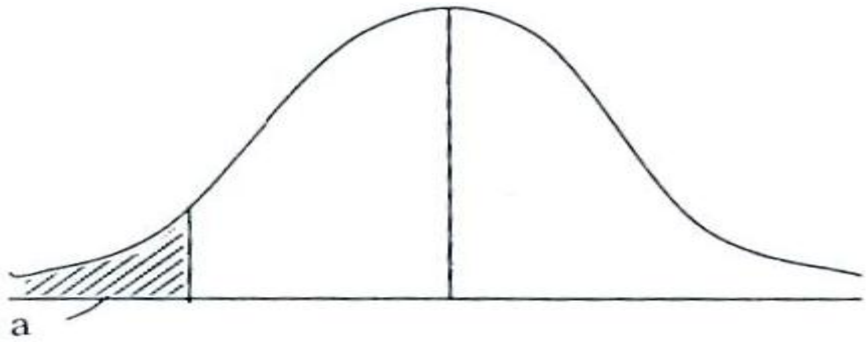
أي أن

$$P(Z \leq 1.645) = 95\%$$

أو

$$P(Z \geq 1.645) = 5\%$$

4. يوجد هناك جدول يسمى بجدول التوزيع المعياري (ملحق A) يوضح احتمالات قيم Z المختلفة والاحتمالات الموضحة بالنقطة الثالثة مستمدة من هذا الجدول فعلى سبيل المثال يلاحظ أن احتمال $Z > 1.96$ في الجدول هو 0.025.



الشكل (3) المنحنى المعياري الطبيعي

تطبيق (1)

إذا كان (X) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي (12) وتباين قدره (8) فما هو احتمال أن يكون (X):

أ- أقل من 40

ب- (X) تقع ما بين 48، 60.

الحل

حيث أن

$$\sigma = 8 \text{ و } \mu = 12$$

∴ فعندما

$$X < 40$$

فإن القيمة المعيارية المناظرة لها هي:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma}$$

$$\therefore \quad P(X < 40) = P\left[Z < \frac{\overline{X} - \overline{\mu}}{\sigma}\right] = \frac{40 - 12}{8} = 3.5$$

$$\therefore \quad P(Z < 3.5)$$

في جدول (Z) لمساحات التوزيع الطبيعي المذكورة في الملحق (C) يتم الحصول على:

P(Z < 3.5) = 0.995

أما في الحالة الثانية عندما (X) تقع ما بين (48) و (60) فيتم تحويلها إلى القيم المعيارية الاحتمالية باستخدام الصيغة الثالثة المذكورة سابقاً وكما يلي:

$$\therefore P(Z < a) - P(Z < b)$$

$$\therefore -P\left(Z < \frac{48 - 12}{8}\right) - P\left(Z < \frac{60 - 12}{8}\right)$$

$$\therefore P\left(Z < \frac{36}{8}\right) - P\left(Z < \frac{48}{8}\right) = P(Z < 4.5) - P(Z < 6)$$

$$= P(Z < -0.25)$$

∴ احتمال أن تقع (X) ما بين (48) و (60) ومن استخدام جداول التوزيع الطبيعي لـ (Z) يتم الحصول على P(-2.5) = 0.0062.

تطبيق (2)

افتراض أن X متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي، حيث:

$$\sigma^2 = 4 \quad , \mu = 10$$

والمطلوب إيجاد احتمال أن تأخذ X قيمة بين8، 12.

الحل

أولاً يتم حساب قيمة Z المناظرة لقيم X وهي 8، 12 ثم يتم الكشف عن القيم التي تناظر قيم Z في الملحق A.

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = \frac{8-10}{2} = -1$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = \frac{12-10}{2} = 1$$

عندما Z =1، يتم الحصول على القيمة 0.3413 من الملحق A، ومن ثم فإن المساحة بين Z= ± 1 تساوى (0.3413)*2 أو 0.6826 وهذا يعني أن احتمال أن X تأخذ قيمة بين 8، 12 أو (8<X<12)P تساوى 68.26 % انظر شكل رقم (1).

تطبيق (3)

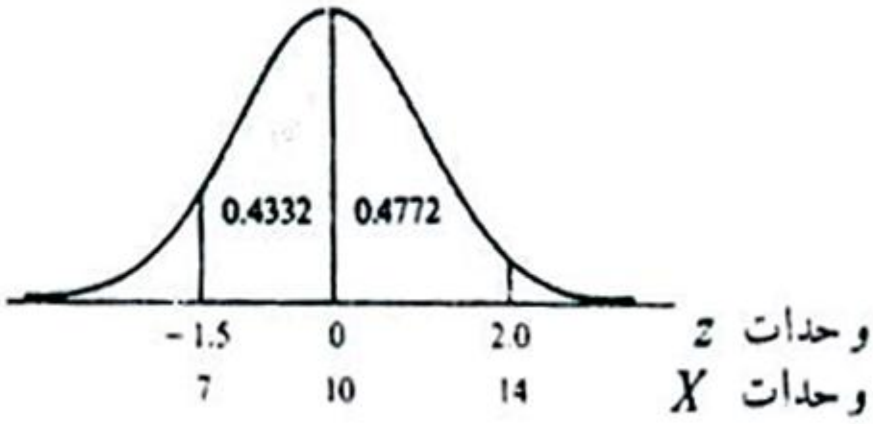
افتراض مرة أخرى أن X متغير عشوائي موزعاً طبقاً للتوزيع الطبيعي حيث $\mu = 10$, $\sigma^2 = 4$ والمطلوب إيجاد احتمال أن X تأخذ قيمة بين 7، 14.

الحل

يتم أولاً إيجاد قيمة Z المناظرة لقيم X وهي 7،14.

$$Z_1 = \frac{7-10}{2} = -1.5 \qquad\qquad Z_2 = \frac{14-10}{2} = 2$$

عندما Z_1 تساوى 1.5، فإن القيمة المناظرة لها من المعلمة C فيتم الحصول على القيمة 0.4332 وعندما Z_2تساوى 2، فإن القيمة المناظرة لها من الملحق C فيتم الحصول على القيمة 0.4772 وبالتالي فإن $P(7 < X < 14)$ تساوي $0.4332 + 0.4772 = 0.9104$ أو 91.04% انظر الشكل رقم (4).



الشكل (4)

ومن ثم فإن احتمال أن X تأخذ قيمة أقل من 7 أو أكبر من 14 (المناطق غير المظللة في أطراف التوزيع في شكل رقم 6 هي 0.0896 = 0.9140-1 أي 8.96%).

12.4 توزيع ستودنت (Student)(t- Distribution) أو التوزيع الطبيعي لـ t

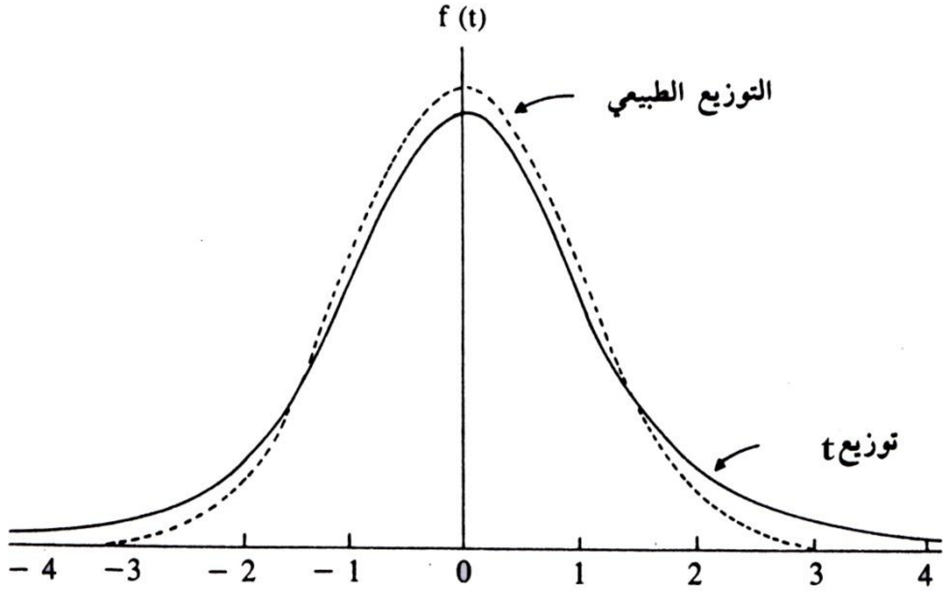
هو من التوزيعات المستمرة المشابه للتوزيع الطبيعي ففي كثير من الأحيان قد لا يكون تباين المجتمع σ^2 معلوماً وعندما يكون حجم العينة كبيراً، أي $n \geq 30$ فإنه يمكن أن يُستدل على تباين المجتمع σ^2 من خلال تباين العينات المسحوبة منه أي أن:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

تؤول إلى التوزيع الطبيعي المعياري، وكلما قل حجم العينة ابتعدت (Z) عن التوزيع الطبيعي المعياري، وعليه فإنه عندما يكون تباين المجتمع σ^2 مجهولاً وحجم العينة صغيراً ($n<30$) فإنه يمكن أن يُستدل على معالم المجتمع (μ) باستخدام إحصائية أو توزيع آخر يُسمى توزيع (t) وذلك بشرط أن يكون مجتمع المعلمات المقدرة موزعاً توزيعاً معتدلاً ويُعطي عادة بالعلاقة التالية:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

ولدرجات حرية (n-1) ويُرمز لها عادة بالرمز (V) ولمستوى معنوية معين وعادة تستخدم مستوى المعنوية مقداره 0.05 (فعندما لم يذكر مستوى المعنوية في السؤال فالمقصود بذلك مستوى المعنوية (0.05). ويوجد جدول خاص بقيم t الجدولية والذي يتكون من الصف الأول والذي خصص لمستوى المعنوية (α) وهي الدرجة المطلوبة لمعرفة دقة الاختبار أما العمود الأول فخصص لقيم المتغير، وأن (V) ترمز لدرجة الحرية والتي تساوي (n-1) أي حجم العينة مطروحاً منه واحدة انظر الشكل رقم (5).



شكل (5) يوضح توزيع t مقارناً مع التوزيع الطبيعي (Z)

إن العلاقة المذكورة أعلاه قد توصل إليها وليم كوسيت عام 1908 عندما نشر بحثه الذي اشتق فيه معادلة التوزيع الاحتمالي لإحصاءة t والخاصة بالعينات الصغيرة وقد نشر بحثه تحت اسم مستعار هو student ولذلك سمي توزيع t بتوزيع ستيودنت t الذي أدخلت عليه بعض التحويرات من قبل الإحصائي فيشر في القرن العشرين.

5.12: خصائص توزيع t الطبيعي[1]:

1- إن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (t) هي:

[1] وليد السيفو وأحمد مشعل، الاقتصاد القياسي التحليلي ، مرجع سبق ذكره، ص ص 516-517.

$$f(t) = \frac{K}{\left[1 + \frac{t^2}{V}\right]^{v+1/v}}$$

حيث تشير (V) إلى درجات الحرية.

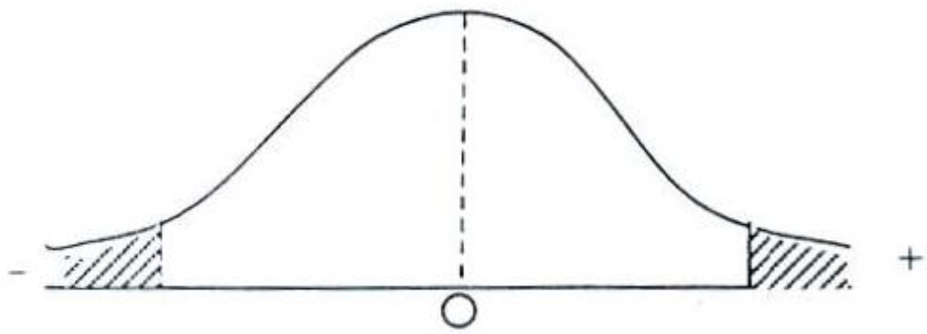
(K) عدد ثابت يعتمد على درجات الحرية (V) ومتوسط t يساوي صفراً وتباينه يساوي $\frac{V}{V-2}$.

2- أن المعادلة أعلاه لا حاجة لها: لأن المساحة تحت المنحنى قد حُسبت في جداول منفصلة تُسد متطلبات معظم المسائل والمشاكل المطروحة وعليه فإن الجداول في الملحق تعوض عن المعادلة أعلاه.

3- توزيع tهو توزيع محدد أو مضبوط (Exact Distribution).

4- يكون نطاق t هو $-\alpha < t < \infty$ (مشابه لتوزيع Z).

5- التوزيع ذو قيمة واحدة على شكل ناقوسي متماثل حول الصفر ويأخذ الشكل التالي:



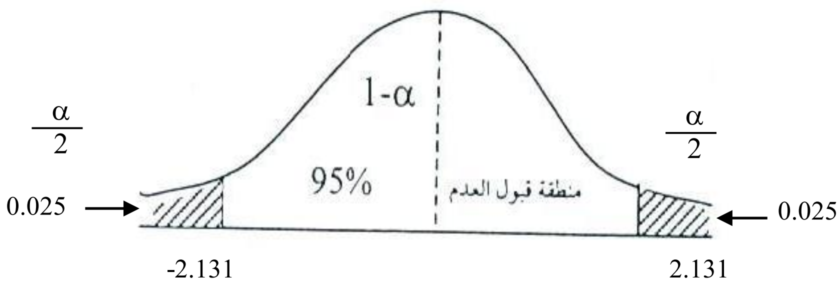
شكل (6) توزيع (t) الطبيعي ل $\alpha = 0.05$

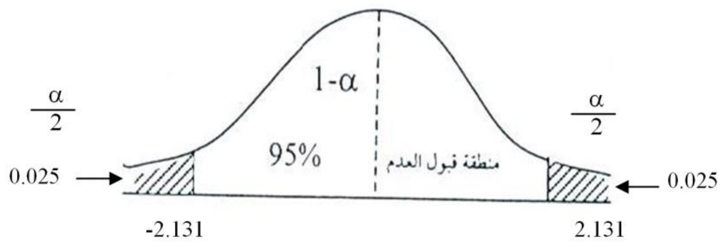
6- توزيع t أكثر تفلطحاً من التوزيع الطبيعي أي أن المساحة في طرفيه أطول في توزيع t منه في التوزيع الطبيعي (Z) الشكل السابق.

7- إذا زاد حجم العينة (n) أن يصل ∞ فإنه يتشابه مع التوزيع الطبيعي.

8- تم الحاجة إلى درجات الحرية ومستوى العشوائية لاستخراج احتمالات t من جدول توزيع t المذكورة في الملحق (A).

فمثلاً إذا كانت درجات الحرية = 15 أي 15 = (16-1) ومستوى المعنوية (α=0.05) فإن قيمة t هي:





الشكل (7)

وهذا يعني أن 95% من قيم t تقع بين t+0.025 و (t)−0.025 إذا كانت قيمة μ صحيحة. ومن جدول t يتضح بأن:

كلما زادت عدد درجات الحرية قلت قيمة t، وعند درجة ما لا نهاية (∞) فإن قيمة t تساوي قيمة Z، ولكي يتم اختبار مدى الثقة في المعلمات المقدرة من عينة باستخدام معيار t يتعين إتباع الخطوات التالية:

1. تحديد t المحسوبة باستخدام الصيغة الآتية:

$$t = \frac{\hat{b}_{j-} b_j}{s_{\hat{b}_j}}$$

2. تحديد قيمة t الجدولية من جدول توزيع t عند درجات حرية معينة ومستوى معنوية محدد (5% أو 1%)، حيث درجات الحرية تساوي حجم العينة – عدد المعلمات المقدرة.

3. يتم مقارنة قيمة t المحسوبة بالقيمة الجدولية من إجراء اختبار المعنوية للمعلمات المقدرة حيث يتم استخدام فرض العدم والفرض البديل الخاصين بمعلمات المجتمع، ويتعين أن يتم التفريق بين اختبار من الطرف الواحد واختبار الطرفين وسيتم توضيح ذلك بالتفصيل بالفصل اللاحق.

تطبيق (4)

مصنع لإنتاج النضائد الجافة وضع مقترحاً على أساس أن متوسط عمل نضيدة دون أعطال هو (200) ساعة، ولاختبار هذا المقترح تم اختيار (25) نضيدة شهرياً. فحصل على وسط حسابي قدره (218) ساعة وبانحراف معياري (40) ساعة وإذا كان العمر الزمني لعمل النضائد موزع توزيعاً طبيعياً، فهل تؤيد اقتراح المصنع؟

الحل

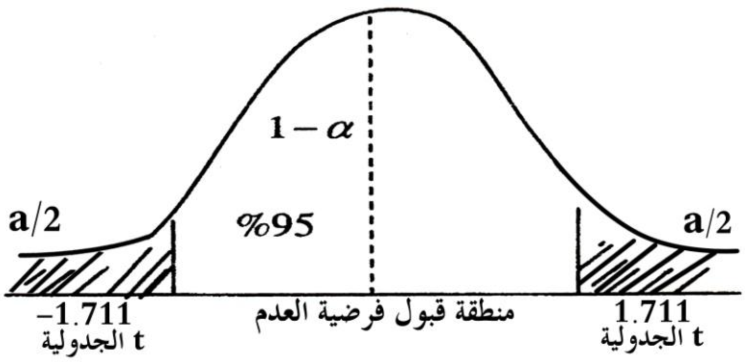
$$\therefore \mu = 200\,,\quad S = 40\,,\ \overline{X} = 218$$
$$n = 25 \Rightarrow$$
$$\therefore n < 30$$

إذن الاختبار المقترح للاستخدام هو اختبار t لأن حجم العينة أقل من 30 مشاهدة.

$$\therefore t = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{218 - 200}{40/\sqrt{25}} = \frac{18}{\frac{40}{5}} = \frac{18}{8} = 2.25$$

وهي قيمة t المحسوبة:

وباستخدام $\sigma = 0.05$ ودرجات حرية قدرها n −1=25−1=24، فإن t الجدولية تساوي (1.711) و (1.711−) لاحظ الشكل أدناه:



شكل (8)

وعليه طالما أن (t) المحسوبة أكبر الجدولية، أي أنها تقع في منطقة الرفض لفرضية العدم وعليه لا يتم تأييد اقتراح المصنع القائل بأن العمر الزمني للنضيدة سيكون 200 ساعة؛ لأن عمر النضيدة سيكون أكثر من 200 ساعة.

6. 12 توزيع كاي تربيع أو مربع كاي[1] Chi-Square (χ^2) Distribution

هو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة المهمة، حيث كان العالم كارل بيرسون أو من وصفه سنة 1955، وهو يُستخدم في اختبار الفرضيات وله تطبيقات واسعة، ويمكن تعريفه بأنه إذا كان

$$X=N(\mu\text{،}\sigma)$$

فإن

$$Z_i^2\left[\frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\right]S$$

لها توزيع كاي تربيع أو مربع كاي بدرجة حرية واحدة وأن $\sum_{i=1}^{n} Z_i^2$ لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية n إذا كان

$$X_1\text{،}X_2\text{، …،}X_n$$

تمثل عينة عشوائية، ويمكن تلخيص وصف عائلة χ^2 بالخطوات التالية[2]:

1- أنه توزيع مستمر (Continuous).

[1] الكلمة كاي (Chi) هي النطق الإغريقي للحرف X.

[2] شلال حبيب الجبوري، الإحصاء التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 170.

2- مداه محصور بين صفر وما لا نهاية.

3- غير متماثل.

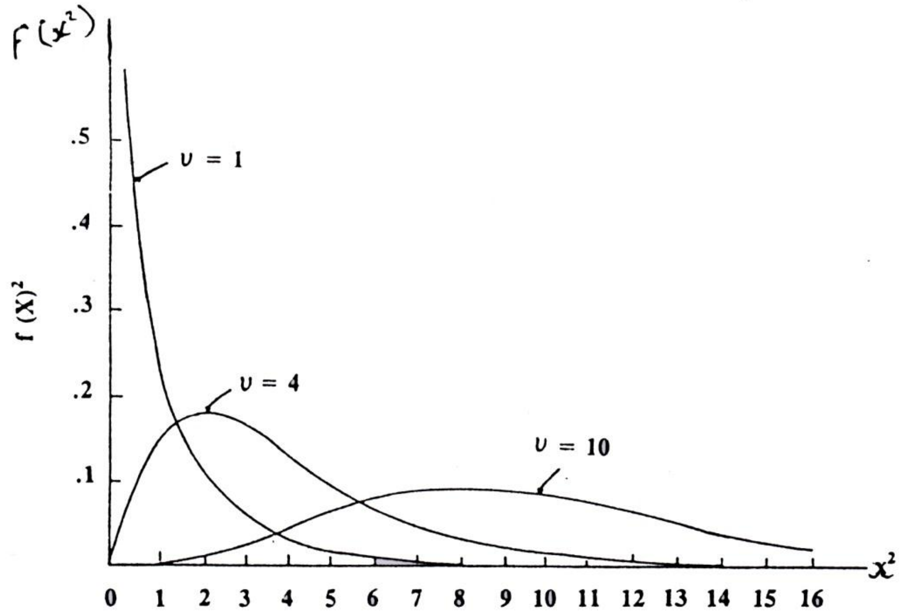
4- يمكن أن يشار له بمعلمة واحدة هي درجات الحرية.

5- الوسط لهذا التوزيع مساوٍ إلى درجات الحرية.

6- التباين لهذا التوزيع مساوٍ إلى ضعف درجات الحرية.

7- التوزيع يقترب من التوزيع الطبيعي عندما تقترب n من ما لا نهاية.

وفي الشكل (9) يمكن تصوّر سلوك التوزيع الاحتمالي لمربع كاي.



شكل (**9**) يوضح توزيع كاي تربيع (χ^2) بدرجات حرية (**V**) **1** و **4** و**10**

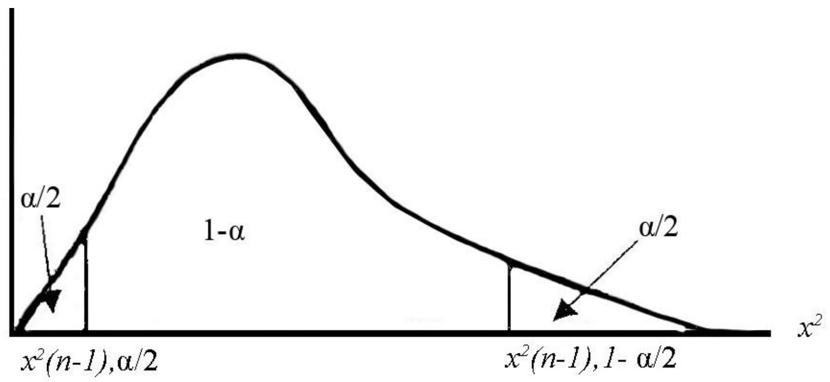
أي أنه يمكن تعريف χ^2 بأنه إذا كان (S^2) هو تباين عينة عشوائية ذات حجم n مسحوبة من مجتمع طبيعي له تباين σ^2 فإن صيغة مربع اختيار χ^2 هي:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

وعليه فإن اختبار χ^2 هو عبارة عن نسبة:

$$\frac{\text{تباين العينة}}{\text{تباين المجتمع}}$$

فإذا تم سحب عينة حجمها (n) عدة مرات من مجتمع له توزيع طبيعي بوسط حسابي μ وتباين σ^2 وتم حساب تباين العينة S^2 في كل حالة فإن المتغير العشوائي سيأخذ صيغ χ^2 المذكورة أعلاه والتي لها توزيع يسمى بتوزيع مربع كاي وهو متغير موجب دائماً نطاقه 0،α أي أنه غير معروف، من الجانب السالب، وله جدول مشابه لجدول توزيع (t) لكنه توزيع متصل غير متماثل يأخذ الشكل (10) التالي.



شكل (10) يوضح توزيع مربع كاي وحدود الثقة له

أ- استعمالات توزيع كاي تربيع[1]

إن لتوزيع كاي تربيع استعمالات وتطبيقات متعددة وهي على التوالي:

1- تقدير فترة ثقة لتباين المجتمع σ^2.

2- اختبار تساوي التباين لمجتمعين.

3- اختبار عدد من النسب (اثنين أو أكثر).

4- اختبار حسن الموافقة (جودة المطابقة)

Test of Goodness of Fit.

5- اختبار الاستقلال (أو الاقتران)

Test of Independence (or Association).

6- اختبار تجانس توزيع الظاهرة Test of Homogeneity.

1 – فترة ثقة لتباين المجتمع σ^2 :

لقد سبق وأن ذُكر بأنه إذا كانت X_i لها توزيع طبيعي $X_i \sim N(\mu,\sigma)$ فإن

$Z_i^2 = (X_i - \mu)^2$ لها توزيع χ^2 بدرجة حرية واحدة

وإذا كانت X_1، X_2، X_n ... هي عينة عشوائية من المجتمع الطبيعي هذا فإن

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$$

[1] علي أبو القاسم، أساليب الإحصاء التطبيقي، دار الشباب للنشر والترجمة والتوزيع، نيقوسيا، قبرص، 1987، ص 146.

لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية n.

وكذا الحال فإن

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \overline{X})^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)\ S}{\sigma^2}$$

لها توزيع مربع كاي بدرجات حرية n-1.

من ناحية أخرى لو أُريد إيجاد فترة ثقة بثقة مقدراها $1-\alpha$ فإنه يتم استعمال المعادلة الاحتمالية التالية:

$$P\left[\chi^2_{1-\alpha/2} \le \chi^2 \le \chi^2_{\alpha/2}\right] = 1-\alpha$$

و

$$\chi^2_{\alpha/2}$$

و

$$\chi^2_{1-\alpha/2}$$

هي قيم توزيع مربع كاي عند درجات حرية n-1 بحيث تكون المساحة إلى يمين مثل $\chi^2_{\alpha/2}$ وإلى شمال $\chi^2_{1-\alpha/2}$، وعليه تكون المساحة المحصورة بينهما هي $1\text{-}\alpha$ وذلك كما هو مبين بالشكل (10). أي القيمة المعيارية Standard تقع بين حدي المتباينة التالية:

$$\chi^2_{1-\alpha/2} \le \chi^2 \le \chi^2_{1-\alpha/2}$$

ولهذه المتباينة يتم إجراء ما يلي:

أ- تُستبدل قيمة (X^2) بما تساويه من قيمة معيارية فينتج؛

$$\chi^2_{1-\alpha/2} \le \frac{S^2(n-1)}{\sigma^2} \le \chi^2_{1-\alpha/2}$$

ب- تُقسم حدود المتباينة الثلاثة على المقدار $S^2(n-1)$ فينتج:

$$\frac{\chi^2_{1-\alpha/2}}{S^2(n-1)} \le \frac{1}{\sigma^2} \le \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}}{S^2(n-1)}$$

جـ- يؤخذ مقلوب المتباينة فينتج:

$$\frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \ge \sigma^2 \ge \frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

يُلاحظ أن أخذ مقلوب المتباينة يغير من اتجاهها كما هو موضح بهذه الخطوة.

(د) يتم إعادة ترتيب المتباينة على الشكل النهائي لفترة الثقة كما يلي:

$$\frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \ge \sigma^2 \ge \frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

وقيم $\chi^2_{\alpha/2}$ و $\chi^2_{1-\alpha/2}$ يتحصل عليها من جدول توزيع مربع كاي (جدول 3 بالملحق A). والقيمة الأولى تقابل قيمة كبيرة والقيمة الثانية تقابل قيمة صغيرة مما يحدد حدي الثقة الأدنى والأعلى المطلوبين.

تطبيق (5)

القيم التالية تمثل أوزان 10 علب من معلبات الفاكهة بالجرام من إنتاج شركة معينة لتعليب الفواكه[1]:

16.0 و 15.2 و 16.9 و 15.8 و 15.9 و 16.1 و 17.0 و 15.8 و 16.1 و 16.4

أوجد 95% فترة ثقة لتباين جميع العلب المنتجة من هذا المصنع.

الحل

حساب تباين العينة

$$\sum_{i=1}^{10} Y_i = 16.4 + 16.1 + ... + 16.0 = 161.2$$

$$\sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = (16.4)^2 + (16.1)^2 + ... + (16.0)^2 = 2601.12$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{2601.12 - \frac{(161.2)^2}{10}}{10-1} = 0.286$$

---

[1] هذا التطبيق مقتبس من:

سعد اللافى مؤمن، الإحصاء الإستنتاجي، الجزء الأول، الطبعة الثانية، بنغازي، ليبيا، 2007، ص ص 87-88.

وللحصول على 95% فترة ثقة تكون ($\alpha=0.05$)

ومن جدول توزيع مربع كاي عند d.f = 9 تكون قيمتيه هما:

$$\chi^2_{0.025} = 19.023 \qquad \chi^2_{0.975} = 2.700$$

وباستعمال المعادلة الآتية:

$$\frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le \frac{S^2(n-1)}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

$$\therefore \frac{(9)(0.286)}{19.023} \le \sigma^2 \le \frac{(9)(0.286)}{2.700}$$

$$0.135 \le \sigma^2 \le 0.923$$

أو أن احتمال أن التباين الحقيقي لهذا النوع من العلب المنتج في ذلك المصنع (σ^2) يقع بين حدود الفترة 0.135 و 0.923 هو 0.95.

تطبيق (6)

تنتج إحدى شركات الإطارات أنواعاً من إطارات السيارات الصغيرة لقياس المسافة التي تقطعها هذه الإطارات. أخذت عينة حجمها 25 إطاراً وكان متوسط المسافة التي يقطعها والانحراف المعياري للمسافة كما يلي:

S = 2200 كيلومتر

$\overline{X}$ = 50 كيلومتر

أوجد فترة ثقة بثقة مقدراها 90% لتباين المسافة التي تقطعها هذه الإطارات.

الحل

حيث أن S = 2200 فإن S^2 = 4840000 وعليه فإن فترة الثقة للتباين σ^2 تساوي:

$$P\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[\frac{(25-1)4840000}{36.415} \le \sigma^2 \le \frac{(25.1)4840000}{13.848}\right] = 0.90$$

حيث أن قيمتي χ^2 هي:

$$\chi^2_{0.95}(24) = 13.848$$

$$\chi^2_{0.05}(24) = 36.415$$

$$\therefore \quad P[3189894.3 \le \sigma^2 \le 8388214.9] = 0.90$$

أي أن حدود الثقة للتباين هي 3189894.3 و 8388214.9 على التوالي ومن ثم تكون قيم σ ما بين 1786.03 و 2896.24.

تطبيق (7)

مصنع لإنتاج آلات كهربائية وضع ضماناً للمتوسط الزمني لعمر الآلة مقداره (3) سنوات بانحراف معياري لمدة سنة واحدة (σ^2). تم اختبار (5) آلات فكان متوسط العمر الزمني لهذه الصيغة كالآتي:1.9، 2.4، 3.0، 3.5، 4.2 سنوات.

هل ترى أن هذا المصنع يحقق في وضع الانحراف المعياري للعمر الزمني لهذه الآلات سنة واحدة؟ إذا كان العمر الزمني لهذه الآلات موزع توزيعاً طبيعياً؟

الحل

إيجاد المتوسط الحسابي والتباين للعينة كالآتي:

$$\overline{X} = \frac{1.9+2.4+3.0+3.5+4.2}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

ثم إيجاد تباين العينة كالتالي:

$$\bar{S} = \frac{(1.9-3)^2 + (2.4-3)^2 + (3-3)^2 + (3.5-3)^2}{n-1=4} = 0.815$$

ثم إيجاد قيمة χ^2 بتطبيق الصيغة الخاصة به وكالآتي:

$$x^2 = \frac{(n-1)-S^2}{\sigma^2} = \frac{(5-1)(0.812)}{1} = 3.26$$

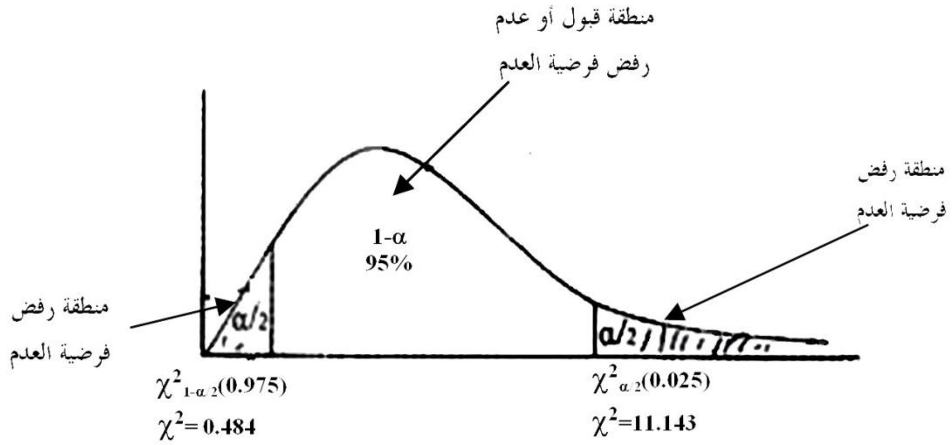
وحيث أن قيمتى $\chi^2_{-0.025}$ ، $\chi^2_{-0.975}$ وبدرجة حرية 4.

ومن جدول توزيع χ^2 فإن قيمة χ^2 الجدولية هي:

(11.143) و (0.485)

وعليه فإن قيمة χ^2 المحسوبة وقعت ضمن نطاق القبول، لذلك فإنه يمكن القول إن المصنع حقق فعلاً من افتراض الانحراف المعياري للعمر الزمني لهذه الآلات سنة واحدة $(1-\sigma)$.

لاحظ الشكل الآتي:



شكل (11)

2- اختبار عدد من النسب[1]

في بعض الأحيان قد يكون لدى الدارس والباحث فكرة عن التوزيع النسبي داخل المجتمع لظواهر معينة مثال ذلك توقع أن يكون عدد الذكور مثل عدد الإناث في مجتمع عادي وعليه فإنه إذا تم أخذ عينة عشوائية حجمها n من الأفراد حيث يتوقع أن يكون عدد الإناث $\frac{n}{2}$ وعدد الذكور $\frac{n}{2}$ ولكن ليست بالضرورة أن تكون النتيجة مطابقة تماماً لهذا التوقع ويبقى السؤال هو هل هذا الاختلاف بين ما هو متوقع وما هو واقع اختلاف معنوي أم أنه مجرد اختلاف سببه التغير العشوائي الذي يصطحب أي عينة عشوائية؟.

الإجابة على مثل هذا السؤال يوفرها استعمال أسلوب اختبار الفرضيات والقاعدة يمكن توضيحها كما يلي:

---

[1] علي أبو القاسم، أساليب الإحصاء التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 149- 150.

إذا كان المجتمع ينقسم إلى مجموعتين نسبة المجموعة الأولى P ونسبة المجموعة الثانية $P\ q = 1$

– بحيث إنه إذا كان حجم المجتمع = N فإن عدد أفراد المجموعة الأولى =NP وعدد أفراد المجموعة الثانية $Nq = N\ (1-p)$

أما المجموع الكلي(N) فيساوي:

$$.(N = NP + Nq = NP + N\ (1 - P) = NP - NP + N)$$

عند أخذ عينة عشوائية حجمها n من هذا المجتمع يتوقع أن يكون عدد أفراد المجموعة الأولى في هذه العينة $E_1 = np$ وعدد أفراد المجموعة الثانية

$$E_2 = n - np = n\ (1-p) = nq$$

فإذا كان العدد الفعلي لأفراد المجموعة الأولى هو O_1 وعدد أفراد المجموعة الثانية O_2 فإن المجموع التالي:

$$\frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2}$$

له توزيع كاي تربيع بدرجة حرية واحدة، ويمكن أن يُرمز له بـ χ_1 فيكون بذلك:

$$\chi_1^2 = \sum_{i=1}^{2} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

هذه القاعدة هي التي تُعطي الحل لاختبار الفرضيات حول نسب معينة.

وبالتالي يمكن تحديد الآتي:

1- فرضية العدم $H_o : P = P_o$

H_o: النسبة هي P_o

2- فرضية البديل H_A وقد تأخذ إحدى ثلاث صيغ كما يلي:

أ - $H_A : P \neq P_o$

النسبة لا تساوي P_o

ب - $H_A : P < P_o$

النسبة أصغر من P_o

ج- $H_A : P > P_o$

النسبة أكبر من P_o

وطبعاً:

أ - تمثل اختبار ذو طرفين.

ب- اختبار ذو طرف واحد سفلي.

ج- اختبار ذو طرف واحد علوي.

3 - تحديد مستوى المعنوية.

4 - حساب χ_1^2 من قيم العينة.

5 - مقارنة χ_1^2 مع قيمة $\chi_1^2(\propto)$ في الحالات الثلاث.

فإذا كانت $\chi_1^2 \leq \chi_1^2(\propto)$ يتم قبولH_o، أما إذا كانت $\chi_1^2 > \chi_1^2(\propto)$ يتم رفض H_o وقبولH_A.

ملاحظة

إن $\chi_1^2(\propto) = Z_x^2$ حيث $Z \sim N(0، 1)$ أي أن كاي تربيع بدرجة حرية واحدة هي مربع Z.

تطبيق (8)

أثبتت الدراسات في الماضي بأن 65% من السكان يفضلون الملابس التي تصنع محلياً وبعد ذلك أدخلت كثير من التعديلات لتحسين جودة الإنتاج وصار هنالك شعوراً بأن هذه النسبة قد زادت وللتأكد من صحة أو عدم صحة هذا التصور أخذت عينة حجمها 300 شخص واتضح أن 188 يستعملون الملابس المنتجة محلياً.

هل هنالك ما يؤكد تصور المنتجين المحليين؟ (استعمل مستوى معنوية 5%).

الحل

في هذه الحالة القيمة المشاهدة هي:

أ – الذين يستعملون الملابس المحلية $O_1 = 188$.

ب– الذين يستعملون الملابس المستوردة $O_2 = 300 - 177 = 122$.

– إن فرضية العدم $H_o : P = P_o = \%65 = 0.65$

– كما أن فرضية البديل $H_A : P > P_o = 0.65$

– مستوى المعنوية $\propto = \%5 = 0.05$

– إن القيم المتوقعة بناءً على فرضية العدم هي:

أ– $E_1 = np_o = 300 \text{ x } 0.65 = 194$

ب– $E_2 = n - np_o = n\,(1 - p_o) = nq_o = 300 - 195 = 105$

- باستعمال كاي تربيع وبناء على نتائج هذه العينة فإن:

$$\chi_1^2 = \frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2}$$
$$= \frac{(188 - 195)^2}{195} + \frac{(112 - 105)^2}{105}$$

$$= 0.251 + 0.467 = 0.718$$

ولكن من جدول كاي تربيع يلاحظ أن $x_1^2(0.05) = 3.841$

- بما أن

$$x_1^2 = \quad 0.718 \quad < \quad X_1^2(0.05) \quad = \quad 0.841$$

فإنه يتم قبول H_o وأن $P = p_o = 0.65$

وترفض فرضية البديل التي تقول بأن

$.P > p_o = 0.65$

الخلاصة

لا تشير نتائج هذه العينة إلى تحسن في نسبة الذين يستعملون المنتجات المحلية.

تطبيق (9)

في أحد المشاريع لإنتاج الفاكهة، يفرز البرتقال إلى ثلاثة أنواع كبير ومتوسط وصغير، كانت نسب هذه الأنواع عندما كانت الأشجار شابة 2:2:1 ولكن بعد مرور عدد من

السنين انتاب المسؤولين شعور بأن هذه النسب قد تغيرت وللتأكد من ذلك أخذت عينة حجمها 500 برتقالة اختيرت اختياراً عشوائياً. عند الفرز اتضح أن عدد البرتقال الكبير 180 والمتوسط 170 والصغير 150 برتقالة، هل تغيرت النسب أم أنها ظلت كما هي؟.

الحل

خطوات الحل هي نفسها كما في المثال السابق:

1- فرضية العدم H_o هي

$$H_o: P_1:P_2:P_3 = 2:2:1$$

2- فرضية البديل H_A هي

H_1 : تغيرت هذه النسب

3- قيمة المختبر الإحصائي

$$\chi^2_{(3-1)} \frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1} + \frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2} + \frac{(O_3 - E_3)^2}{E_3}$$

حيث:

$$O_1 = 180, O_2 = 170, \ O_3 = 150$$

$$E_1 = np_1 = \frac{500*2}{5} = 200, \ E_2 = np_2 = \frac{500*2}{5} = 200$$

$$E_3 = np_3 = \frac{500*1}{5} = 100$$

في هذه الحالة مجموع النسب = 5 = 1 + 2 + 2

ولذا فإن $P_1 = 2/5$، $P_2 = 2/5$، $P_3 = 1/5$

إذاً قيمة المختبر الإحصائي هي:

$$\chi_2^2 = \frac{(180-200)^2}{200} + \frac{(170-200)^2}{200} + \frac{(150-100)^2}{100}$$

$$= 2 + 4.5 + 25 = 31.5$$

4- القيمة الحجرة لـ $\chi_2^2(\propto)$ إذا كانت $\propto = 0.05$ هي $\chi_2^2(0.05) = 5.991$

5- قيمة كاي تربيع الجدولية أقل من قيمة المختبر الإحصائي:

$$\chi_2^2(0.05) = 5.991 < \chi_2^2 = 31.5$$

الخلاصة

تشير نتائج هذه العينة على أن هذه النسب قد تغيرت ولم تعد كما كانت عليه في السابق، بمراجعة الأرقام يتبين أن أعداد البرتقال الصغيرة (150) قد زادت كثيراً بالنسبة لما هو متوقع (100) بينما قلت أعداد البرتقال الكبير والمتوسط.

3- اختبار جودة المطابقة (التكرارات المشاهدة والنظرية)[1]:

"قد يكون من المهم في كثير من الأحيان أن نقوم بدراسة عدد الحالات التي تتوزع على أقسام أو الأوجه المختلفة لظاهرة ما. كما قد يتم الاعتناء بدراسة كيفية الاستجابة لأساليب مختلفة تكون في مجموعها الظاهرة موضوع الدراسة. فمثلاً عند القيام بدراسة الأنماط المختلفة لسلوك معين لكي تتم دراسة مدى التشابه أو الاختلاف بين طريقة الاستجابة لهذه الأنماط.

في الغالب فإن نتائج التجارب والتي تحصل عليها من العينات لا تتفق تماماً مع النتائج المتوقعة طبقاً لقواعد الاحتمالات فمثلاً الاعتبارات النظرية وطبقاً لنظرية الاحتمالات إذا تم

---

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، الإحصاء التحليلي في العلوم الإدارية والاقتصادية، منشورات مكتبة عين شمس، القاهرة، ج.م.ع، سنة النشر غير مذكورة، ص ص 189- 191.

إجراء تجربة رمي قطعة عملة 100 مرة فإنه يتم الحصول على 50 مرة صورة، 50 كتابة ولكن عملياً من النادر أن يتم الحصول على هذه النتيجة بالضبط.

لإجراء هذا الاختبار الذي يقوم بمقارنة الأعداد أو التكرارات المشاهدة بالأعداد أو التكرارات المتوقعة على أساس افتراض أن الظاهرة موضوع الدراسة لها توزيع نظري. وفرض العدم هنا عدم اختلاف التكرارات المتوقعة والمشاهدة وظهور اختلاف بين التكرارات المتوقعة والمشاهدة يعني أن الفرض لا يتفق مع المشاهدات الأمر الذي يتعين عليه رفض الفرض الأصلي عند مستوى المعنوية الذي يحدده الباحث لنفسه منذ البداية".

تطبيق (10)

الجدول التالي يوضح نتيجة رمي زهرة نرد 120 مرة، حيث تم تسجيل عدد مرات ظهور كل رقم من الأرقام 1-6 والمطلوب تقديرها إذا كانت زهرة النرد (الطاولة) متزنة (غير متحيزة) عند مستوى 5%.

الوجه	1	2	3	4	5	6
التكرار	25	17	15	23	20	16

الحل

الأوجه الستة لزهرة النرد تمثل 6 أحداث متنافية واحتمال ظهور أي وجه منها متساوي وتساوى $\frac{1}{6}$ وعلى ذلك وطبقاً لنظرية الاحتمالات فإنه يتم الحصول على 20 مرة لكل وجه يمثل التكرار المتوقع لكل وجه من الأوجه الستة $(120*\frac{1}{6})$ ويتم تكوين الجدول التالي:

الوجه	1	2	3	4	5	6
التكرار المشاهد	25	17	15	23	24	16
التكرار المتوقع	20	20	20	20	20	20

وبالتالي فإن قيمة مربع χ^2 تساوي:

$$\chi^2 = \frac{(25-20)^2}{20} + \frac{(17-20)^2}{20} + \frac{(15-20)^2}{20} + \frac{(23-20)^2}{20} + \frac{(24-20)^2}{20} + \frac{(16-20)^2}{20}$$

$$= \frac{25+9+25+9+16+16}{20} = \frac{100}{20} = 5$$

حيث أن عدد أوجه الزهرة هي 6، فإن درجة الحرية في هذه الحالة (التوزيع χ^2) تساوي 6-1=5.

وبالتالي من الجدول بالملحق يلاحظ أن قيمة χ^2 الجدولية 0.95) = 11.1،(5

لذلك فإن χ^2 الجدولية أكبر من χ^2 المحسوبة، وعليه فإنه يتم قبول (عدم رفض) فرض العدم القائل بأن زهرة النرد غير متحيزة عند مستوى معنوية 5%.

تطبيق (11)

في بحث شمل 320 أسرة بكل منها 5 أطفال وجد أن توزيع الأسرة حسب نوع وعددهم يمثلهم الجدول التالي:

المجموع	ذكور	0	ذكور	1	ذكور	2	ذكور	3	ذكور	4	ذكور	5	عدد الأطفال
	إناث	5	إناث	4	إناث	3	إناث	2	إناث	1	إناث	0	
320	8		40		88		110		56		18		عددالأسر

فهل يمكن القول بأن بيانات هذا البحث تتفق مع الفرض القائل بأن ميلاد الذكور والإناث متساويين في الاحتمال عند مستوى 5% ومستوى 1%.

الحل

حيث أن ظاهرة المواليد تحتوى على حادثين متنافيين فإن معنى ذلك أن احتمال ولادة طفل ذكر = احتمال ولادة طفلة أنثى = 0.5.

والتوزيع الاحتمالي هنا هو توزيع ذي الحدين حيث P = 0.5. فإذا تم افتراض أن P احتمال ولادة طفل ذكر = 0.5، وأن احتمال ولادة طفل أنثى 2 = 0.5. فبالتالي تكون الحوادث الشاملة هي(0، 1، 3، 4، 5 ولد).

1- $P(x=5,0)=(\frac{1}{2})^5=\frac{1}{32}=0.03125$

2- $P(x=4,1)=5(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})=\frac{5}{32}=0.15625$

3- $P(x=3,2)=10(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^2=\frac{10}{32}=0.3125$

4- $P(x=2,3)=10(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^3=\frac{10}{32}=0.3125$

5- $P(x=1,4)=5(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})^4=\frac{5}{32}=0.15625$

6- $P(x=0,5)=(\frac{1}{2})^5=\frac{1}{32}=0.03125$

حيث أن العدد الكلي للسر هو 320 أسرة، فإن العدد المتوقع من الأسر في كل قسم من الأقسام هو على الترتيب 0، 50، 100، 50، 10 وعليه يمكن كتابة الجدول التالي:

عدد الأطفال	5 ذكور، 0 إناث	4 ذكور، 1 إناث	3 ذكور، 2 إناث	2 ذكور، 3 إناث	1 ذكور، 4 إناث	0 ذكور، 5 إناث	المجموع
عدد الأسر المشاهد	18	56	110	88	40	8	320
عدد الأسر المتوقع	10	50	100	100	50	10	320

(حيث عدد الأسر المتوقع = احتمال حدوث الحدث * إجمالي عدد الأسر على سبيل المثال عدد الأسر المتوقع للحدث الأول 0.0312 * 320 = 10، وهكذا تم حساب باقي أعداد الأسر المتوقع).

وعليه فإن قيمة χ^2 تساوي:

$$\chi^2 = \frac{(18-10)^2}{10} + \frac{(56-50)^2}{50} + \frac{(110-100)^2}{100} + \frac{(88-100)^2}{100} +$$

$$\frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(8-10)^2}{10} = \frac{64}{10} + \frac{36}{50} + \frac{100}{100} + \frac{144}{100} + \frac{100}{50} + \frac{4}{10} =$$

$$= \frac{649+729+100+144+200+40}{100} = \frac{1196}{100} = 11.96$$

ومن جدول توزيع χ^2 يلاحظ أن درجات الحرية 6-1=5 عند مستوى 0.5 تساوي 11.1 وحيث أن أقل من χ^2 المحسوبة (11.96) وبهذا يتم رفض فرض التساوي.

أما عن قيمة χ^2 الجدولية عند مستوى 1% ودرجات حرية 5 فتساوي 15.1 وهي في هذه الحالة أكبر من χ^2 المحسوبة (11.96) وبالتالي لا يتم رفض فرض التساوي.

أذا ما هي الكيفية التي يتم بها اختبار إن كان التوزيع المشاهد مطابقاً لأي من التوزيعات الاحتمالية أم لا؟ خصوصاً في حالة العينات الصغيرة حيث يتطلب الموقف التأكد من صحة التوزيع أولاً قبل استعماله؟ فمثلاً في حالة العينات الكبيرة ($n>30$)، فإن X لها توزيع طبيعي وعليه يمكن استعمال التوزيع الطبيعي في حالة معرفة الانحراف المعياري أو استعمال توزيع t في حالة تقديره، ولكن في حالة العينات الصغيرة يتطلب الوضع التأكد أولاً من أن Xلها توزيع طبيعي قبل استعمال التوزيع الطبيعي أو توزيع t. وهنا أيضاً يأتي المخرج باستعمال توزيع كاي تربيع وذلك برصد التوزيع التكراري للعينة ومقارنته بالتوزيع المفترض فإن كانا متطابقين أو متقاربين دل ذلك على أن الافتراض صحيح وإن لم يتطابقا أو يتقاربا من بعضهما البعض دل ذلك على أن توزيع البيانات يختلف عن ما هو مفترض والطريقة المتبعة هي:

- أولاً: تقدير معالم التوزيع المفترض من قيم العينة.
- ثانياً: مقارنة التكرارات التي تظهر في العينة (O_i) مع التكرارات المتوقعة (E_i) بناء على التوزيع المفترض وذلك بحساب قيمة كاي تربيع للعينة.

ثم مقارنة قيمة χ^2 أعلاه مع χ^2 الجدولية عند مستوى معنوية محدد. فإذا قلّت القيمة المحسوبة عن القيمة الجدولية فإن ذلك يدل على حسن الموافقة وإلا فإن التوزيع غير صحيح بناءً على نتائج تلك العينة.

تطبيق[1] (12)

أخذت عينة حجمها $n = 500$ من مجتمع يعتقد بأن له توزيع طبيعي وقد رصدت نتائج العينة في الجدول التكراري التالي:

منتصف الفئة X_i	10	12	14	16	18	20	22	24
التكرار F_i	3	18	85	203	133	53	4	1

باستعمال اختبار كاي تربيع حدد ما إذا كان التوزيع طبيعياً مستعملاً مستوى معنوية 5%.

الحل

أولاً: تُقدر قيم الوسط الحسابي والانحراف المعياري.

ثانياً: تُحسب القيم المعيارية Z المقابلة لقيم X المشاهدة.

ثالثاً: حساب المساحات من 0 إلى Z.

رابعاً: حساب المساحة تحت المنحنى الطبيعي المقابلة لكل فئة.

خامساً: حساب التكرارات المتوقعة E_i.

سادساً: حساب كاي تربيع.

سابعاً: مقارنة كاي تربيع المحسوبة في أعلاه مع $\chi^2_{0.05}$.

التي لها درجات حرية تساوي (عدد الفئات – 1 – عدد المعالم التي يتم تقديرها) وهكذا فإن خطوات الحل أعلاه تقود إلى الآتي:

أولاً:

[1] هذا التطبيق مقتبس من علي أبو القاسم، أساليب الإحصاء التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ص 157- 159.

$$\overline{X} = \frac{\sum F_i x_i}{n} = \frac{8250}{500} = 16.5$$

$$S^2 = \frac{\sum F_i x_i^2 - (\sum F_i x_i)^2 / 500}{499}$$

$$= \frac{13824 - 8250x16.5}{499}$$

$$= \frac{2199}{499} = 4.4$$

$$\overline{X} = 16.5 \qquad S = 2.1$$

<table>
<tr><th>(6) التكرار المشاهد
F_i</th><th colspan="2">(5) التكرار المتوقع $e_i=500A_i$</th><th>(4) المساحة داخل الفئة
Ai</th><th>(3) المساحة من O إلى
Z</th><th>(2) حد الفئة Z
$Z_i = \frac{X-16.5}{2.1}$</th><th>(1) حد الفئة X</th></tr>
<tr><td>21</td><td colspan="2"></td><td>----</td><td>0.5000</td><td>$-\infty$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">23.35*</td><td>2.20</td><td>0.0044</td><td>0.4956</td><td>- 2.62</td><td>11</td></tr>
<tr><td>85</td><td>21.55</td><td>0.0431</td><td>0.4525</td><td>- 1.67</td><td>13</td></tr>
<tr><td>203</td><td colspan="2">95.65</td><td>0.1913</td><td>0.2612</td><td>- 0.71</td><td>15</td></tr>
<tr><td>133</td><td colspan="2">178</td><td>0.3560</td><td>0.0948</td><td>0.24</td><td>17</td></tr>
<tr><td>53</td><td colspan="2">144</td><td>0.2882</td><td>0.3830</td><td>1.19</td><td>19</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">50.4</td><td>0.1008</td><td>0.4838</td><td>2.14</td><td>21</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">8.1*</td><td>7.50</td><td>0.0149</td><td>0.4987</td><td>3.10</td><td>23</td></tr>
<tr><td></td><td>0.65</td><td>0.0013</td><td>0.5000</td><td>4.05</td><td>25</td></tr>
</table>

* تم دمج الفئتين الأوليتين وكذلك الفئتين الأخيرتين حتى يصبح التكرار المشاهد أكبر من 5 وهو الحد الأدنى المقبول عملياً عند تكوين جدول تكراري.

سادساً:

$$\chi^2_{(6-1-1)} = \frac{\sum (F_i - e_i)^2}{e_i}$$

لاحظ أن درجات الحرية هنا أربع وذلك لأنه تم القيام بتقدير الوسط الحسابي للحصول على قيمة تقديرية له وللانحراف المعياري كما أن عدد الفئات هو ست.

$$X_4^2 = \frac{(21-23.75)^2}{23.75} + \frac{(85-95.65)^2}{95.65} + \frac{(203-178)^2}{178}$$

$$+ \frac{(133-144)^2}{144} + \frac{(53-50.4)^2}{59.4} + \frac{(5-8.1)^2}{8.1}$$

سابعاً:

$$= \frac{7.5625}{23.75} + \frac{113.4225}{95.65} + \frac{625}{178} + \frac{121}{144} + \frac{6.75}{50.4} + \frac{9.61}{8.1}$$

$$\chi_4^2 = 7.3098$$

قيمة $\chi_4^2(0.05) = 9.488, \quad \chi_4^2(0.95) = 0.711$

بما أن قيمة χ_4^2 من العينة تساوي 7.3098 وهي أقل عن X_4^2 **(0.05)9.488** فإنه تُقبل (عدم رفض) الفرضية التي تقول بأن هذا المجتمع مجتمعاً طبيعياً.

ملاحظة

في حالة التطابق الكامل بين التوزيع المفترض والعينة فإن قيمة كاي تربيع هي الصفر وذلك لأن كل قيمة مشاهدة O_i تساوي القيمة المتوقعة E_i وعليه فإن $(O_i - E_i)$ تساوي

صفراً كل الفئات ومن ثم فإن قيمة X^2 تساوي الصفر، ولكن هذا التطابق الكامل يكاد يكون مستحيلاً ولذلك فإن قرب قيمة كاي تربيع المحسوبة من الصفر يثير شكاً كبيراً حول صحة البيانات وربما ساد الاعتقاد إلى أنه ربما حدث بعض التغير بها كي تظهر توافقاً ممتازاً مع المجتمع المفترض.

4- اختبار استقلال (الاقتران) بين متغيرين (ظاهرتين)

في كثير من الدراسات النظرية والتطبيقات العملية يتم التطرق إلى دراسة متغيرين أو أكثر حيث تقود مثل هذه الدراسات للسؤال إن كان هذين المتغيرين قيد الدراسة مستقلان عن بعضهما البعض أم أنهما مقترنان سواءً كان ذلك هذين المتغيرين كميين أو وصفيين، فقد يتم السؤال عن درجات الطالب في مقرري الكيمياء والفيزياء مقترنتين أم مستقلتين، فإذا كان هناك عينة حجمها N من المفردات ومن كل مفردة منها تم أخذ قراءتين كل منهما عن إحدى الظواهر A أو B والمطلوب هو اختبار ما إذا كانت الظاهرتين A، B مستقلتين. وبمعنى آخر هل توزيع الظاهرة A لا يعتمد على طريقة توزيع الظاهرة الأخرى B؟ وهو الفرض العدمي المطلوب تحقيقه عند مستوى المعنوية المعطى.

مثل هذه الحالة تُسمى جداولها بجداول التوفيق، أما إذا كانت الظاهرتين ثنائيتان فإنه في هذه الحالة يُسمى جداول اقتران ويكون المطلوب معرفة مدى الاقتران بين الظاهرتين وفرض العدم هو تحقيق عدم وجود اقتران بينهما. للإجابة على مثل هذه الأسئلة فإنه يتم الاستعانة بتوزيع مربع كاي.

تطبيق (13)[1]

الجدول التالي يُعطي عدد الناجحين وعدد الراسبين في إحدى المقررات الدراسية التي يقوم بتدريسها ثلاثة من الأساتذة هم X، Y، Z.

الأستاذ / النتيجة	X	Y	Z	المجموع
ناجح	50	47	56	153
راسب	5	14	8	27
المجموع	55	61	64	180

والمطلوب اختبار فرض تساوي نسبة النجاح عند كل الأساتذة وبمعنى آخر، هل يمكن القول بأن نسبة النجاح متوافقة عند كل من الأساتذة X، Y، Z؟

الحل

حيث أن عدد الناجحين 153 طالب، فإن نسبة النجاح تساوي $\frac{153}{180} * 100 = 85\%$

ونسبة الرسوب تساوي 15% وعلى ذلك الأساس فإذا تم افتراض أن هذه هي النسبة المتوقعة عند كل من الأساتذة X، Y، Z، فإن التكرارات المتوقعة وكذلك المشاهدة تكون موضحة بالجدول التالي.

[1] هذا التطبيق والتطبيق الذي يليه تم اقتباسهما من رمضان حسن عبد الرحيم، الإحصاء التحليلي في العلوم الإدارية والاقتصادية ، مرجع سبق ذكره، ص ص 200- 205.

النتيجة / الأستاذ		X	Y	Z	المجموع
ناجح	مشاهد	50	47	56	153
	متوقع	= 0.85*55 46.75	= 0.85*61 51.85	= 0.85*64 54.40	153
راسب	مشاهد	5	14	8	27
	متوقع	= 0.15*55 8.25	= 0.15*61 9.15	= 0.15*64 9.60	27

وبالتالي يمكن حساب مربع كاي وكالتالي:

$$\chi^2 = \frac{(50-46.73)^2}{46.75} + \frac{(47-51.83)^2}{51.85} + \frac{(56-54.4)}{34.4}$$

$$+\frac{(5\text{-}8.25)^2}{8.25} + \frac{(14.9.15)^2}{9.15} + \frac{(8-9.6)^2}{9.6} = 4.84$$

أما عن درجات الحرية فهي تساوى (m−1)(n−1) حيث أن m هي عدد الصفوف و n هي عدد الأعمدة ومنها تكون درجات الحرية (d.f)=(3−1)(2−1)=2. ومن جداول توزيع χ^2 عند مستوىd.f=2،5% ، يلاحظ أن قيمتها تساوي 5.99 وهي أكبر من χ^2 المحسوبة وبالتالي فإنه يتم قبول (أي عدم رفض) الفرض العدمي القائل بأنه لا يوجد فرق في نسب النجاح عند كل من الأساتذة X، Y، Z، أي أن نسب النجاح متوافقة عندهم عند مستوى 5%.

أما في حالة إجراء الاختبار عند مستوى معنوية 1%، فإن قيمة χ^2 الجدولية في هذه الحالة وعند نفس مستوى درجات الحرية تساوي 4.61 وهي أصغر من قيمة χ^2 المحسوبة وبالتالي فإنه يتم رفض الفرض العدمي.

تطبيق (14)

مجموعتان A، B تتكونا من 100 شخص مصابين بمرض معين، أعطي مصل للمجموعة A ولم يُعطَ للمجموعة B (المجموعة الضابطة) وبخلاف إعطاء المصل فإن المجموعتين A، B تعاملان معاملة متماثلة. بعد فترة من الزمن وجد أن 75 شخصاً من المجموعة A و 65 شخصاً من المجموعة B قد تم شفائهم. اختبر الفرض القائل بأن المصل يساعد على الشفاء من المرض.

الحل

إذا تم افتراض أن P_1، P_2 تمثلان نسبة الشفاء في المجموعتين على الترتيب، فإن 0.75 $= P_1$ و $P_2 = 0.65$.

وبالتالي فإن نسبة الشفاء في المجتمع ولتكن:

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$\therefore P = \frac{0.65 + 0.75}{2} = 0.7$$

ومنها يمكن تكوين جدول التوافق كالتالي:

البيان		تم شفائهم	لم يتم شفائهم بعد	المجموع
استخدموا المصل	المشاهد	75	25	100
	المتوقع	70	30	
لم يستخدموا المصل	المشاهد	65	35	100
	المتوقع	70	30	
المجموع		140	60	200

حيث أن هناك ظاهرتين ثنائيتين، فإن هذا الجدول يُسمى بجدول اقتران ومنه يمكن حساب قيمة مربع كاي:

$$\chi^2 = \frac{(75-70)^2}{70} + \frac{(65-75)^2}{70} + \frac{(25-30)^2}{30} + \frac{(35-30)^2}{30} = 2.38$$

ودرجات الحرية تساوي (1−2) (1−2) = 1 (درجة واحدة).

من جدول توزيع χ^2 عند مستوى d.f =1،5% تساوي 3.84 وهي أكبر من χ^2 المحسوبة وبالتالي فإن النتائج غير معنوية عند مستوى 5% والمصل غير ذي فعالية عند ذلك المستوى.

في حالة اختبار استقلال ظاهرتين عندما يكون عدد أوجه كل منهما يساوي 2، فمثلاً إذا كانت البيانات مرتبة كما في الجدول التالي[1]:

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص ص 204- 205

المجموع	الظاهرة الثانية		الظاهرة الأولى
	2	1	
a + b	b	a	1
c + d	d	c	2
N	b + d	a + c	المجموع

فإنه يتم استخدام الطريقة المبسطة التالية:

$$\chi^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$$

حيث

$$a + b + c + d = N$$

وباستخدام هذه العلاقة على بيانات المثال (التطبيق) رقم (9) السابق فإن قيمة χ^2 تساوي:

$$\chi^2 = \frac{200(75*35-65*25)^2}{140*60*100*100} = \frac{200}{84} = 2.38$$

وهي نفس قيمة χ^2 التي سبق الحصول عليها عند حل التطبيق بالطريقة العامة.

5- توزيع χ^2 ومعامل الاقتران.

في حالة جداول الاقتران فانه يتم قياس درجة العلاقة بين ظاهرتين ثنائيتين (تقسيمين) والتوافق بين التقسيمين في جداول الاقتران تحدد باستخدام معامل يطلق عليه اسم معامل الاقتران والذي يقاس من العلاقة التالية:

$$r_a = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi + N}}$$

حيث N تساوي العدد الكلي للمفردات في الظاهرتين، يلاحظ أن قيمة r_a تزداد كلما زادت درجة التوافق.

مثال (15)

أوجد معامل الاقتران للبيانات المعطاة في المثال (14)

الحل

من البيانات المعطاة بالمثال (14) يتبين أن N = 200 و χ^2 وتساوي 2.38 ، وبالتالي فان معامل الاقتران يساوي:

$$r_a = \sqrt{\frac{2.38}{2.38+200}} = 0.1084$$

والذي يمكن توضيحه بأن قيمة المعامل قريبة من الصفر مما يدل على ضعف مما يدل على ضعف العلاقة بين المصل والشفاء من المرض.

6- اختبار تجانس توزيع الظاهرة بين عدة مجتمعات[1]

في بعض الأحيان قد يتطلب الأمر دراسة نفس الظاهرة في أكثر من مجتمع ويكون المطلوب تقرير مدى تجانس توزيع الظاهرة في هذه المجتمعات وفي الغالب يكون فرض العدم هو تقرير أن توزيع الظاهرة في المجتمعات تتجانس أو تتبع نفس التوزيع والفرض البديل هو عدم وجود هذا التجانس، لا تختلف طريقة إجراء هذا الاختبار عن الاختبار الخاص

---

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص ص 207- 211.

باستقلال عدة ظواهر من مجتمع واحد اختلافاً كبيراً، ويتم توضيح ذلك من خلال التطبيق التالي:

تطبيق (16)

في ثلاث امتحانات تقدم لها ثلاث مجموعات من الطلاب فكانت إعداد الناجحين والراسبين موضحة في الجدول التالي:

البيان	عدد الناجحين	عدد الراسبين	المجموع
الامتحان الأول	52	23	75
الامتحان الثاني	51	9	60
الامتحان الثالث	57	8	65
المجموع	160	40	200

فهل يمكن القول بأن توزيع ظاهرة النجاح متجانسة في الامتحانات الثلاثة عند مستوى المعنوية 5%.

الحل

إجمالي عدد الطلبة (N) = 200

عدد الناجحين = 160 وعدد الراسبين 40

$\therefore$ نسبة النجاح $= \frac{160}{200} = 0.8$

ونسبة الرسوب $= \frac{40}{200} = 0.2$

بالتالي يمكن تكوين الجدول الآتي الذي يوضح الأعداد المشاهدة والمتوقعة من الناجحين والراسبين.

البيان		ناجحون	راسبون	المجموع
الامتحان الأول	مشاهد	52	23	75
	متوقع	60	15	
الامتحان الثاني	مشاهد	51	9	60
	متوقع	48	12	
الامتحان الثالث	مشاهد	57	8	65
	متوقع	52	13	
المجموع		160	40	200

من بيانات الجدول يمكن حساب مربع كاي:

$$\chi^2 = \frac{(52-60)^2}{60} + \frac{(23-15)^2}{15} + \frac{(51-48)^2}{48} + \frac{(9-12)^2}{12}$$
$$+ \frac{57-52)^2}{52} + \frac{(8-13)^2}{13}$$

$$= \frac{64}{60} + \frac{64}{15} + \frac{9}{48} + \frac{9}{12} + \frac{25}{52} + \frac{25}{13}$$

$$= 1.067 + 4.267 + 0.1885 + 0.75 + 0.481 + 1.923$$

$$= 8.676$$

من جدول χ^2 عند مستوى معنوية 5% وبدرجات حرية $(3-1)(2-1)$ يلاحظ أن قيمتها 5.99 وهي أصغر من قيمة مربع كاي المحسوبة وبالتالي فإنه يتم قبول (عدم رفض) فرض العدم، أي أن توزيع الظاهرة متجانس في الامتحانات الثلاثة عند مستوى 5%.

تطبيق (18)

لدراسة تأثير ثلاثة أنواع من المبيدات على نسبة الإصابة بمرض ما على أشجار التفاح، تم الحصول على النتائج التالية:

رقم المبيد	سليم	مصاب	المجموع
1	11	7	18
2	27	15	42
3	42	18	60
المجموع	80	40	120

المطلوب

هل تختلف المبيدات الثلاثة في فاعليتها؟

الحل

تُحسب القيمة المتوسطة المتوقعة لكل مبيد تبعاً للعلاقة الرياضية التي تم شرحها، حيث يتم الحصول على البيانات التالية:

المبيد	سليم	مصاب	المجموع
1- المشاهد	11	7	18
المتوقع	$12 = \frac{80 * 28}{120}$	$6 = \frac{40 * 18}{120}$	
2- المشاهد	27	15	42
المتوقع	$28 = \frac{80 * 42}{120}$	$14 = \frac{40 * 42}{120}$	
3- المشاهد	42	18	60
المتوقع	$40 = \frac{80 * 60}{120}$	$20 = \frac{40 * 60}{120}$	
المجموع	80	40	120

أما قيمة χ^2 فتساوي

$$\chi^2 = \frac{\sum (O-E)^2}{O}$$

$$= \frac{(11-12)^2}{12} + \frac{(7-6)^2}{6} + \frac{(27-28)^2}{28} + \frac{(15-14)}{14}$$

$$= \frac{(42-40)^2}{40} + \frac{(18-20)^2}{20} = .66$$

أما درجات الحرية فهي تساوي (عدد الأعمدة −1) (عدد الصفوف−1).

أي $2 = (2\text{-}1)(3\text{-}1)$

بمقارنة قيمة χ^2 المحسوبة بقيمة $\chi^2_{.05}$ لدرجة حرية 2 تساوي 5.99 وحيث أن قيمة χ^2 المحسوبة أقل من $\chi^2_{.05}$ فإنه لا يتم رفض (قبول) الفرضية التي تقول إنه لا فرق في نسبة الإصابة لأي من أنواع المبيدات أو بمعنى آخر لا فرق بين المبيدات في تأثيرها على نسبة الإصابة.

12.7 توزيع F الطبيعي

يعتبر توزيع F من أهم التوزيعات المستخدمة في الدراسات التطبيقية، وكان الإحصائي فيشر أول من استخدمه عام 1920 وسماه توزيع Z ولكن لا يقصد بها التوزيع الطبيعي المعياري، ولكن العالم الإحصائي سنديكور Sendecor هو الذي سمّاه توزيع (F) تكريماً لفيشر، وقد عرفه نظرياً بأنه:

نسبة متغيرين لهما توزيع مربع كاي χ^2، وكل منهما مقسوم على درجة الحرية الخاصة به.

1- فإذا كانت Z_1،Z_2، ...، Z_n عينة عشوائية حجمها n من توزيع طبيعي معياري[1] أي أن $Z_i \sim N(0,1)$ فإن مجموع مربعات هذه القيم لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية n أي أن:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{I=n} Z_i$$.

2- إن شكل المنحنى الاحتمالي يعتمد اعتماداً كلياً على درجات الحرية وسنوضح ذلك في الفصل التالي.

3- عندما تكبر قيمة n تؤخذ قيمة $Z = \sqrt{2\chi_n^2} - \sqrt{2_n - 1}$ وتستعمل جداول التوزيع الطبيعي.

4- بما أن قيم كاي تربيع هي عبارة عن مجموع مربعات Z_i فهي موجبة دائماً.

5- للحصول على القيم الاحتمالية لتوزيع كاي يمكن استعمال جداول هذا التوزيع (أنظر الملحق) كما هو الحال بالنسبة لتوزيع t.

6- إذا كانت القيمة χ_1^2 لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية n_1 وكانت القيمة χ_2^2 لها توزيع كاي تربيع أيضاً بدرجات حرية n_2 فإن نسبة χ_1^2 / n_1 إلى χ^2_{2/n_2} لها توزيع F- Distribution بدرجات حرية n_1 و n_2 أي أن:

$$F_{n_1,n_2} = \frac{\chi_1^2 / n_1}{\chi_2^2 / n_2}$$

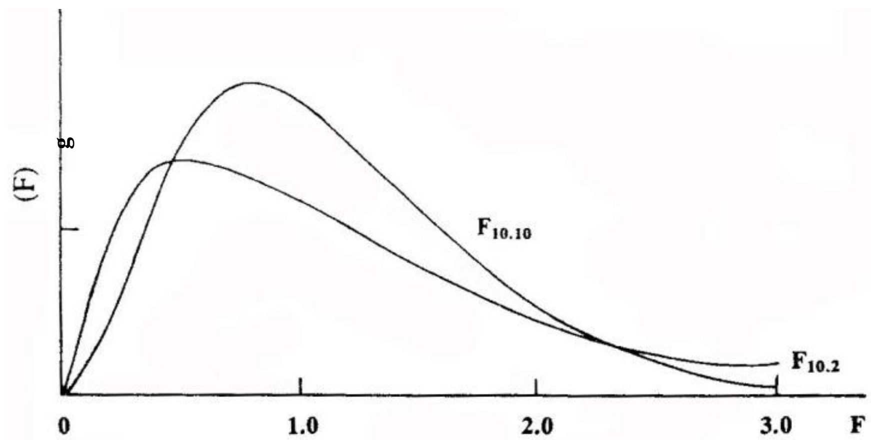
[1] علي أبو القاسم، أساليب الإحصاء الاقتصادي ، مرجع سبق ذكره، ص ص 119- 121.

بمعنى إذا كان هناك عينتان مستقلتان حجمهما n_1، n_2 مأخوذتان من مجتمعين يتوزعان توزيعاً طبيعياً متوسطهماμ_1 و μ_2 وتباينهما σ_1^2 و σ_2^2 وكان تباين العينتان S_1^2 و S_2^2، فإن الكمية: $\frac{(S_1^2/\sigma_1^2)}{(S_2^2/\sigma_2^2)}$ تعرف بتوزيع F.

أي أن صيغة F تأخذ الشكل التالي:

$$\therefore F = \frac{\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}} = \frac{S_1^2}{\sigma_1^2} * \frac{\sigma_2^2}{S_2^2} = \frac{S_1^2 * \sigma_2^2}{S_2^2 * \sigma_1^2}$$

ولتوزيع F درجتي حرية هما: درجة حرية البسط $V_1 = (n_1-1)$ ودرجة حرية المقام $V_2 = (n_2-1)$ وأن شكل منحنى توزيع F يكون كالآتي:



شكل (12) توزيع F

يعتبر توزيع F الاحتمالي من أهم التوزيعات الإحصائية خصوصاً في المجالات التطبيقية، ومن أهم خصائصه ما يلي:

1- كما تم توضيحه في النقطة (6) من خصائص توزيع كاي تربيع فإن نسبة كاي تربيع χ_1^2 مقسوماً على درجات حريته n_1 إلى كاي تربيع ثاني χ_2^2 مقسوماً على درجات حريته n_2 تعطي توزيع F بدرجات حرية n_1 و n_2 على التوالي.

2- من النقطة في (1) يتضح أن توزيع F يعتمد على نوعين من درجات الحرية وهي درجات حرية البسط ودرجات حرية المقام.

وتوزيع F مشابه لتوزيع مربع كاي في كونه ذي التواء موجب إلى اليمين ودرجة الالتواء تعتمد كلية على درجات حرية كل من البسط والمقام.

فهو إذن توزيع متصل غير متماثل معرف من الجزء الموجب α،0 ويتميز جدول توزيع F عن كل جدولي t و X^2 بأن له درجتي حرية $(V_1=n_1-1)$ و$(V_2=n_2-1)$، حيث قد خصص العمود الأول لدرجة الحرية الأولى (V_1) والعمود الأفقي لدرجة الحرية الثانية (V_2) أما مستوى المعنوية للاختبار فهناك جدول لكل مستوى معنوية والمتعارف عليه عادة هو مستوى معنوية 5% أو 1%.

من استخدامات توزيع F ما يلي:

1- تقدير فترة الثقة واختبار الفرضيات المتعلقة بتباين / مجتمعين σ_1^2/σ_2^2.

2- اختبار مدى الاختلاف بين عدة متوسطات لمجتمعات مستقلة وكذلك في مسائل تحليل جداول التباين ANOVA (لاحظ الفصل السادس والفصل السابع)، وأن منحنى توزيع F

منحنى موجب، أي لا يمكن أن تكون قيمة التوزيع سالبة، وأيضاً فإنه لتوزيع F معلمتين هما (V_1) و (V_2).

تطبيق (18)

من واقع إنتاج أحد أنواع القمح في 15 مزرعة من مزارع منطقة الجبل الأخضر بليبيا وجد أن التباين لها مساوياً 16. ومن واقع 13 مزرعة أخرى بنفس المنطقة ولنفس النوع من القمح وجد أن التباين يساوي 24. فهل يمكن القول تباين الإنتاج مختلفين عند مستوى معنوية 5%.

الحل

الفرض الهرمي (H_o) لا يوجد اختلاف بين التباينين $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ والفرض البديل (H_a) يوجد اختلاف (فرق) معنوي بين التباينين $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

حيث أن شرط إجراء الاختبار متوفر في البيانات المتاحة، حيث أن إنتاج كل مجموعة من المزارع يعتبر متغير عشوائي له توزيع معتمد وأن العينتان مستقلتان، لذلك يتم حساب قيمة F وكالتالي:

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

تأخذ σ_1^2 التباين الأكبر (24) وعليه فإن $v_1 = n_1 - 1$ وتساوي 13-1 =12.

وتأخذ σ_2^2 التباين الأصغر (16)، وعليه فإنv_2=15-1 =14.

$$F = \frac{24}{16} = 1.5$$

من جدول توزيع F وعند درجة حرية $V_1=12$ (أعمدة) و$V_2=14$ (صفوف)، يلاحظ أن قيمتها المحسوبة تساوي 2.53 عند مستوى معنوية 5%، وحيث أن هذه القيمة أكبر من قيمة F المحسوبة كلية فإنه لا يتم رفض فرضية العدم، ألا أنه لا يوجد فرق معنوي بين تباين الإنتاج عند مستوى المعنوية 5%.

ملحوظة

الاختبار هنا يمكن اعتباره اختبار من طرفين حيث أن $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ تعني $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ أو $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ وعلى ذلك فإن تحديد منطقة القبول (عدم الرفض) والمنطقة الحرجة. فإذا وقعت قيمة F المحسوبة داخل منطقة القبول (عدم الرفض)، فإنه يتم قبول (عدم رفض) فرض العدم. أما إذا وقعت خارج منطقة القبول (عدم الرفض)، أي المنطقة الحرجة، فإنه يتم رفض الفرض العدمي ويتم قبول (عدم رفض) الفرض البديل.

لإيجاد فترة ثقة النسبة بين تباينين، يتم استخدام العلاقة التالية:

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} * \frac{1}{F_{\alpha/2\&v_1v_2}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{S_1^2}{S_2^2} * F_{\alpha/2\&v_2v_1}$$

تطبيق[1] (19)

أعطي امتحان في مدة الرياضيات إلى 25 طالب و 16 طالبة، فكان متوسط درجات الطلبة 82 بانحراف معياري قدره 8 درجات، بينما كان متوسط درجات الطالبات 78 بانحراف

[1] هذا المثال مقتبس من سعد اللافي مؤمن، مرجع سبق ذكره، ص 91.

معياري 7 درجات. أوجد 95% فترة ثقة لـ $\sigma_2^2 \, \& \, \sigma_1^2$ حيث أن القيمتين هما تباين درجات الطلبة ودرجات الطالبات على التوالي الذين أخذوا أو سوف يأخذون نفس الاختبار.

الحل

المعطيات

من جدول (F) بالملحق (A) يتبين أن 95% فترة ثقة $(\alpha = 0.05)$

$$F_{\alpha/2\&24,15} = 2.29 \qquad\qquad F_{\alpha/2\&15,24} = 2.11$$

بتطبيق المعادلة

$$\Pr.\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} * \frac{1}{F_{\alpha/2\&\nu_1\nu_2}} \le \frac{\sigma_1^2}{2_2^2} \le \frac{S_1^2}{S_2^2} * F_{\alpha/2\&\nu_2\nu_1} \right) = 1 - \alpha$$

$$\Pr\left(\frac{64}{49} * \frac{1}{2.29} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{64}{49} * (2.11) \right) = 1 - 0.05$$

$$\Pr\left(0.57 \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le 2.76 \right) = 0.95$$

أو أن احتمال أن النسبة المطلوبة تقع بين حدي فترة الثقة 0.57 &2.76 هو 0.95.

تطبيق (20)

أخذت عينتان من مجتمع واحد، الأولى عددها 15 مفردة وتباينها 17 والثانية عددها 12 مفردة وتباينها 29، فهل يمكن القول بأن تباين العينتين متساويين عند مستوى 1%.

الحل

من البيانات يلاحظ أن $\sigma_1^2=29$ و $V_1=12$ و $\sigma_2^2=17$ و V_2 تساوي 15. وبالتالي يمكن حساب F:

$$F=\frac{29}{17}=1.706$$

∵ درجات الحرية للتباين الأكبر = 11 ودرجات الحرية للتباين الأصغر تساوي 14. إذاً قيمة حدود F الجدولية عند مستوى 1% تساوي:

$$F_{\alpha/2},11,14=2.65$$
$$F_{\alpha/2},14,11=2.72$$

وبالتالي فإن قيمة:

$$0.368=\frac{1}{2.72}$$

أي أن فترة الثقة (منطقة قبول (عدم رفض) الفرض العدمي) هي الفترة (0.368 ، 2.65).

ولما كانت قيمة F المحسوبة من البيانات (1.706) تقع داخل فترة القبول (عدم الرفض) للفرض العدمي، فإنه يتم قبول (عدم رفض) الفرض العدمي ويُقال أن الفرق بين تباين العينتين فرق غير معنوي عند مستوى معنوية 1%.

12.8 التمارين

1- إذا كانت قدرة تحمل صلاحية إطار السيارات تتبع في توزيعها التوزيع الطبيعي بمتوسط (μ=2650) كيلو متر وانحراف معياري قدرة (s=120) كيلو متر أوجد:

أ– احتمال سحب عينة عشوائية من هذه الإطارات تقع مدة صلاحيتها بين (2452 –2650) كيلو متر.

ب– احتمال سحب عينة عشوائية تقع قدرة تحملها بين (2452 -2750) .

ج– احتمال أن يكون قدرة تحمل الإطار تزيد عن 2750 كيلو متر.

د– احتمال أن يكون قدرة تحمل الإطار أقل من 2450 كيلو متر.

2- إذا كان متوسط علامات امتحان مقرر الفيزياء لمجموعة من الطلبة هو 75 درجة بانحراف معياري قدرة 10. أوجد العلامات المعيارية للطلبة الحاصلين على 65 ، 85 ، 79.

3- تم إجراء دراسة في محافظة ما بليبيا لتحديد ما إذا كان متوسط مصروف الأسرة الشهري يختلف عن متوسط المصروف القومي (على مستوى الدولة) الذي يساوي 520 دينار أخذت عينة عشوائية قدرها 100 أسرة من هذه المحافظة، حيث وجد أن متوسط مصروفها وانحرافها المعياري يساوي 560 ، 105.8 على التوالي، هل هذه البيانات تعطي أدلة كافية بان متوسط المصروف الشهري لهذه الأسر يختلف عن القومي عند مستوى معنوية 5%.

4- أظهرت سجلات القبول بإحدى كليات جامعة عمر المختار، أن عدد الطلبة الذين انه متطلبات التخرج في فصل الخريف هو 1250 طالب، فإذا كان المعدل التراكمي يقدر بنحو

70% وبانحراف معياري قدرة حوالي 10% وبافتراض أن الدرجات المتحصل عليها الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي أوجد:

أ- احتمال أن يحصل طالب على 80 % فأكثر .

ب- احتمال أن يحصل الطالب على أقل من 60 % .

جـ- عدد الطلبة الذين تتراوح درجاتهم من 60% - 80 % .

5- في إحدى البلاد توجد ثلاثة أحزاب سياسية أظهرت نتائج الانتخابات الماضية أن نسب الأصوات للأحزاب الثلاثة (ويتم الرمز لها بالحروف أ و ب و ج) كانت 3:2:1 أخذت عينة حجمها 216 شخصاً وسئلوا لمن سيصوتون في الانتخابات المقبلة فكانت إجابتهم 110 للحزب أ و 80 للحزب ب و 26 للحزب ج. هل تغيرت نسب الأصوات أم مازالت كما هي؟.

6- أثبتت الدراسات في الماضي بأن 65 % من السكان يفضلون الملابس التي تصنع محلياً وبعد ذلك أدخلت كثير من التعديلات لتحسين جودة الإنتاج وصار هنالك شعوراً بأن هذه النسبة قد ازدادت وللتأكد من صحة أو عدم صحة هذا التصور أخذت عينة حجمها 300 شخص واتضح أن 188يستعملون الملابس المنتجة محلياً، هل هنالك ما يؤكد تصور المنتجين المحليين ؟ (عند مستوى معنوية 5%).

7- شركة صناعية تفكر في نقل مصنعها من مدينة (أ) إلى مدينة (ب) ومتوسط أجر العامل المدرب في المدينة (أ) هو 10 دينار في اليوم، وقد قرر قسم البحوث بالشركة اختبار الفرضية بأن متوسط أجر العامل في المدينة الجديدة والمدينة التي بها المصنع متساويان مقابل الفرضية

البديلة بأن الأجر في المدينة الجديدة (ب) أقل، وفي عينة مكونة من 100 عامل بالمدينة الجديدة وجد أن متوسط أجرهم اليومي هو 9.800 ديناراً بانحراف معياري قدرة 0.5 دينار ، أختبر الفرضية الإحصائية مستعملاً 5 % من مستوى المعنوية.

8- معروف من سجلات البيع السابقة لمنتوج معين أن30 % من الناس (المجتمع الإحصائي) يقبلون على شراء ذلك المنتوج ولزيادة مقدار بيع ذلك المنتوج تم عمل دعاية إعلانية لترغيب الناس على شراءه، وبعد إتمام الدعاية تم سؤال 1000 شخص عما إذا كانوا يشترون ذلك المنتوج فإذا أجاب 334 شخص بنعم، فهل يعني أن الدعاية الإعلانية كانت مؤثرة في زيادة نسبة البيع؟ وذلك عند مستوى معنوية 5%.

9- أظهرت سجلات مستشفى معين أن 52 رجلاً من عينة مكونة من 1000 رجل مقابل 23 سيدة من عينة مكونة من 1000 سيدة كانوا قد قبلوا في ذلك المستشفى لشكوى القلب، هل هذه البيانات تعطي دلالة كافية على ارتفاع نسبة أمراض القلب في الرجال عنه في السيدات ؟ اختير الفرض عند مستوى معنوية 1% .

10- الجدول التالي يوضح نتيجة رمي زهرة الطاولة 120 مرة، حيث سجل عدد مرات ظهور كل رقم من الأرقام من 1 إلى 6 والمطلوب تقديرها إذا كانت زهرة الطاولة متزنة (غير متحيزة) عند مستوى معنوية 5% .

الوجه	1	2	3	4	5	6
التكرار	25	17	15	23	20	16

11- في بحث شمل 320 أسرة منها 5 أطفال وجد أن توزيع الأسرة حسب نوع الطفل (الجنس) وعددهم موضح بالجدول الآتي:

عدد الذكور والإناث	5 ذكور 1 إناث	3 ذكور 3 إناث	2 ذكور 4 إناث	1 ذكور 4 إناث	صفر ذكور 5 إناث	المجموع
18	56	110	88	40	8	320

فهل يمكن القول بأن بيانات هذا البحث تتفق مع الفرض القائل بأن ميلاد الذكور والإناث متساويين في الاحتمال؟.

الفصل الثالث عشر

13 اختبار الفرضيات

13.1 مفهوم اختبار الفرضيات

13.2 اختبار الطرف الواحد والطرفين

13.3 خطوات اختبار الفرضيات

13.4 تحديد نوع الاختبار

13.5 حالات تطبيقية على اختبار كل من توزيع (Z)

13.6 اختبار الفروق بين المتوسطات والنسب في حالة استقلال العينتين

13.7 معنوية الفرق بين المتوسطين في حالة الظواهر غير المستقلة

13.8 تقدير حجم العينة الأمثل

13.9 أهمية الاختبارات الإحصائية

13.10 التمارين

13 اختبار الفرضيات Test of Hypothesis

في الحياة العملية تصادف البحاث العديد من المشاكل، حيث يكون المطلوب اتخاذ قرار معين بشأنها وإن هذا القرار وإن كان يخص المجتمع إلا انه يعتمد على بيانات مستمدة من عينة مسحوبة من المجتمع مثل هذه القرارات تسمى قرارات إحصائية. لاتخاذ مثل هذه القرارات الإحصائية يسبقها دائما بعض الفروض (الفروض الإحصائية) والتي تمثل التفسير المبدئي للمشكلة أو الظاهرة محل الدراسة، وهذه الفروض قد تكون صحيحة أو خاطئة. الأسلوب المستعمل للإجابة على مثل هذه الأسئلة (الفروض) هو أسلوب اختبار الفروض (الفرضيات) حيث سيتناول هذا الفصل بالشرح كل هذه المواضيع.

13 مفهوم اختبار الفرضيات (الفروض)

13.1 الأسباب لاختبار الفرضيات ومنطق اختبار الفرضيات

Reasons for hypothesis testing and hypothesis testing logic

"كما تم ذكره سابقاً أن الركنين الأساسيين لعلم الإحصاء هما التقدير الإحصائي واختبار الفرضيات. إن السؤال الذي يتبادر إلى الذهن هنا هو ما هي المبررات وما هو المنطق لاختبار الفرضيات؟ من البديهي أن اعتماد أية صيغة وفي أي مجال من مجالات العلم، لابد أن تكون لها مبررات، والمبررات الأساسية لاختبار الفرضيات هي أنها وسيلة لإثبات أو عدم إثبات ادعاء ظاهرة معينة، مثلاً قد يدعى أحد مصانع البطاريات في الوطن العرب أن نسبة البطاريات غير الصالحة في إنتاجه هي بنسبة واحد بالألف، في هذه الحالة فإن المستهلكين الذين يأخذوا إنتاجهم من هذا المصنع بكميات كبيرة، سوف لا يختبرون كل الكميات

المستلمة، وإنما سوف يقوموا باختبار نسبة منها، أي بمعنى آخر أن هناك فرضية قائمة والمطلوب إثباتها أو عدم إثباتها.

الأمثلة على الفرضيات عديدة ويمكن أخذها من كل جانب من جوانب الحياة، ولكنها جميعها تلتقي في حقيقة أنها تمثل ادعاءات (Claims) عن الظاهرة المعينة بأنها تمتلك صفات معينة وأن هذه الصفات تحتاج إلى تأكيد أو رفض وهذه العملية (التأكيد أو الرفض) هي ما تُسمى باختبار الفرضيات. اختبار الفرضيات بلغة الإحصاء، هي طرق معينة نقرر من خلالها فيما إذا كان أحد مجاميع التوزيعات أكثر معقولية من المجاميع الثانية، والفرضيات الإحصائية هي عبارة عن صيغة تدور حول توزيع المجتمع، وبالتحديد حول معالم المجتمع (Population-Parameters)"[1].

13.1.2 الفرضية الإحصائية (النظرية الفرضية)

Statistical Statement(Hypothesis)

"إن علم الإحصاء الاقتصادي أو الاقتصاد القياسي يعتمدان على البحث العلمي (Scientific Research)، ولا شك بأن الخطوة الأولى في البحث العلمي، هي أن يحدد الباحث مشكلة البحث (Problem-Idea)، الجدير بالذكر، أنه بعد أن يعرف الباحث ماذا يريد أن يبحث فعلاً، عليه حينئذٍ أن يصيغ فروض بحثه (Formulating Testable Hypothesis)، فالباحث يلاحظ ظاهرة (Phenomenon) ما، ومن ثم يتوقع مسببات ونتائج لهذه الظاهرة، لذلك يقال أن فروض البحث (Research Hypothesis)، هي في

---

[1] شلال حبيب الجبوري، الإحصاء التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 209.

الحقيقة توقعات ورهان (Prediction and Betting) وعلى الباحث أن يلتزم بقواعد البحث العلمي، فصياغة فروض البحث هي من قواعد البحث العلمي التي تهدف إلى تقليل الأخطاء (Errors) في البحث، فلو جمع الباحث البيانات (Data) أولاً، ثم حللّها، وبنى عليها نتائجه، دون أن يكون قد بدأ بأسئلة أو فروض بحث محددة (يريد الإجابة عليها)، فحينئذ يقال بأن هذا الباحث قد خرج عن قواعد البحث العلمي"[1].بمعنى أن اختبار الفروض عن خصائص المجتمع مثل (μ وσ) هما جانب أساسي آخر من جوانب الاستدلال والتحليل الإحصائي. وفي اختبار الفروض يتم البدء بعمل فرض ما عن خصية المجتمع غير المعلومة، ثم تؤخذ عينة عشوائية من المجتمع، وعلى أساس الخاصية المناظرة في العينة، أما أن يتم رفض الفرض أو قبوله(عدم رفضه) بدرجة ثقة محددة.

أي أن الفروض الإحصائية بمثابة اقتراحات أولية عن معالم المجتمع موضوع الدراسة و التي ما زالت غير معلومة للباحث و ذلك من خلال الاعتماد على البيانات المستمدة من العينة المسحوبة من المجتمع. فعلى سبيل المثال إذا أريد معرفة تأثير إعلان معين لسلعة ما على سلوك المستهلك فيتم وضع الفرض المبدئي أو الأولي وهو أنه لا يوجد تأثير للإعلان على سلوك المستهلك (أي أن الاختلافات المشاهدة ترجع للصدفة أو إلى أخطاء المعاينة).مثل هذا الفرض يسمى فرض العدم و أي فرض أخر يختلف عنه يسمى بالفرض البديل. وتعرف الطرق الإحصائية التي تستخدم لإقرار قبول أو رفض أي من هذه الفروض باسم اختبارات الفروض.

---

[1] عبد الرزاق شربجي، "الاقتصاد القياسي التطبيقي "، مرجع سبق ذكره، ص ص 71-73

أي أن اختبار الفرضيات تمثل طريقة عامة و شاملة لاتخاذ قرار بقبول أو رفض فرضية ما ، حيث تم ذلك عن طريق سحب عينة من المجتمع والحصول منها على تقدير للثابت الإحصائي المفترض، في غالب الأحوال سيكون هناك فرق بين القيمة المفروضة للثابت الإحصائي وبين قيمته مقدرة عن طريق العينة، فإذا كان الفرق بين القيمتين من الوجهة الإحصائية صغيراً فإنه يتم اعتبار بأن نتائج العينة لا تخالف الفرضية وبالتالي يتم إقرار صحة الفرضية و قبولها (عدم رفضها). أما إذا كان الفرق كبيراً فيتم القول بأن نتائج العينة لا تؤيد الفرضية و أن هناك عدم انسجام بينهما وفي هذه الحالة إذا لم تكن معلومات عن المجتمع الإحصائي سوى تلك التي تم الحصول عليها من العينة تم إقرار عدم صحة الفرضية لمخالفتها للعينة. أما إذا كان هماك علم أو معرفة من مصدر أخر مثلا أن الفرض صحيحاً فانه يتم إقرار بأن العينة متحيزة(غير عشوائية) أو سحبت من مجتمع إحصائي آخر[1].

تجدر الإشارة إلى أن الباحث في بداية الأمر يفترض فرضاً عاماً وواسعاً (General) وإذا كان هذا الفرض جيداً، فباستطاعة الباحث حينئذٍ صياغة فروض البحث والتي يجب أن تتوافر فيها المواصفات التالية[2]:

أ- يجب أن تصاغ فروض البحث في شكل جمل استفهامية.

ب- يجب أن تربط فروض البحث بين متغيرين أو أكثر.

---

[1] أحمد رفيق قاسم وأحمد حلاق ، الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 83

[2] عبد الرزاق شربجي، الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 72.

ج- يجب أن تتضمن فروض البحث على مفهوم ضمني مؤداه إمكانية قياس المتغيرات الاقتصادية وبالتالي إمكانية إجراء اختبارات إحصائية على العلاقات قيد البحث.

د- يجب أن تكون فروض البحث محددة، فعندما تكون التوقعات محددة يصغر احتمال الحصول على نتائج أو فروقات جوهرية في البحث عن طريق الصدقة.

"الجدير بالذكر، أنه يتوجب على الباحث التمييز بين فروض البحث والفروض الإحصائية (Statistical Hypothesis)، ففروض البحث تكون عامةً، ومبنيّة على نظرية علمية، أو مبنية على نتائج بحوث سابقة، أو مبنية على أسس منطقية. ومثل هذه الفروض كما تم ذكره، تتضمن توقعات لنتائج البحث، ويستدل الباحث منها إلى فروض إحصائية، قابلة للاختبار الإحصائي(Testable Hypothesis)، و تُصاغ الفروض الإحصائية لتقييم فروض البحث، علماً أن الفروض الإحصائية، هي تعبير عن واحد أو أكثر من معالم المجتمع الإحصائي، التي سحبت منها العينة، فرض العدم (The Null Hypothesis: H_o)[1] والفرض البديل(The Alternative Hypothesis: H_1)، هما شكلان من الفروض الإحصائية، فعلى سبيل المثال، تقترح النظرية الاقتصادية لعرض سلعةٍ ما، وجود علاقة إيجابية بين العرض والثمن، ونظراً لأن النظرية لم يتحدد فيما إذا كانت العلاقة خطية

---

(1) الفرضية الإحصائية التي يؤمل رفضها تُسمى فرضية أو فرض العدم.

(Linear) أو غير خطية (Nonlinear)، فإنه سيتم افتراض أن العلاقة خطية وبالتالي يمكن صياغة معادلة الانحدار كالآتي[1]:

$$\hat{Y} = b_o + b_1 X$$

تتلخص مشكلة الباحث، في تقدير العلاقة بين العرض والثمن، وفي تقدير قيم المعالم α و β، من خلال المعرفة بمعاملات الانحدار b_o وb_1 التي تم الحصول عليها من بيانات العينة. وهنا يُلاحظ أن الباحث، وقبل جمع البيانات، يتوقع أن تكون قيمة b_o موجبة أو صفراً، حيث تعني القيمة الموجبة للثابت b_o(Intercept) أنه توجد كمية معروضة من السلعة في السوق حتى ولو كان السعر صفراً $X = 0.0$، بمعنى أن الباحث لا يتوقع أن تكون b_o سالبة. ولو حدث أن حصل الباحث على قيمة سالبة، للثابت b_o، فعليه إهمالها لأنها لا تعني شيئاً بالنسبة له. آخذين في الاعتبار، أنه إذا كانت مشكلة البحث تتضمن لتحديد مرونة (Elasticity) العرض، فحينئذٍ تلعب الإشارة السلبية لمعامل الانحدار b_o دوراً هاماً في تحديد المرونة، لأنها عندما تدخل في احتساب المرونة، فإن القيمة السالبة للثابت b_o، تعني أن عرض السلعة مرن، علماً أنه يمكن احتساب المرونة في تحليل الانحدار كالآتي[2]:

$$\text{المرونة} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية}}{\text{التغير النسبي في الثمن}} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}}$$

[1] يُقصد بالخطية أعلاه، أن المعادلة خطية في المعالم α و β، بمعنى أن هذه المعالم مرفوعة إلى القوة الأولى (α and β are raised to the first power).

[2] يُقصد بمرونة العرض درجة استجابة العرض للتغير في العامل الذي يؤثر عليه.

$$\eta = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot \frac{X}{\Delta X}$$

$$\eta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y}$$

وعلى افتراض أن تمثل السعر X في حين تمثل الكمية المعروضة Y، إذن[1]:

$$\eta = b_1 . \frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$$

$$\eta = b_1 . \frac{\overline{X}}{b_o + b_1 \overline{X}}$$

$$\eta = \frac{b_1 \overline{X}}{b_o + b_1 \overline{X}}$$

وبناء على الصيغة أعلاه يمكن القول أنه:

أ- إذا كانت $b_o = 0.0$ فحينئذٍ المرونة تساوي الواحد الصحيح، (عرض متكافئ المرونة) بحيث تتساوى التغيرات النسبية للعرض والسعر، ويكون العرض بذلك متكافئ المرونة حيث يؤدي تغيير الثمن إلى تغير الكمية المعروضة بنفس النسبة، فلو ارتفع الثمن إلى الضعف فإن الكمية المعروضة ترتفع إلى الضعف.

ب- إذا كانت b_o سالبة فحينئذٍ تكون المرونة أكبر من الواحد الصحيح حيث يزيد التغير النسبي في العرض عن التغير النسبي في السعر فيكون العرض بذلك مرناً (Elastic). ومن

[1] نظراً لأن المرونة تتغير عند كل نقطة في الدالة لذلك نأخذ الأوساط الحسابية $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ بدلاً من X و Y.

الواضح أن المرونة تزداد كلما كانت النتيجة أكثر بعداً عن الواحد الصحيح، بحيث أن تغير طفيف في الثمن يحدث تغيراً كبيراً في الكمية المعروضة.

ج-إذا كانت b_o موجبة، فحينئذٍ تكون المرونة أقل من الواحد الصحيح حيث يقل التغير النسبي في العرض عن التغير النسبي في السعر فيكون العرض بذلك قليل المرونة (Inelastic). ومن الواضح أن المرونة تزداد ضعفاً كلما كانت النتيجة أقل بكثير من الواحد الصحيح، حيث لا تتأثر الكمية المعروضة كثيراً بتغيرات الثمن.

أما بالنسبة لميل خط الانحدار b_1 فيتوقع الباحث أن يكون الميل موجباً، لأن خط انحدار العرض على الثمن يكون صاعداً نحو الأعلى، حيث تفترض النظرية الاقتصادية وجود علاقة طردية بين العرض والثمن.

لا شك أنه بعد الحصول على التقديرات b_o و b_1 يتوجب على الباحث اختبار معنوية (Significance) التقديرات، حيث يصيغ الباحث فرضية العدم، ومؤداها أن البيانات الإحصائية، عن الكمية والسعر، هي عبارة عن عينة عشوائية، مسحوبة من مجتمع إحصائي لا يوجد فيه انحدار للكمية المعروضة على السعر:

$$H_o: \beta = 0$$

علماً أن فرض العدم غالباً ما يكون في الاتجاه المعاكس لفرض البحث، لذلك يهدف الباحث عادة على رفض فرض العدم، أو إبطاله، بالاختبار الإحصائي، وأخذ الفرض البديل له:

$$H_1: \beta \neq 0$$

والذي ينص على وجود علاقة بين الكمية المعروضة والسعر في المجتمع الإحصائي. علماً أنه باستطاعة الباحث اختبار معامل التحديد بدلاً من معامل الانحدار[1] وتجدر الإشارة أخيراً على أن فرض العدم هو تعبير يتضمن واحد أو أكثر من المقاييس الخاضعة لاختبار إحصائي وهو بالتالي الفرض الذي يمكنه رفضه لكن لا يمكن برهنته"[2].

الذي يمكن ملاحظته مما ورد أعلاه إنه عند اتخاذ أي قرار عن معلمة مجتمع معين A Parameter، فإن الأمر يتطلب وضع فرض معين. والفرض الإحصائي هو تخمين علمي A Scientific Guess لقيمة معلمة المجتمع المراد اتخاذ القرار بشأنه، يضعه الشخص المتخصص في ذلك المجال. هذا الفرض أو التخمين يُسمى الفرض أو الفرضية الإحصائية The Statistical Hypothesis أو النظرية الفرضية. والفرضية الإحصائية بصفة عامة عبارة عن: فرض أو ادعاء An Assumption أو عبارة معينة A Statement – التي قد تكون أو

[1] تجدر الإشارة إلى أن استخدام إحصائية F (F-Test) في اختبار معامل التحديد هي أفضل من اختبار معامل الانحدار وخاصة في حالة الانحدار المتعدد حيث يُخشى من وجود النماذج المتكافئة (Equivalent Models) حيث يكون إحدى المتغيرات المستقلة دالة في متغير مستقل آخر (Linear Dependency). علماً أن توزيع F (F-Distributions) وكما تم ذكره مسبقاً هو التوزيع النظري لنسبة التباين بين مجتمعين وقد وُجد على يد السير فيشر (Fisher) في أوائل العشرينات من القرن الحالي لكن طُور فيما بعد بشكل يُسّهل استعمال وسُمي على شرف فيشر.

[2] عبد الرزاق شربجي، مرجع سبق ذكره، ص ص 73- 76.

لا تكون صحيحة – عن مجتمع إحصائي أو أكثر، وتثبت صحته فقط من خلال الاختبار (Test). يُميّز بين نوعين من الفروض، الأول فروض لإيراد اختبارها Maintained Hypothesis والثاني فروض يُراد اختبارها Testable Hypothesis وتنطوي الفروض المختبرة على إفادة Statement حول مساواة معلمة من المعالم المجتمع الحقيقية لعينة معينة يُطلق عليها تسمية فرضية العدم (H_0) وذلك لأنها تقترح عدم وجود اختلاف بين قيمة المجتمع الحقيقية والقيمة المقترحة.

فمثلاً، قد يفترض مراقب جودة في مصنع ما أن قيمة التباين المتحصل عليه من عدة قياسات لمنتوج معين من إنتاج هذا المصنع تكون مساوية لقيمة معينة مقدارها σ_0^2. أو قد يفترض باحث اجتماعي أن متوسط دخل الأسر في منطقة معينة يكون مساوياً لقيمة مقداره μ_0. أو قد يفترض مدير شركة معينة أن حوالي 40% من موظفي الشركة مؤهلين عند درجة علمية معينة[1].

أي أن هدف كلاً من التقدير واختبارات الفروض واحد، وهو مساعدة الباحث القائم بالدراسة في الوصول إلى قرارات خاصة عن مجتمع معين من خلال اختبار وتحليل البيانات الموجودة في عينة ممثلة A Representative Sample مأخوذة من ذلك المجتمع. أما وجه الاختلاف بين التقدير والاختبارات الفروض هو أنه في التقدير يتم القيام بإيجاد قيمة معينة من قيم معلمات المجتمع A Parameter مثل μ أو σ^2 أو σ ... الخ تكون أصلاً غير

---

[1] سعد اللاقى مؤمن، الإحصاء ألاستنتاجي ، مرجع سبق ذكره، ص ص 99-100.

معروفة، بينما يختص اختبار الفروض بأخذ القرار المناسب بأن قيمة معلمة المجتمع الغير معروفة تكون في تطابق مع قيمة قد تم افتراضها مسبقاً[1]

أي أن اشتقاق الدوال الانحدارية المختلفة هي وسيلة لتحديد وتقدير وقياس الروابط وقوتها بين المتغيرات المستقلة والتابعة. ولصحة التقدير والتي تعني التأكد من أن هذه المعلمات والعلاقات تمثل تمثيلاً حقيقياً للمتغيرات الحقيقية وعلاقتها، عليه يُصبح من الواجب أن يتم اللجوء إلى اختبار صحة التقديرات، مما تقدم يتضح أن اختبارات الفرضيات هي عملية ضرورية لصانع القرار لا يمكن الاستعاضة عنها بالتقدير مثلاً، لأن كل منها له أهدافه.

فعلى سبيل المثال إن لعملية اختيار الفروض أهمية كبيرة في استخدامات النموذج الخطى العام (المتعدد)، إذ إنه من خلال الاختبار يتم استبعاد المتغيرات المستقلة من النموذج التي لا تمارس تأثير على المتغير التابع. علماً بأن عملية الاستبعاد هذه تتم بالرغم من تحقق قيمة تقديرية للميل غير مساوية للصفر وذلك بسبب وجود أخطاء المعاينة، وتنطوي فرضية العدم الخاصة بالنموذج الخطي العام على انعدام العلاقة بين كل متغير من المتغيرات المستقلة (X_n) مع (Y)، حيث أن K و ... $n = 1$، 2 ،

وتُصاغ على الشكل التالي:

$$H_o = b_1 = b_2 = \ldots. = b_k = 0$$

[1] سعد اللافي مؤمن، الإحصاء ألاستنتاجي، مرجع سبق ذكره، ص 209.

فإذا صح الفرض أعلاه، فإن المتغير العشوائي هو المصدر الوحيد لانحرافات (Y). وأن (Y) لا تتأثر بقيمة أي متغير من المتغيرات المستقلة، أما في حالة رفض فرضية العدم، فإنه سوف يؤخذ بالفرض البديل (H_a) القائل بأن هناك على الأقل تأثير من أحد المتغيرات المستقلة على (Y)، وتستخدم الإحصاءة (F) لاختبار مثل هذه الفروض[1].

فالفرضية الإحصائية (H_o) هي التي يتم اختبارها والاسم Null Hypothesis يعكس أو يضمن التساوي أو أنه لا يوجد هناك اختلاف، وعليه فإن المعلمة أو المعلمات المراد اختبارها بقيم التخمين المفروضة يتخللها دائماً علامات التساوي (= أو $\geq$ أو $\leq$). أما الفرضية البديلة (H_a) فهي التي تكون جاهزة للقبول في حالة رفض (H_o).

13.1.4 الاختبار الإحصائي

هو الصيغة أو القاعدة التي تمكن من الوصول إلى قرار معين بشأن الفرض الإحصائي موضوع الاختبار وهذه الصيغة تُبنى على أساس المعلومات والبيانات التي تم جمعها من عينة عشوائية محسوبة من المجتمع.

13.1.4.1 المختبر الإحصائي أو إحصاءة الاختبار Statistic Test

هو عبارة عن علاقة رياضية تربط المعلمة موضوع الاختبار بتلك المعلمة المحسوبة من العينة العشوائية، وهي كذلك دالة في قيم مفردات العينة وتعتبر في نفس الوقت متغير عشوائي له دالة توزيع احتمالي تكون في الغالب معروفة.

[1] عصام عزيز شريف، مقدمة في القياس الاقتصادي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1981، ص 243.

بمعنى آخر أن المختبر الإحصائي يصف العلاقة بين القيم النظرية للمجتمع والقيم المحسوبة من العينة، وتقارن قيمة المختبر الإحصائي (X^2، F، t، z) المحسوبة من العينة مع قيمته المستخرجة من توزيعه الاحتمالي (جداول خاصة لاحظ الملحقF) ومنها يتخذ القرار برفض أو بقبول فرضية العدم.

13.1.5 المنطقة الحرجة Rejection or Critical Region

هي منطقة تحدد حسب درجة المخاطرة (احتمال الخطأ) في اتخاذ القرار بقبول أو رفض الفرض. وفي حال وقوع قيمة المعلمة المحسوبة من العينة العشوائية في تلك المنطقة فإن ذلك يؤدي إلى رفض الفرض. بمعنى آخر أن هي المنطقة التي عندها يتم رفض فرضية العدم (H_o) التي تقع فيها قيمة المختبر الإحصائي (القيمة المحسوبة)، وتحدد منطقة الرفض بعد تعيين مستوى المعنوية (α)، أما المنطقة الأخرى فهي منطقة القبول Acceptance Region وهي التي تتضمن على ($1-\alpha$) مستوى معنوية.

13.1.6 مستوى المعنوية Level of Significant

هو احتمال الخطأ الذي لا يتم به رفض (قبول) الفرض الصحيح، وبمعنى آخر هو المخاطرة المحتملة في رفض الفرض الإحصائي عندما يكون صحيحاً. ويلاحظ أن مستوى المعنوية هو الذي يحدد حجم المنطقة الحرجة وعادة يُرمز مستوى المعنوية بالرمز α%.

كما تعرف مستوى المعنوية بأنها درجة الاحتمال Probability Level أو حجم الاختبار Test Size الذي يرفض به فرضية العدم (H_o) عندما تكون هي صحيحة. أو بعبارة أخرى هو احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول ويُرمز لها بـ (α) ودرجة الاحتمال يحددها الباحث، ومعظم الدراسات يتم اختيار (α) مساوية 1% أو 5% وكلمة معنوي

Significance أو مؤكد تعني بأن الفروق بين معلمة المجتمع والقيم المقدرة من العينة مؤكدة وحقيقة ولا تعود على عنصر الصدفة وعند مستوى معنوية قدره 1% أو 5%.

13.1.7 أنواع الأخطاء Type of Error

في اختبار الفرضيات (الفروض) يواجه الباحث بنوعين من الأخطاء:

أ- خطأ النوع الأول Type One (I) Error

إذا ما رُفضت فرضية إحصائية صحيحة، فإنه ينتج ما يُسمى بالخطأ من النوع الأول The Type One Error. بمعنى أن هذا الخطأ يحدث عندما يتم رفض الفرضية الصفرية (H_o) عندما تكون صحيحة.

ب- خطأ النوع الثاني Type two (II) Error

أما إذا ما تم قبول فرضية إحصائية خاطئة، فإنه ينتج ما يُسمى بالخطأ من النوع الثاني، بمعنى أن هذا الخطأ يحدث عند قبول (عدم رفض) الفرضية الصفرية (H_o) عندما تكون خطأ، فبينما يلاحظ أن خطأ النوع يحدد مستوى المعنوية فإن خطأ النوع الثاني يحدد قوة الاختبار.

في كلتا الحالتين ينتج القرار الخاطئ، والخطأ من النوع الأول من منظور احتمالي يُعطى الرمز (ألفا α).ويعرف على أنه: احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول. وبالمثل، يعرف الخطأ من النوع الثاني من منظور احتمالي – يعطى الرمز (بيتا β) – ويعرف على أنه: احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني.

13.1.8 مفهوم مستوى المعنوية وأنواع الأخطاء[1]

"عندما يتم رفض فرض العدم عند مستوى معنوية 5% عدم رفض (قبول) الفرض البديل، فإن هذا يعني أن هناك احتمال 95% أن يكون قرار الرفض قراراً صحيحاً، وهناك احتمال 5% أن يكون قرار الرفض قراراً خاطئاً. ومن ثم فإن مستوى المعنوية يعبر عن احتمال الخطأ عند اتخاذ قرار الرفض لفرض العدم، ويترتب على ذلك أن مستوى الثقة في قرار الرفض لا يكون 100% ولكنه يكون 95% فقط في هذه الحالة، أي أنه في كل 100 مرة يصدر فيها قرار الرفض لفرض العدم يوجد 95 مرة منها يكون فيها هذا القرار صحيحاً، و 5% مرات يكون قرار الرفض فيها خاطئاً. وإذا حدث وكان قرار الرفض خاطئاً فإن هذا يعني الوقوع في خطأ هو "رفض فرض هو في حقيقة الأمر صحيح" وهذا هو الخطأ من النوع الأول. وعندما تُجرى الاختيارات عند مستوى معنوية 1% بدلا من 5% فإن هذا يعنى أنه قد تم التقليل من احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول، أي التقليل من احتمال لارفض فرض العدم رغم أنه صحيح وقبول الفرض البديل رغم أنه خطأ، وخلاصة القول أن مستوى المعنوية (α) يشير إلى احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول.

من ناحية أخرى عندما يتم عدم رفض (قبول) فرض العدم ورفض الفرض البديل فإن هناك احتمال أن يكون قرار قبول فرض العدم قراراً خاطئاً، وإذا حدث وكان قرار القبول قراراً خاطئاً فإن هذا يعني" أنه تم قبول فرضا هو في حقيقة الأمر خاطئ" وهذا يسمى بالخطأ

---

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية ، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره ص ص 164- 165.

من النوع الثاني، ويرمز لاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني بالرمز(β) عادة وهو غير محدد بقيمة ثابتة كما هو الحال في الخطأ من النوع الأول. ولعل هذا يرجع إلى اعتقاد البعض أن الخطأ من النوع الأول أكثر أهمية من الخطأ من النوع الثاني، الأمر الذي حدا بهم إلى تثبيت احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول عند مستوى منخفض (5%، 1%) ومحاولة تدنيه احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني إلى أدنى حد ممكن حتى وإن كان هذا الحد الأدنى أعلى من 5%. وتسمى النسبة (1-β) بقوة الاختبار Power of Test، ولاشك أن تدنيه الخطأ من النوع الثاني تعني تعظيم قوة الاختبار، حيث تشير النسبة (1-β) إلى احتمال عدم الوقوع في الخطأ من النوع الثاني".

والمخطط (الجدول) التالي يلخص العلاقة بين حالة الفرضية الإحصائية والقرارات الممكنة للخطأين المذكورين:

Decision القرار	(True) صحيحة H_o	(False) خاطئة H_o
Reject رفض H_o	Wrong قرار خطأ خطأ من النوع الأول Type I Error	Correct Decision قرار صحيح
Do not عدم رفض Reject H_o	قرار صحيح Correct Dec.	Wrong Dec. قرار خطأ خطأ من النوع الثاني Type II Error

ويُبرز المخطط أعلاه نوعين من الخطأ ويعرفان بالصورة التالية:

α = احتمال (خطأ من النوع الأول) (Pr (Type I Error)

= احتمال (رفض H_o علماً أن H_o صحيحة)

Pr (Reject H_o if H_o is True)

أن α لها تسمية أخرى هي مستوى المعنوية Significance Level

للاختبار أو حجم المنطقة الحرجة Size of Critical Region.

β = احتمال (خطأ من النوع الثاني (Pr (Type II Error)

β = احتمال (عدم رفض H_o علماً أن H_o خاطئة)

Pr (Do Not Reject H_o - H_o is False)

علماً أن $1\alpha + \beta =$

كما يجب التنويه على أنه إذا تم رفض الفرضية الإحصائية (H_o) عندئذ لا يجب أن يُقال أنها قُبلت Accepted ولكن يُفضّل القول أن الفرضية الإحصائية لم ترفض Not Rejected حيث دائماً يتم اجتناب كلمة قُبلت وذلك لاحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني (لأنه في بعض الأحيان يكون احتمال الوقوع في هذا النوع من الخطأ عالٍ نسبياً)[1].

كما يُلاحظ أيضاً ومن خلال تحديد المنطقة الحرجة فإنه يكون قد تم تحديد مقدار الخطأ من النوع الأول وبالتالي تتم الاستطاعة في التحكم في مقدار الخطأ من هذا النوع (α). ولكن الخطأ من النوع الثاني يتوقف على القيمة الفعلية للمعلمة التي يتم اتخاذ القرار بشأنها ومدى بعد القيمة المحسوبة عن القيمة الفعلية (β) ويلاحظ أن قيمة β تزداد كلما اقتربت قيمة المعلمة المحسوبة من البيانات من القيمة الفعلية لها، وذلك لأنه كلما اقتربت المعلمة المحسوبة من القيمة الفعلية زادت فرصة قبولها كتقدير للمعلمة المطلوب تقديرها[2].

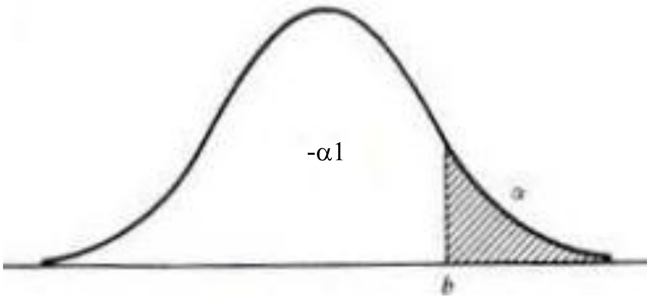
---

[1] سعد اللافي مؤمن، مرجع سبق ذكره، ص 102 - 103.

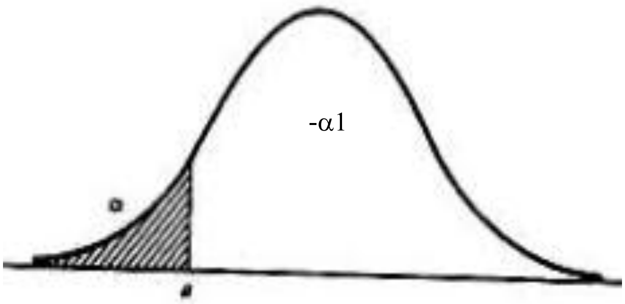
([2]) رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص 129.

13.2 اختبار الطرف الواحد والطرفين One Tailed and Two Test

فإذا كانت المنطقة الحرجة تقع فقط على جانب واحد فإنها تُسمى باختبار الطرف الواحد، وفي هذه الحالة تقع (α) في الجانب الأيمن أو الأيسر وكما هو موضح أدناه في الشكلين (1) و (2) فإذا تم أخذ الفرضية التالية: $H_o:\mu\leq 20$ أو الفرضية الأخرى $H_o:\mu \geq 20$ فهذا يعني وجود فرصة واحدة أو حالة واحدة يرفض فيها هذه الفرضية وهي عندما $\mu\geq 20$ في الحالة الأولى و $\mu\leq 20$ في الحالة الثانية. ولهذا فإن هذا النوع من الاختبار يُطلق عليه اختبار من الطرف الواحد كما هو موضح أدناه: (الشكلين 1، 2).

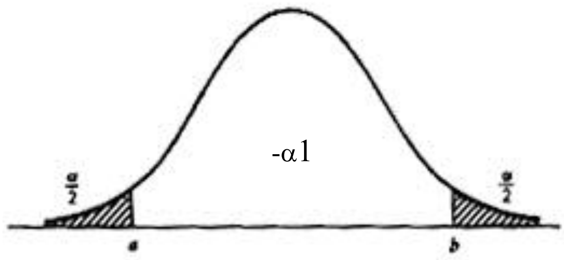


الشكل (1)



الشكل (2)

أما إذا تم أخذ الفرضية $H_o : Y = 20$ فهذا يعني وجود فرضين أو حالتين نرفض عندها هذه الفرضية وهما عندما تكون $\mu > 20$ أو $\mu < 20$ ولهذا فإن هذا الاختبار يُسمى اختباراً ذا الطرفين كما في الشكل (3).



الشكل (3)

13.3 خطوات اختبار الفرضيات[1]

فيما يلي الخطوات الستة المهمة في اختبار الفرضيات وهي:

1- تحديد فرضية العدم الصفرية أي $(H_o:\mu=a)$ أو $(H_o:\mu=\mu_1)$ أو $(H_o:P=a)$ أو $(H_o:\sigma^2=a)$ حيث μ وμ_1 وσ^2 هي معلمات المجتمع المجهولة وأن (a) هي قيمة المعلمة تحت الاختبار.

2- تحديد الفرضية البديلة $(H_1:\mu\neq a)$ أو $(H_1:\mu<a)$ أو $(H_1:\mu>a)$.

[1] وليد السيفو وأحمد مشعل ، مرجع سبق ذكره، ص 529.

3- تحديد مستوى المعنوية ومنها يتم تحديد المنطقة الحرجة (منطقة الرفض). ويلاحظ بصورة عامة بأن الخطوات (1)، (2)، (3) هي من معطيات المسألة وإذا لم تعط قيمة α فيتم افتراضها أنها تساوي 5%.

4- تحديد الاختبار المناسب F،z،χ^2،t) والذي تقارن قيمته (مثلاً t المسحوبة) مع القيمة الجدولية المناظرة له.

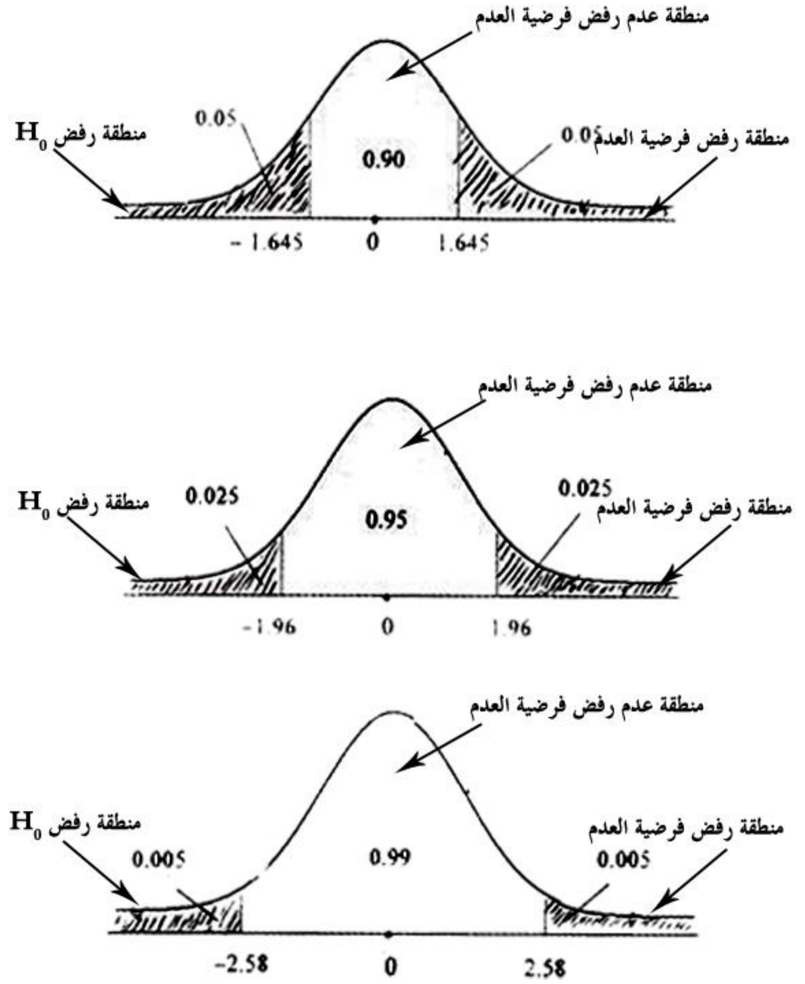
5- إيجاد القيمة المحسوبة Calculated Value من خلال سحب عينة عشوائية وحساب إحصائياتها.

6- الاستنتاج، ويكون بالشكل الآتي:

يتم رفض الفرضية الصفرية إذا وقعت قيمة الاختبار المحسوبة (مثلاً t المحسوبة) داخل منطقة الرفض (المنطقة الحرجة) لاحظ الشكل البياني رقم (4).

عدم رفض أي قبول الفرضية الصفرية إذا وقعت قيمة الاختبار المحسوبة خارج المنطقة الحرجة (لاحظ الشكل البياني(4)).

وبكلام مختصر: "إذا وقعت قيمة المختبر الإحصائي في منطقة الرفض فترفض عندئذ فرضية العدم وعدم رفض (قبول) الفرضية البديلة. أما إذا وقعت قيمة المختبر الإحصائي في منطقة القبول فتقبل (عدم رفض) فرضية العدم. وبذلك تكون الفروق بين القيم النظرية للمجتمع والقيم المحسوبة من العينة غير معنوية أو غير مؤكدة وربما الفرق هذا ناتج عن طريق الصدفة".



شكل (4) يوضح اختبار فرضيات العدم والقبول في اختبارات التوزيعات لطبيعية لمستويات معنوية مختلفة (.10، .050، .010).

هذه الخطوات (أي خطوات اختبار الفرضيات) مهمة وأساسية ويمكن تطبيقها على تطبيقات الفصول الأولى من هذا الكتاب.

13.4 تحديد نوع الاختبار

هناك عدة أنواع من الاختبارات والتي يهمنا فيها هو:

اختبار الفرضيات المتعلقة بالوسط الحسابي (μ) حيث أن هذا الاختبار يرتبط بالفرضية ($H_o: \mu = \mu_o$) حيث أن (μ) هو الوسط الحسابي للمجتمع (μ_o) هو الوسط الحسابي للعينة علماً بأن تباين المجتمع (σ^2) معلوم، ففي هذه الحالة فإن الاختبار المستخدم هو اختبار Z وذلك عندما تكون (σ^2) معلومة و ($n \geq 30$) فيتم استخدام اختبار Z وكالآتي:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

حيث تمثل $S = \sigma^2$ لأن حجم العينة كبير.

13.5 حالة تطبيقية على عينة كبيرة (اختبار الوسط)

مثال (1)

مصنع لإنتاج الأكواب ينتج نوعاً معيناً على أساس أن متوسط العمر الاستعمالي للأكواب (1500) ساعة. سحبت عينة عشوائية من إنتاج هذا المصنع قدرها (100) كوب أظهر متوسط عمر استعمالي قدره (1480) ساعة بانحراف معياري قدره (80) ساعة من خلال نتائج هذه العينة هل ترى أن متوسط العمر الاستعمالي للأكواب التي ينتجها المصنع هو (1500) ساعة. اختبر ذلك بمستوى معنوية (5%) و (1%) وماذا تستنتج؟

الحل

لإجراء الاختبار يتم إتباع الخطوات التالية:

تحديد فرضية العدم: H_o:μ=1500

تحديد الفرضية البديلة: H_1:μ≠1500

تحديد مستوى المعنوية: (α) وهذا يكون إما:

I(0←α = .05. حدود المنطقة الحرجة -1.96)،(1.96

أو

II(0←α = .01. حدود المنطقة الحرجة -2.575)،(2.575

الاختبار المناسب هو (Z) وذلك لأن حجم العينة كبير (n>30) و (σ^2) للقيم مجهول.

S = 80،X = 1480 ،n = 100 (الانحراف المعياري للعينة)

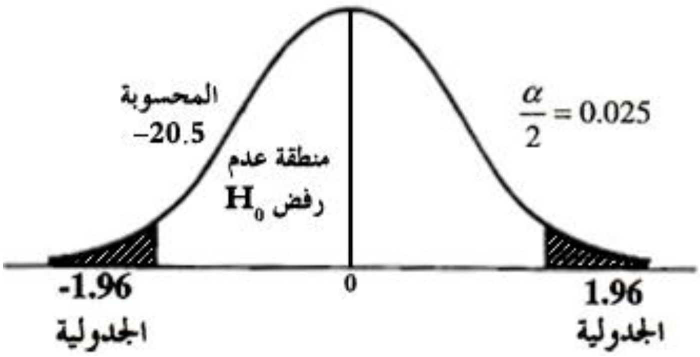
$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1480 - 1500}{\frac{80}{\sqrt{100}}} = \frac{-20}{\frac{80}{10}} = \frac{-20}{8} = -2.5$$

وتمثل (−2.5) قيمة Z المحسوبة.

الاستنتاج

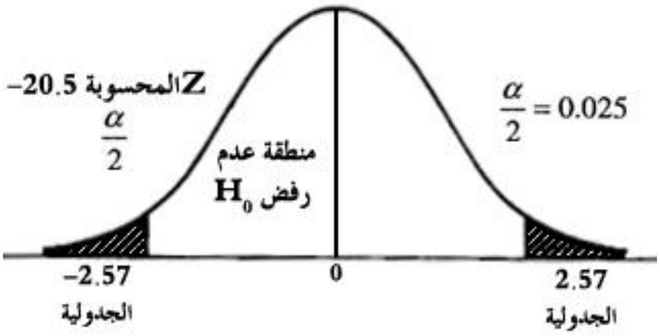
1- لفرض الرفض أو القبول لفرضية العدم تُحدد قيمة Z الجدولية والتي هي 96.1 بمستوى معنوية مقدارها 5% ويتم تحديد ذلك على شكل المنحنى (5):

يُلاحظ أن القيمة المحسوبة لتوزيع Z(-2.50) وقعت ضمن نطاق المنطقة الحرجة فرض H_0 ونستنتج من ذلك بأن متوسط العمر الاستعمالي للأكواب التي ينتجها هذا المصنع لا تساوي 1500 / ساعة بمستوى قدره 5%.



شكل (5) يوضح اختبار حسب صيغة Z ولمستوى معنوية 5%

2- أما بالنسبة لمستوى معنوية مقداره 1% فمن الشكل البياني رقم (6) يُلاحظ أن القيمة المحسوبة لتوزيع (Z) الجدولية لمستوى معنوية مقداره (1%) يساوي (2.575) قد وقعت خارج نطاق منطقة الرفض وعليه يتم استنتاج بأن نتائج العينة قد أثبتت بأن متوسط العمر الاستعمالي للأكواب التي ينتجها المصنع هي (1500) ساعة، أي عدم رفض (قبول) فرض العدم (H_0:μ=1500).



شكل (6) يوضح اختبار Z لمستوى معنوية 1%

ملاحظة

1- عندما تكون (σ^2) مجهولة وأن $n \geq 30$ أيضاً فإنه يستخدم اختيار توزيع (Z) وتُتبع نفس الخطوات السابقة المتبعة في الحالة الأولى.

2- وفي حالة كون $n < 30$ فإنه يتم استخدام اختبار توزيع (t) والذي تحسب قيمته المحسوبة بموجب الصيغة التالية:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

وتطبق نفس الخطوات السابقة المذكورة في اختيار (Z).

مثال (2)

تقول إحدى دور العرض أن متوسط عدد المترددين عليها يومياً (500) شخص والاختبار سجل عدد المترددين على دار العرض تلك لمدة عشر أيام وبصورة عشوائية الأعداد التالية:

120، 480، 500، 450، 700، 600، 450، 500، 400، 600 اختبر الفرضية السابقة بمستوى معنوية 5% بفرض أن عدد المترددين يتوزع توزيعاً طبيعياً.

الحل

1- تحديد فرضية العدم $H_o : \mu = 500$

2- تحديد الفرضية البديلة $H_a : \mu \neq 500$

3- تحديد مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

4- تحديد الاختبار المناسب.

ولكون (σ^2) مجهولة ولأن $(n < 30)$ فإن الاختبار المناسب هو:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

5- لتطبيق الصيغة واستخراج قيمة t المحسوبة تُحسب قيمة الوسط الحسابي $\overline{X}$ والانحراف المعياري (S) وكما يلي:

$$\overline{X} = \frac{600+400+...+120}{10} = \frac{4800}{10} = 480$$

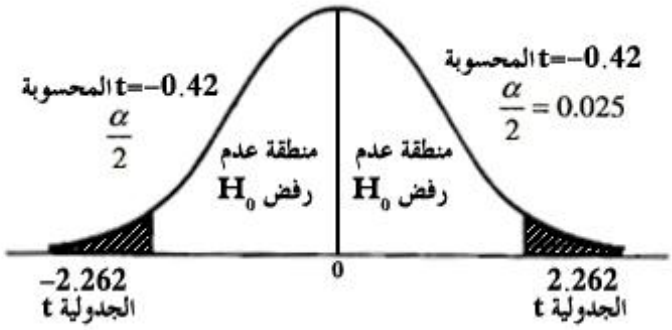
$$\therefore n = 10$$

$$\therefore S = \sqrt{\frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}} = 151.3$$

$$\therefore t^* = \frac{480-500}{\frac{151.3}{\sqrt{10}}} = 0.42$$

تمثل قيمة *t المحسوبة.

6- الاستنتاج: حيث إن قيمة (*t) المحسوبة وقعت خارج المنطقة الحرجة (خارج منطقة الرفض). وعليه فإنه يتم عدم رفض H_0 أي أنه يتم عدم رفض (قبول) الفرضية القائلة أن متوسط عدد الفرضية القائلة إن متوسط عدد المترددين على دار العرض المذكور هو 500 شخص يومياً.



شكل (7) يوضح اختبار t لمستوى معنوية 1%

مثال (3)

بافتراض أن مدينة تشترى نوعاً من المصابيح الكهربية A من عدة سنوات وتريد أن تستبدلها باستخدام طراز آخر B وذلك لسعره الأفضل. وقد أوضحت التجربة — على مر سنوات عديدة — أن طراز المصابيح A له وسط عمر 1180 ساعة، وذلك بانحراف معياري قدره 90 ساعة. ولاختبار دعوى البائعين للطراز B، تم شراء 100 من مصابيحهم من مصادر بيع بالقطاعي متعددة، ثم تمت تجربة هذه المصابيح. وقد أعطت العينة القيم $\bar{x} = 1400$ ، $s =$ 80. وحيث أن وسط زمن الإنارة يمكن اعتباره مقياساً جيداً للنوعية، لهذا، والمشكلة تؤول الآن إلى اختبار الفرض بأن وسط الطراز B يساوي الطراز A وذلك ضد الفرض البديل بأن وسط عمر الطراز B أقل قيمة. فإذا رمز لوسط الطراز B بالرمز μ فإن هذا الاختبار بعد عكس إشارة التباين يصبح[1]

$$H_o : \mu = 1180$$
$$H_1 : \mu < 1180.$$

وقد تم اختيار هذا البديل، لأنه كان هناك شعور بأنه إذا لم تتساو نوعية الطراز B مع الطراز A فإنها ستكون بلا شك نوعية أقل جودة. وعادة فإن البائعين لا يبخسون بضاعتهم حقها. لذلك فإذا قال هؤلاء البائعون الحقيقة فإن الفرض H_o سيكون فرضاً صحيحاً. أما إذا لم يقولوا الحقيقة فإن طرازهم سيكون أقل جودة. وذلك لأنه لا يوجد هناك بائع من الغباء بحيث يدعى فقط التساوي في الجودة، في الوقت الذي يستطيع فيه أن يدعي بأن بضاعته

---

[1] هذا المثال والمثال الذي يليه مقتبسان من بول. ج. هديل، المبادئ الأولية في الإحصاء، ترجمة بدرية شوقي عبد الوهاب ومحمد كامل الشربيني، دار جون وايلي وأبنائه للنشر - نيويورك، الطبعة الرابعة، 1984، ص ص 178-182.

أفضل في الحقيقة. والآن بحدس جيد يمكن أن يقترح أن قيمة $\overline{X}$ على يسار الوسط المفترض 1180 تعكس يقيناً أقل بصحة الفرض H_o في حين أنه يكون هناك يقين أكثر لبعض قيم μ الأصغر والمفترض أنها وسط صحيح. لذلك فمن الواضح أن المنطقة الحرجة ستتكون من قيم صغيرة لـ $\overline{X}$ الواقعة على يسار نقطة ما $\overline{X}_0$. المشكلة هنا تؤول إلى حساب قيمة $\overline{X}_o$ التي تناظر a = .05. وأسلوب تنفيذ هذا هو كالآتي:

حيث أن n = 100 في هذه المشكلة، لذلك فإن:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma}{10}$$

فإذا فرض أن انتشار أو تشتت الطراز B من المصابيح متساو مع انتشار الطراز A من المصابيح لذلك فإن $\sigma = 90$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{90}{10} = 9$$

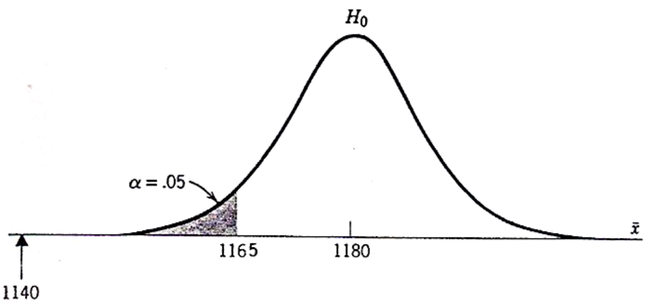
وحيث أن مسافة 5 في المائة من الطرف الأيسر للمنحنى المعتدل تقع على يسار النقطة Z = 1.64- فإنه يتبع ذلك أن $\overline{X}_o$ هي النقطة ذات الانحراف المعياري 64.1 يسار الوسط 1180μ. وهنا فإن الانحراف المعياري يصبح $\sigma_{\bar{x}} = 9$ وعندئذ فإن المنطقة الحرجة المطلوبة هي الجزء من محور $\overline{X}$ الواقع على يسار

$$1180 - 1.64(9) = 1165$$

وشكل (8) وضح هذه النتائج. أما إذا أريد الحصول على قيمة $\overline{X}_o$ جبرياً فيجب أن تتبع الخطوات التالية:

$$-1.64 = \frac{\overline{X} - 1180}{9}$$

وبحلها في $\overline{X}$ سيتم الحصول على القيمة =1165.



شكل (8) المنطقة الحرجة لاختبار H_0

الآن، وبعد اختيار المنطقة الحرجة، يمكن أن نُتابع اختيار الفرض H_0. وحيث أن قيمة العينة $\overline{X} = 1140$ تقع في المنطقة الحرجة، لذلك فإن الفرض H_0 يعتبر فرضاً مرفوضاً. ومن الواضح أن وسط عينة صغيرة مثل 1140 لا يمكن الحصول عليه من عينة عشوائية حجمها 100 مأخوذة من مجتمع وسطه 1180. وهذا يعني أن بائعي الطراز B غير مقنعين في دعواهم بأن نوعية الطراز B مساوية في الجودة للطراز A. وحيث أنه من المؤكد أن قيمة μ أقل من 1180، لذلك فالسؤال التالي الذي يجب اعتباره هو كم تقل قيمة μ. وإذا ما كانت هناك الرغبة في اختيار قيمة μ فإنه بالطبع سيتم اختيار $\overline{X} = 1140$ كتقدير. ويمكن أيضاً إيجاد فترة الثقة لـ μ وكذلك حساب الفرق الأقصى الذي من المحتمل ظهوره بين وسط المجتمعين. كل هذه الاعتبارات من الضروري الأخذ بها قبل أن يتم إقرار ما إذا كان السعر الأقل للطراز B يعادل النقص في الجودة. وحيث أن الهدف من هذا البند هو شرح كيفية

اختبار الفروض، لذلك لن تناقش هذه الاعتبارات العملية، ولكن حلول المشكلات الحقيقة بالطرق الإحصائية عادة ما تحتاج على الأخذ بهذه الاعتبارات.

مثال (4)

أوضحت السجلات المأخوذة لقبول المتقدمين في كلية ما خلال السنوات الأخيرة أن وسط النقاط المحققة في اختبار القدرات هو 115 والانحراف المعياري لهذه النقاط هو 20. ويريد ناظر المدرسة معرفة ما إذا كان الطالب الجديد سيوضع في الفصل الملائم لقدراته أي أنه سيختبر الفرض بأن وسط مستوى المتقدم الجديد هو نفسه الوسط للمستويات الحالية. وحيث أنه لا يوجد سبب للاعتقاد بأن المستوى الجديد أفضل من المستويات السابقة لذلك فإنه سيستخدم الصياغة (2) التي ستكون:

$$H_o:\mu = 115$$
$$H_1:\mu \neq 115$$

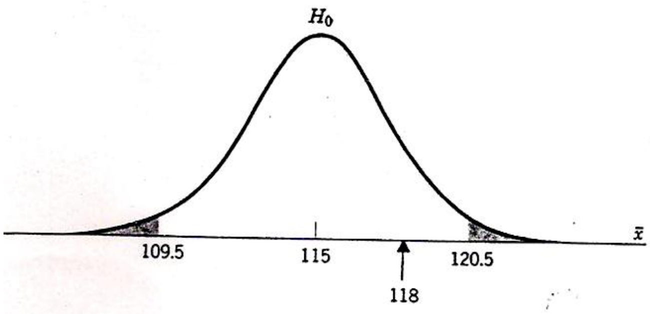
بفرض اختيار هذا الفرض فإن نقاط اختبار القدرات لكل عشرة طلاب سيتم الحصول عليه من مكتب القبول. بفرض أن ذلك قد أعطى عينة حجمها n=50 وأن وسط هذه العينة قد أصبح $\overline{X} = 118$. وحيث أن قيم $\overline{X}$ الأخرى، وذلك من فرض قيمة الوسط 115، سواء كانت على يسار أو يمين هذا الوسط المفترض فإنها تعني يقيناً أقل من صحة الفرض H_o، لذلك فمن الواضح أن المنطقة الحرجة ستتكون من قيم $\overline{X}$ الواقعة في طرفي المنحنى المتمركز عند 115. لذلك في العينة التي حجمها في حدود 50 عادة ما تُفرض $\overline{X}$ ذات توزيع معتدل. بالإضافة إلى الفرض. بأن تشتت نقاط المتقدمين الجدد هو نفس التشتت للمتقدمين السابقين، لذلك $\sigma = 20$ والانحراف المعياري لـ $\overline{X}$ يكون:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{50}} = \frac{20}{\sqrt{50}} = 2.8$$

وحيث أن قيمة الاحتمال هو 0.5 لأن تأخذ $\overline{X}$ قيمة أكبر من 96.1 انحراف معياري بعيداً عن الوسط. فسيتبع ذلك أن المنطقة الحرجة المطلوبة لـ $\alpha = 0.5$ ستتكون من قيم $\overline{X}$ عند ذيلي منحنى $\overline{X}$ والمحسوبة بالقيمتين:

$$115 - 1.96(2.8) = 109.5 \text{ and } 115 + 1.96(2.8) = 120.5$$

وهذه القيم موضحة في شكل (9).



شكل (9) طرق المنحى للمنطقة الحرجة $\alpha = 0.05$

حيث أن $\overline{X} = 118$ ، والتي يُشار إليها بالسهم، لا تقع في المنطقة الحرجة لذلك فالفرض H_0 يُعتبر فرضاً مقبولاً، عندئذ سيطمئن مدير المدرسة لمعرفته أن المتقدمين الجدد مستواهم في نفس مستوى قدرات الطلبة السابقين.

قبول الفرض بهذه الطريقة يُعتبر قراراً عملياً، فهذا لا يعني الاعتقاد بأن الفرض صحيح تماماً وربما لا يكون هذا إثباتاً لصحة الفرض، ولكن يعني ذلك أن بيانات العينة تتفق مع القيمة

المفترضة للوسط من وجهة النظر العلمية هناك فرق ما بين أن يُقال أن الوسط الصحيح له نفس قيمة الوسط المفترض أو ما إذا كانت قيمة الوسط الصحيح قريب من القيمة المفترضة. ولحساب إلى أي مدى يجب أن تقترب القيمة الحقيقية للوسط من القيمة المفترضة حتى يمكن قبول الفرض، فعادة تستخدم طرق فترة الثقة التي تم شرحها مسبقاً، وعلى ضوء هذه الملاحظات فإن قبول الفرض يمكن أن يترجم إلى أنه قريب من الوضع الحقيقي، ومن وجهة النظر العملية يمكن معالجة هذا الوضع كما لو كان هو الوضع الحقيقي.

بعد ملاحظة مدير المدرسة أن وسط العينة الجديد أعلى من الوسط السابق، فإنه بلا شك يود أن يدعى أن الفصل الجديد أفضل من الفصول السابقة. وعلى ضوء هذا فسيحاول أن يعالج المشكلة كما لو كانت اختباراً.

$$H_o:\mu=115$$

ضد

$$H_i:>115$$

ثم استخدام منطقة حرجة في اتجاه واحد مثل تلك التي ظهرت في المشكلات السابقة، ولكن المعالجة في هذه الحالة ستكون معالجة غير صحيحة لأن القرار لابد أن يعتمد على معرفة أخرى غير التي تعطيها العينة، مثله في ذلك مثل القيم البديلة، وأبسط الطرق لتحديد ما إذا كان استخدام اختباراً ذا طرف واحد هو السؤال عما يمكن أن تكون عليه القيم البديلة قبل أن يتم أخذ العينة أو بمعنى آخر قبل مشاهدة نتائج العينة.

في كل الأمثلة السابقة تم افتراض معرفة قيمة α، التي يُحتاج إليها لإجراء الاختبار معتمدين في ذلك على الخبرة السابقة. فإذا لم توجد هذه القيمة أو إذا كان هناك ما يدعو للاعتقاد بان تشتت قيم العينة ليس هو نفسه تشتت العينات السابقة، عندئذ يجب استخدام التقدير العينيS في التجارب السابقة محل σ. وهذا التقريب لن يقود لأي خطأ مؤثر إذا كانت العينة محل البحث عينة كبيرة.

مثال (5)

افترض أن شركة معينة ترغب في اختبار ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن متوسط عمر المصباح من إنتاجها هو 1000 ساعة احتراق. وأنها قامت بأخذ عينة عشوائية حجمها 100 =n من إنتاجها فوجدت أن متوسط العينة 980 = $\overline{X}$ ساعة والانحراف المعياري للعينة 80 = S ساعة، فإذا أرادت الشركة القيام بالاختبار عند مستوى معنوية 5% ، فعليها أن تمضى كالآتي. حيث أن μ يمكن أن تساوى، تزيد عن أو تقل عن 1،000 ، فإن الشركة يجب أن تضع الفرض العدمي والفرض البديل كالآتي[1]:

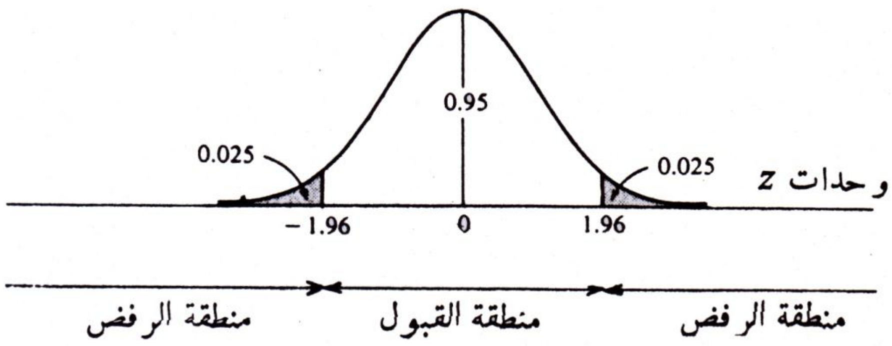
$$H_0 : \mu = 1{,}000 \qquad H_1 : \mu \neq 1{,}000$$

وحيث أن 30<n ، فإن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريباً طبيعياً (ويمكن استخدام S كتقدير بدلا من σ). وتكون منطقة القبول للاختبار عند مستوى المعنوية 5% بين 1.96± تحت التوزيع الطبيعي القياسي وتكون منطقة الرفض خارجها(أنظر شكل 15). وحيث أن

[1] دومينيك سلفاتور، مرجع سبق ذكره، ص ص 99 - 100.

منطقة الرفض تقع عند ذيلي التوزيع، فإن الاختبار يسمى اختبار ذو ذيلين. وتكون الخطوة الثالثة إيجا قيمة المناظرة لقيمة $\overline{X}$:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma\overline{X}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \frac{980 - 1{,}000}{80 / \sqrt{100}} = \frac{-20}{8} = -2.5$$



شكل (10)

وحيث أن قيمة Z المحسوبة تقع داخل منطقة الرفض، فإن على الشركة أن ترفض H_0 أي μ=1،000 وتقبل H_1 أي $\mu \neq$1،000 عند مستوى معنوية 5%.

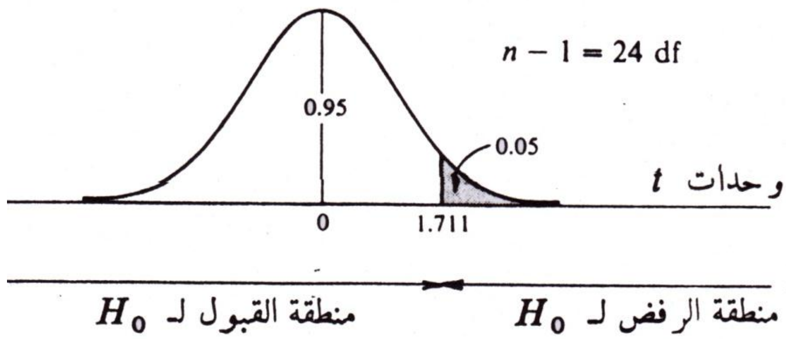
مثال (6)

ترغب شركة أن تعرف بدرجة ثقة 95% ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن صناديق الصابون المسحوق الذي تبيعه تحتوى على أكثر من 500 جرام (حوالي 1.1 رطل) من الصابون. وتعرف الشركة من الخبرة الماضية أن أوزان الصابون بالصناديق تتبع التوزيع الطبيعي. وقد أخذت الشركة عينة عشوائية حجمها n = 25 و وجدت أن $\overline{X}$ = 520 جرام

و S = 75 جرام. وحيث أن الشركة ترغب في اختبار ما إذا كانت μ>500 ، فإن $H_1 : \mu \neq 500$ $H_0 : \mu = 500$ وحيث أن التوزيع الطبيعي، n<30 ، وكذلك σ غير معلومة، فإنه يتم استخدام توزيع t (بدرجات حرية n −1 = 24) لتحديد المنطقة الحرجة، أي منطقة الرفض للاختبار بمستوى معنوية 5%. ويلاحظ ذلك في ملحق C ويعرضها شكل (11) ويسمى هذا اختبار الذيل الأيمن وأخيراً حيث

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{520 - 500}{75/\sqrt{25}} = \frac{20}{15} = 1.33$$

وهي تقع داخل منطقة القبول، ويتم عدم رفض (قبول) H_0 أي μ= 500 ، عند مستوى معنوية 5% (أو بدرجة ثقة 95%).



شكل (11)

13.6 اختبار الفروق بين المتوسطات والنسب في حال استقلال العينتين

طريقة اختبار الفروض في حالة الفرق بين متوسطين أو نستبين لا تختلف عن طريقة اختبار الفروض في حالة الوسط الحسابي للمجتمع X_1 ، X_2 هما الوسط الحسابي لعينيتين

الأولى حجمها n_1 والثانية حجمها n_2 من مجتمعين لهما وسطين حسابيين μ_1، μ_1 وانحرافاتهما المعيارية σ_1، σ_2 على الترتيب فإن الفرض العدمي يكون $\mu_1 = \mu_2$.

أي أن العينات مسحوبة من مجتمعين لهما نفس الوسط الحسابي وذلك في مقابل أي من الفروض البديلة التالية:

(استخدام اختبار ذو طرفين) $a\text{- } \mu_1 \neq \mu_2$

(استخدام اختبار ذو طرف واحد) $b\text{- } \mu_1 > \mu_2$ أو $\mu_1 < \mu_2$

والاختبارات الإحصائية في هذه الحالة تعتمد على التوزيع العيني للمتغير العشوائي $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ وهو يتوقف على ما إذا تباين كل من المجتمعين σ_1^2 و σ_2^2 معروفين أو غير معروفين، كما يتوقف كذلك على استقلال أو عدم استقلال الظاهرتين في المجتمعين. وبالتالي يتم إجراء الآتي:

أ- يتم حساب قيمة Z والتي تساوي $\dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_a}$

حيث S_a تساوي:

1) $$\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = S_a = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

في حالة معرفة كل من $\sigma_2^2 \sigma_1^2$ ، الانحراف المعياري للمجتمعين.

2) $$S_a = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

حيث S_1، S_2 هما الانحراف المعياري من العينتين في حالة عدم معرفة تباين المجتمعين.

3) $$\sigma_{\overline{P}_1-\overline{P}_2} = S_a = \sqrt{\overline{P}(1-\overline{P})\ \left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n_1}+\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n_2}}$$

حيث $\overline{P}$ هي النسبة في كلا المجتمعين وتستخدم هذه العلاقة لاختبار إذا كانت $P_1 = P_2$.

4) في حالة عدم معرفة النسبة للمجتمعين، فإن يتم أخذ $\overline{P} = \frac{\overline{P}_1 n_1 + \overline{P}_2 n_2}{n_1 + n_2}$

حيث $\overline{P}_1$، $\overline{P}_2$ هي النسب في كل من العينتين ويتم تطبيق قيمة S_a المعطاة في النقطة 3.

مثال (7)

فصلين بمستوى دراسي واحد الأول به 50 طالباً والثاني به 40 طالباً، أعطى لطلاب الفصلين نفس الاختبار، فكان متوسط درجات الفصل الأول 75 درجة بانحراف معياري قدره 7 درجات ومتوسط درجات الفصل الثاني 80 درجة بانحراف معياري قدره 8 درجات من هذه البيانات. هل يتم الاستدلال على وجود اختلاف معنوي في أداء طلاب الفصلين عند مستوى 5%؟

الحل

بافتراض أن الفصلين سُحبا من مجتمعين متوسطهما μ_1، μ_2 وعلى ذلك فإنه يجب التأكيد على الفرضيتين يتم اختيار:

$$H_o = \mu_1 = \mu_2$$

والاختلاف يرجع للصدفة وحدها:

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

والاختلاف هنا معنوي بين طلاب الفصلين.

لحساب قيمة Z المعيارية يتم إجراء الآتي ووفق البيانات التالية:

$$\overline{X}_1 = 75 \quad , \overline{X}_2 = 80 \quad , S_1 = 7 \quad , S_2 = 8$$
$$n_1 = 50 \quad , n_2 = 40$$

وحيث أن σ_1^2، σ_2^2 غير معروفين، وعلى ذلك فإن

$$S_a = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{49}{50} + \frac{64}{40}} = \sqrt{0.98 + 1.6} = 1.606$$

وبالتالي يمكن حساب قيمة Z كالتالي:

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_a} = \frac{75 - 80}{1.606} = -3.113$$

حيث أن قيمة Z الجدولية تقع بين -1.96 و 1.96، أي يتم رفض فرض العدم وعدم رفض (قبول) الفرض البديل، بمعنى أنه بدرجة ثقة 95% فإنه يوجد اختلاف معنوي(ذو دلالة إحصائية) في أداء طلاب الفصلين. أما إذا كان مستوى المعنوية (α تساوى 1%) فإن قيمة Z الجدولية (المعيارية) تقع في الفترة -2.58 و 2.58، أي في هذه الحالة يتم عدم رفض (قبول) فرض العدم.

مثال (8)

طبقاً لنظرية مندل في الوراثة فإن تهجين ما للحبوب سيعطي حبوباً صفراء وحبوباً خضراء بنسبة3:1 في تجربة ما تم الحصول على 196 حبة صفراء و 65 حبة خضراء، فهل هذه النتائج تتفق مع نظرية مندل؟

الحل

هذه المسألة يمكن اعتبارها كمسألة اختبار الفرض:

$$H_o : P = 0.75$$

حيث P ترمز إلى احتمال أن الحبوب المختارة عشوائياً ستكون صفراء. وفي هذه الحالة سيتم معالجة إجمالي عدد الحبوب 261 حبة كما لو كانت 261 محاولة في تجربة لها P = 0.75 تمثل احتمال النجاح في أية محاولة. وبالتالي فإن الانحراف المعياري يمكن حسابه كالتالي:

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{Pq}{n}} = \sqrt{\frac{(0.75)(0.25)}{261}} = 0.0268$$

والذي يمكن ملاحظته أن هناك تشابه إلى حد كبير مع اختبار الوسط. فالمنطقة الحرجة اختيرت كقيم $\hat{P}$ في طرفي المنحنى المعتدل للمتغير $\hat{P}$، والقيمة α=0.05، فالمنطقة الحرجة من هذه القيم لـ $\hat{P}$ الواقعة خارج النطاق والمعطاة بالصيغة التالية:

$$P - 1.96\sqrt{\frac{Pq}{n}} \quad , \qquad P + 1.96\sqrt{\frac{Pq}{n}}$$

$$\overline{X}1 = 75,\ \overline{X}2 = 80,\ S_1 = 7,\ S_2 = 8,\ n_1 = 50,\ n_2 = 40$$

وحيث أن σ_1 و σ_2 غير معروفين، فإنه يتم استخدام العلاقة التالية:

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{49}{50} + \frac{64}{40}}$$

$$= \sqrt{0.98 + 1.6} = \sqrt{2.58} = 1.606$$

وبالتالي يمكن الحصول على قيمة وكالتالي:

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}} = \frac{75 - 80}{1.606} = \frac{-5}{1.606} = -3.113$$

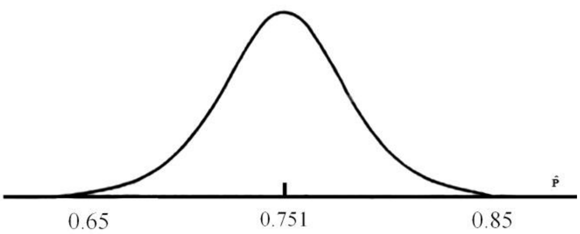
ونظراً لأن قيمة Z المعيارية تقع خارج الفترة 96.1- و 96.1 ، أي أنه يتم رفض زمن العدم (H_o) ويتم عدم رفض (قبول) الفرض البديل (H_a)، بمعنى أنه بدرجة ثقة 95% فإنه يوجد اختلاف معنوي في أداء طلاب الفصلين.

وحيث أن n = 261 و P = 0.75 في هذه الحالة، فإن الحسابات ستعطي الفترة:

P - 1.96(0.0265) = 0.75 – 0.103 = 0.647

P + 1.96(0.0268) = 0.75 + 0.103 = 0.853

والشكل يوضح التوزيع المعتدل التقريبي لـ $\hat{P}$ والمنطقة الحرجة التي تم تحديدها.



شكل (12) توزيع $\hat{P}$ المعتدل التقريبي

وحيث أن قيمة $\hat{P} = \frac{196}{261} = 0.751$ لا تقع في المنطقة الحرجة، فإن الفرض (H_o) يعتبر فرضاً غير مرفوض (مقبول) أي على أساس هذه البيانات، فليس هناك سبب للشك في أن نظرية الوراثة لمندل لا تنطبق في هذه المشكلة.

مثال (9)

إذا كانت نسبة النجاح في كلية الزراعة بجامعة عمر المختار 70%، ثم أحدثت بعض التغييرات في طريقة الامتحانات مع إضافة وحذف بعض المواد، وكانت النتيجة بعد التعديلات هو نجاح 800 طالب من مجموع 1000 طالب دخلوا الامتحانات. هل تحسنت النسبة بعد التعديلات عند مستوى معنوية 5%.

الحل

إن صيغة فرضية العدم تكون:

$$H_o : P = P_o = 0.7$$

والفرضية البديلة:

$$H_a : P = P_o > 0.7$$

∵ عدد الناجحين بالكلية كان 800 من 1000، فإن قيمة $\hat{P}$ هي:

$$\frac{800}{1000} = 0.8$$

ومن ثم فإن قيمة Z تساوي

$$\frac{\hat{P} - P_o}{\sqrt{\sigma_{\hat{P}}}}$$

حيث أن:

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{\hat{P}\hat{q}}{n}}$$

$$\hat{q} = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{1000}} = 0.01265$$

$$Z = \frac{0.80 - 0.70}{0.01265} = 7.91$$

وبالتالي فإن قيمة Z المحسوبة أكبر من Z الجدولية عند مستوى معنوية (1.96)5% وبالتالي يتم رفض فرضية العدم وعدم رفض (قبول) الفرضية البديلة، أي أن النتائج للامتحانات بعد حذف وإضافة المقررات الدراسية قد تحسنت بدرجة أكبر عما كانت عليه قبل إجراء التعديلات.

مثال (10)

مجموعتان A، B كل منهما تتكون من 60 شخص من بين المصابين بمرض معين. أُعطي للمجموعة A أحد الأمصال. لم يُعطِ للمجموعة الثانية (B) أي شيء (المجموعة B تُسمى المجموعة الضابطة)، كانت المجموعتان تعاملان معاملة متماثلة وبعد فترة من الزمن وجد أن من بين أفراد المجموعة (A) شُفي 45، بينما من بين أفراد المجموعة (B) شُفي 39 شخص.

والمطلوب اختبار الفرض القائل بأن المصل يساعد على الشفاء من المرض عند مستوى معنوية 5%.

الحل

الاختبار هنا هو اختبار للفرق بين نسبتين P_1 و P_2 حيث P_1 تمثل نسبة الشفاء في المجموعة (A) والذين استخدموا معهم المصل.

أما P_2 فتمثل نسبة الذين شفوا بدون استخدام المصل بالمجموعة (B)، والفروض هي:

$H_o:P_1=P_2$

أي الفروق المشاهدة ترجع إلى عوامل الصدفة وعدم فاعلية المصل:

$H_a:P_1\neq P_2$

أي الفروق معنوية بمعنى أن المصل كان له فاعلية في الشفاء وباستخدام العلاقة التالية:

$$Z=\frac{P_1-P_2}{\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}}$$

$$P_1=\frac{45}{60}=0.75 \qquad \mathrm{P}_2=\frac{39}{60}=0.65$$

$$q_1=1-0.75=0.25 \qquad \mathrm{q}_2=1-0.65=0.35$$

$$n_1=n_2=60$$

$$\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}=\sqrt{\frac{(P_1)q_1}{n_1}+\frac{P_2q_2}{n_2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(0.75)(0.25)}{60}+\frac{(0.65)(0.35)}{60}}=\sqrt{\frac{0.1875}{60}+\frac{0.2275}{60}}$$

$$=0.00692$$

وبالتالي يمكن حساب قيمة Z، وكالتالي:

$$\mathrm{Z}=\frac{\mathrm{P}_1-\mathrm{P}_2}{0.00692}=\frac{0.75-0.65}{0.00692}=14.45$$

وباستخدام اختبار من طرفين عند مستوى المعنوية 5%، فإنه يتم رفض الفرض العدمي وعدم رفض الفرض البديل (أي قبوله) بسبب أن قيمة Z المحسوبة أكبر من قيمتها الجدولية (1.96). أي أنه يتم إقرار بأن المصل كان له فاعلية في شفاء المرضى.

مثال (11)

ترغب مديرة أن تحدد عند مستوى معنوية 5% ما إذا كان الأجر بالسعة للعمال نصف المهرة متساوياً في مدينتين لعمل ذلك، فإنها تأخذ عينة عشوائية من الأجر بالسعاة من كل من المدينتين وتجد أن 6.00 دينار = X_1 ، 5.40 دينار = $\overline{X}_1$ 2.00 دينار = S_1 و 1.80 دينار = S_2 وذلك لعينتين من حجم $n_1 = 40$ و $n_2 = 54$.

الفروض التي يجرى اختبارها هي[1]:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad or \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad or \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

وهذا اختبار ذو ذيلين وتقع منطقة القبول للفرض H_0 في حدود ±1.96 تحت المنحى القياسي (شكل 10).

[1] دومنيك سليفاتوز، مرجع سبق ذكره، ص ص 101 - 102.

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{2.00^2}{40}+\frac{1.80^2}{54}}$$

$$= \sqrt{0.1+0.06} = \sqrt{0.16} = 0.4$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}} = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-0}{\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}} = \frac{0.6}{0.4} = 1.5$$

وحيث أن قيمة Z المحسوبة تقع داخل منطقة القبول، فإنه يتم عدم رفض (قبول) H_0، أي $\mu_1 = \mu_2$، عند مستوى معنوية 5%. ولكن إذا كان من المعروف أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي وكانت كل من n_1 وn_2 أصغر من 30 وبافتراض أن $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (وكلاهما غير معلوم)، فإن توزيع المعاينة للفرق بين وسطين يتبع توزيع t بدرجات حرية $n_1 + n_2 - 1$.

مثال (12)

ترغب شركة أن تحدد عند مستوى معنوية 1% ما إذا كانت نسبة المقبول من المكونات الالكترونية لمورد أجنبي، P_1 تزيد عنها لمورد محلى، P_2. وقد أخذت الشركة عينة عشوائية من شحنة كل مورد ووجدت أن $\bar{P}_1 = 0.9$ و $\bar{P}_2 = 0.7$ من عينات من حجم $n_1 = 100$ و$n_2 = 80$ وقد وضعت الشركة الفروض التالية:

$$H_0 : P_1 = P_2 \qquad H_1 : P_1 > P_2$$

هذا اختبار أيمن الذيل وتقع منطقة الرفض لمكونات الالكترونيةH_0 إلى اليمين من 2.33 تحت المنحى الطبيعي القياسي.

$$\bar{P} = \frac{n_1\bar{P}_1 + n_2\bar{P}_2}{n_1 + n_2} = \frac{(100)(0.9) + (80)(0.7)}{180} = \frac{146}{180} = 0.8$$

$$\sigma_{\bar{P}_1-\bar{P}_2} = \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_1} + \frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_2}} = \sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{100} + \frac{(0.8)(0.2)}{80}}$$

$$= \sqrt{0.0016 + 0.002} = \sqrt{0.0036} = 0.06$$

$$Z = \frac{(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sigma_{\bar{P}_1-\bar{P}_2}} = \frac{0.2}{0.06} = 3.33$$

وبالتالي يتم رفض H_0 و عدم رفض (قبول) الفرض أن $P_1 > P_2$ عند مستوى معنوية 1%.

13.7 معنوية الفرق بين المتوسطين في حالة الظواهر غير المستقلة

إن الخطأ المعياري $\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}$ في حالة عدم الاستقلال للظاهرتين يتم تقديره من العلاقة التالية:

$$\sigma_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} - 2r\left(\frac{S_1S_2}{\sqrt{n_1n_2}}\right)}$$

حيث r هي معامل الارتباط الخطي البسيط بين قيم الظاهرتين[1].

مثال (13)

من إحدى المدارس بمنطقة (محافظة) الجبل الأخضر تم اختيار عينة من 200 تلميذ، وفي بداية العام الدراسي تم إجراء امتحان اختبار في الذكاء، فكان متوسط درجات الاختبار 70 درجة بانحراف معياري 8 درجات. وفي نهاية العام أُجري لنفس المجموعة نفس الاختبار فكان متوسط درجات الاختبار 75 درجة بانحراف معياري 6 درجات. فإذا كان معامل الارتباط بين درجة الاختبار في بداية العام الدراسي وفي نهاية العام الدراسي هي850.. فهل يمكن القول بأن مستوى ذكاء الطلاب قد طرأ عليه تحسن عند نهاية العام الدراسي عند مستوى معنوية 5% و 1%.

الحل

بفرض أن المتوسط في نهاية العام الدراسي هو μ_1 وفي نهاية العالم الدراسي هو μ_2 وبالتالي فإن:

$$H_O:\mu_1=\mu_2$$

لم يطرأ أي تغير في مستوى ذكاء الطلاب.

$$H_a:\mu_1<\mu_2$$

حدث تحسن في مستوى ذكاء الطلاب.

من العلاقة التالية يمكن الحصول على قيمة Z:

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص ص 146 - 147.

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}}$$

$$200 = n \qquad 75 = \overline{X}_2 \quad , \qquad 70 = \overline{X}_1$$

$$S_1 = 8 \qquad S_2 = 6 \qquad r = 0.85$$

حيث

$$\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sqrt{\frac{64}{200} + \frac{36}{200} - 2(0.85)\left(\frac{(8)(6)}{200}\right)}$$

$$= \sqrt{0.092} = 0.3033$$

$$Z = \frac{70 - 75}{0.3033} = \frac{5}{0.3033} = 16.48$$

ولكن الاختبار هنا من طرف واحد، وعليه فإن قيمة Z المعيارية (الجدولية) عند مستوى معنوية 5% هي 6451. وعند مستوى معنوية 1% هي 2327. وفي كلتا الحالتين فإن Z المحسوبة أكبر منهما، ومعنى ذلك أن يتم رفض الفرض العدمي (H_o) ويتم الإقرار بان مستوى ذكاء الطلاب قد تحسن عند نهاية العام الدراسي عند مستوى المعنوية 5% و 1%.

13.8 تقدير حجم العينة الأمثل

في بعض الأحيان يكون المطلوب هو تحديد الحجم الأمثل للعينة العشوائية في ضوء بيانات المجتمع المطلوب دراسته باستخدام أسلوب المعاينة، وبالنظر إلى معادلة Z المعيارية والتي تُعطى بالعلاقة التالية:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

حيث أن $\overline{X}-\mu$ هي الفرق بين الوسط الحسابي للمجتمع والوسط الحسابي من بيانات العينة وكلاهما غير معروف أو على الأقل الوسط الحسابي للعينة غير معروف، لأنه لم يتم الحصول على العينة أصلاً، أما σ فهي الانحراف المعياري للمجتمع وكذلك $\sqrt{n}$ فهو الجذر التربيعي لحجم العينة، أما Z فيمكن تحديدها حسب مستوى المعنوية المطلوب أو بمعنى آخر حسب احتمال الخطأ في المخاطرة بقبول فرض العدم، ومن تلك العلاقة يمكن الحصول على الآتي:

$$n = \left(\frac{Z\sigma}{Z-\mu}\right)^2$$

مثال (14)

المطلوب سحب عينة عشوائية من مجتمع تباين 16 وحدة بحيث أن الخطأ في حساب الوسط الحسابي لها عن الوسط الحسابي للمجتمع لا يتعدى 60 وحدة، فما هو الحجم الأمثل لهذه العينة بمستوى معنوية 5%.

الحل

من البيانات بالمثال يلاحظ أن:

$$\sigma = 4, \qquad \overline{X} - \mu = 0.6$$

كما يلاحظ أيضاً أن الاختبار هنا من طرفين، حيث أن الخطأ في حساب الوسط الحسابي قد يكون بالزيادة أو النقصان ومن ذلك فإن قيمة Z الجدولية لمستوى معنوية 5% هو 96.1 وعلى ذلك فإن حجم العينة يساوي:

$$n = \left(\frac{Z\sigma}{\overline{X} - \mu}\right)^2 = \left(\frac{1.96 * 4}{0.6}\right)^2 = 170.74$$

أي أن حجم العينة يجب أن يكون 171 مفردة أو أكثر.

أما في حالة النسب فإن شكل المعادلة التي يتم بها تقدير حجم العينة الأمثل سيكون كالتالي:

$$n = P(1 - P)\left[\frac{Z}{W}\right]^2$$

حيث P هي النسبة في المجتمع، W هو الخطأ المسموح.

مثال (15)

في مصنع ألبان الجبل الأخضر بليبيا كانت نسبة الإنتاج الغير مطابق للمواصفات 0.03. أراد مدير المصنع سحب عينة من الإنتاج بحيث أنه بمستوى معنوية 5% لا يتعدى الفرق بين نسبة التآلف في العينة ومثيلتها في الإنتاج كله 0.008. فما هو الحجم الأمثل للعينة المطلوب سحبها من الإنتاج.

الحل

نسبة التالف في المجتمع هي 030.، والخطأ المسموح به هو 0080.، وحيث أن مستوى المعنوية هو 5% فإن Z الجدولية تساوي 96.1 وذلك لأن الاختبار من طرفين.

$$n = 0.03(0.97)\left[\frac{1.96}{0.008}\right]^2 = 1746.73$$

أي أن حجم العينة لابد وأن يساوي 1747 أو أكثر.

إن حجم العينة له أثر كبير وهام في النتيجة النهائية للدراسة واتخاذ القرار السليم، فكلما زاد حجم العينة كلما كان القرار المتخذ أكثر دقة، وكلما كان تقدير المعلمة أقرب على القيمة الفعلية.

13.9 أهمية الاختبارات الإحصائية

ليس هناك اتفاق بين القياسيين Econometricians حول أي من المعيارين الإحصائيين الممثلين في معامل التحديد واختبارات المعنوية أكثر أهمية، فعلى سبيل المثال أيهما أفضل أن يكون معامل التحديد مرتفعاً أم تكون الأخطاء المعيارية للمعلمات المقدرة منخفضة ؟ بالطبع لن تكون عملية الحكم على النموذج المقدر صعبة إذا اتضح أن معامل التحديد مرتفعاً والأخطاء المعيارية منخفضة، أو العكس ففـي مثل هذه الحالات يوجد هناك اتفاق بين المعياريين في الحكم على النموذج، ولكن تنشأ الصعوبة عندما يكون معامل التحديد مرتفعاً وفي نفس الوقت الأخطاء المعيارية مرتفعة أو العكس، ففي مثل هذه الحالات لا يوجد هناك اتفاق بين المعيارين الحكم على النموذج، وهنا يظهر تساؤل: هل يتم قبول المعلمات المقدرة أم يتم رفضها؟ يرى البعض أن قبول أو رفض المعلمات المقدرة بناءً

على معيار ما يعتمد أساسا على الهدف من تقدير النموذج ، فإذا كان الهدف هو التنبؤ فان معامل التحديد يكون هو المعيار الأكثر أهمية، أما إذا كان الهدف من القياس هو تفسير بعض الظواهر الاقتصادية فان اختبار المعنوية يعتبر هو الأكثر أهمية ، عموماً فان الأولوية تعطى للمعايير الاقتصادية ثم تأتي بعدها المعايير الإحصائية والقياسية، فإذا لم يجتز النموذج المقدر اختبار المعايير الاقتصادية بنجاح فلن يكون هناك أهمية كبرى للاختبارات الأخرى من وجهة نظر الاقتصادي[1].

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره ص ص 174-175.

13.10 التمارين

1. إذا كان متوسط العلامات في إحدى المواد الدراسية هو 65 درجة (علامة) وكان متوسط علامة العينة من الطلبة عددها 40 طالب من نفس المقرر هو 70 درجة بانحراف معياري قدرة 10 علامات ، أختبر الفرض القائل بأن مستوى الطلبة في العينة أفضل من لمستوى العام وذلك عند معنوية 1% و 5% .
2. إذا كان معلوماً أن حوالي 20% من المستهلكين يفضلون الشاي الأحمر فإذا قامت الشركة الموزعة لهذا النوع بحملة دعائية، ولبيان مدى نجاح هذه الحملة أخذت عينة من المستهلكين حجمها 200 مستهلك وتبين أن من بينهم 60 فرداً يفضلون هذا النوع، المطلوب اختبار مدى نجاح الحملة الدعائية في زيادة نسبة المستهلكين لهذا النوع من الشاي وذلك عند مستوى معنوية 1% .
3. في استبيان قام به أحد الباحثين على عينة مكونة من 300أستاذ في أحد الجامعات الليبية وذلك لدراسة نسبة المؤيدين لتغيير رئيس الجامعة الحالي ، فوجد من بينهم 100أستاذ يؤيد هذا الرأي (أي تغيير رئيس الجامعة الحالي).أختبر الفرض القائل بأن نسبة المؤيدين لا تختلف عن نسبة المعارضين للتغير عند مستوى معنوية 1% .
4. في أحد البحوث الإحصائية في مجال نسبة التعليم على محافظتين بليبيا، حيث أخذت عينة من 200 شخص (فرد) من كل محافظة حيث تبين أن عدد الذين تعليمهم متوسط في المحافظة الأولى بلغ 40 شخص وفي المحافظة الثانية 35شخص، أختبر الفرض القائل

بأن نسبة التعليم في المحافظة الأولى لا تختلف عن نسبتها في المحافظة الثانية عند مستوى المعنوية 5% .

5. إذا كان نسبة النجاح في كلية الزراعة بجامعة عمر المختار بليبيا تقدر بنحو 76% ثم أحدثت بعض التغيرات في طريقة الامتحانات مع إضافة وحذف بعض المقررات الدراسية، حيث كانت نتائج الامتحانات بعض التعديلات إن نجح ستمائة طالب من مجموع 800 طالب تقدموا للامتحانات بتلك الكلية ، والمطلوب معرفة ما إذا تحسنت نسبة النجاح بعد تلك التعديلات عند مستوى معنوية 5% .

6. أعطي اختبار (امتحان) أحد المقررات الدراسية لقسم من أقسام كلية الاقتصاد بجامعة عمر المختار ، حيث يتكون القسم الأول من 50 طالباً والقسم الثاني 60 طالباً ولقد قدر متوسط الدرجات والانحراف المعياري للقسمين بـ 64 درجة و 6 درجات و 66 درجة و 5 درجات على التوالي ، أختبر الفرض القائل بأنه لا يوجد اختلاف في الأداء بين هذين القسمين عند مستوى معنوية 5% .

7. مجموعتان أ ، ب تتكون كل منهما من 100 شخص مصابين بمرض معين أعطي مصل للمجموعة أ ولم يعط للمجموعة ب (التي تسمى المجموعة الضابطة) بخلاف ذلك فان المجموعتين تعاملان معاملة متماثلة، لقد وجد انه في المجموعة أ شفي 75 شخص من المرض بينما في المجموعة ب شفي 65 شخصاً أختبر أن المصل يساعد على الشفاء من المرض باستخدام مستوى معنوية 1% .

8. للمقارنة بين متوسطي أعمار سكان المدن والقرى ، حيث كان أعمار سكان المدن يتبع توزيع طبيعي بانحراف عياري قدرة 7 سنوات واعتمار سكان القرى يتبع توزيع طبيعي بانحراف معياري قدرة 9 سنوات ، أخذت عينة من سكان المدن (n_1) تساوي 20 شخصاً كان متوسط أعمارهم63 سنة ، وكذلك عينة من سكان القرى (n_2) تساوي 25 شخصاً كان متوسط أعمارهم60 أختبر الفرض القائل إنه لا يوجد اختلاف معنوي بين متوسطي أعمار المجتمعين عند مستوى معنوية 1% .

9. أخذت عينة مكونة من 30 عجلاً من مزرعة لتسمين الماشية فوجد أن متوسط الوزن للعينة ($\overline{X}$) هو 142 كجم ،أختبر الفرض القائل بأن متوسط وزن العجول بالمزرعة أقل من 200 كجم إذا علم أن الانحراف المعياري للمجتمع (σ) يقدر بنحو 20 كجم وذلك عند مستوى معنوية 5% .

10. يذكر مصنع الرابطة للأدوية بليبيا بأن دواء من إنتاجه له فاعلية في الخفيف من الحساسية فترة 24 ساعة بنسبة 90%، أخذت عينة من 200 شخص مصابين بالحساسية لمعرفة تأثير الدواء عليهم، حيث تبين أن 160 منهم قد أدى الدواء إلى تخفيف الحساسية لديهم، أختبر ما إذا كان ادعاء المصنع صحيحاً أم لا عند مستوى معنوية 5%.

الفصل الرابع عشر

14 تحليل التباين واستخداماته الاقتصادية

14.1 مقدمة

14.1.1 أسس تحليل التباين

14.1.2 مفهوم تحليل التباين

14.2 خطوات طريقة تحليل التباين

14.3 اختبار مدى أهمية المتغيرات النوعية في تفسير الظاهرة باستخدام تحليل التباين

14.3.1 التصنيف الأحادي أو تحليل التباين ذو الاتجاه الواحد

14.3.2 تحليل التباين ذو الاتجاهين

14.4 دراسة مقارنة بين تحليل التباين وتحليل الانحدار

14.5 استخدامات تحليل التباين في الدراسات الاقتصادية

14.6 التطبيقات والتمارين

14 تحليل التباين واستخداماته الاقتصادية

Analysis of Variance (ANOVA) And its Economic uses

يعتبر هذا الفصل تلخيصاً لجميع ما تم استخدامه من الأساليب الإحصائية وبالتالي فهو أكثر الأساليب الإحصائية استخداماً في تحليل الظواهر الاقتصادية. ويبدو ذلك واضحاً من خلال ما تضمنه هذا الفصل من فقرات تؤكد ذلك، حيث تطرق هذا الفصل إلى مفهوم التباين والخطوات الأساسية التي تساعد على استخدام هذا الأسلوب واختبار استخدام المتغيرات الكمية والنوعية متطرقا بذلك إلى تحليل التباين ذو الاتجاه الواحد والاتجاهين مع دراسة مقارنة بين تحليل التباين وتحليل الانحدار، قد جاءت التطبيقات في هذا الفصل مميزة ومتنوعة فشملت دراسة عن الطلب والخصخصة ودالة الاستهلاك والادخار مع إعطاء تحليل تفصيلي للاختبارات وخاصة اختباريF، t لرفض وقبول فرضيات الدراسة، وكذلك شملت الاختبارات اختبارR^2 واختبارchow وغيرها.

وختم الفصل بمجموعة من التمارين التي تغطي فقرات هذا الفصل والفصول السابقة.

14.1 مقدمة

عند دراسة اختبار الفرضيات حيث تمت مقارنة وسطين أو انحرافين معياريين لعينتين مختلفتين بهدف معرفة ما إذا كان الفرق بينهما جوهريا أم لا وذلك من خلال استعمال التوزيع الطبيعي أو توزيع t حسبما يكون حجم العينة أكبر أو أصغر من 30 ولكن عندما يكون هناك عدة عينات، و الرغبة في مقارنة أوساطها أو تبايناتها باستعمال الطريقة السابقة في اختبار الفروض فسوف يكون هناك عدد كبير من المقارنات. فلو تم افتراض وجود

10عينات والمطلوب مقارنة أوساطها الحسابية فيجب القيام بعدد كبير من المقارنات حسب علاقة التوافيق التالية:

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 48$$

إن عملية من هذا النوع باهظة التكاليف من حيث الجهد والوقت إضافة أن احتمال الحصول على جواب خاطئ سوف يزداد. فلو تم افتراض أن درجة الثقة 95% فإن احتمال الحصول على الجواب في كل عملية هو 0.95، واحتمال الحصول على جواب صحيح في كل هذه المقارنات، عندما تجري 45 مقارنة هو جراء احتمال تحقق الحادث المرغوب بنفسه45 مرة (حسب مبدأ استقلالية الحوادث) و يكون احتمال الحصول على الجواب الصحيح هو:

$$P_r A = (095)^{45} = 0.1$$

واحتمال الحصول على جواب واحد خاطئ على الأقل هو:

$$P_r A = 1 - 0.1 = 0.9$$

من هذه النتيجة يلاحظ أن احتمال الحصول على إجابة خاطئة قد ارتفع بشكل كبير مما يجعل اختبار الفروق أو التباينات غير ذو فائدة، لهذا أوجد علماء الإحصاء طريقة جديدة تسمى بتحليل التباين والتي تأخذ بعين الاعتبار كل العينات وتقتصد الوقت والجهد وتتلافى عيوب الطريقة السابقة.

إن للصدفة في الدراسات الاقتصادية والسكانية والبيولوجية معنى يختلف عن معناه

عند إلقاء قطعة نقد أو سحب كرة من صندوق. فعلم الاحتمال يعتبر أحد الصدفة عند إلقاء قطعة (زهرة) النرد مثلا غير قابلة للخضوع لأي سبب يؤدي إلى عزلها و السيطرة عليها بينما في دراسة الظواهر الطبيعية يتم اكتشاف عدد أكبر من عوامل التغير ووضعها تحت المراقبة. فكلما كبر عدد العوامل المؤثرة في الظاهرة المدروسة كلما نقص أثر عامل الصدفة. فالدراسة النموذجية في هذه الحالة تكمن في تمثيل ضمن علاقة تابعية كل قيمة لأن تكون مشاهدة بواسطة عوامل محددة لها. فالصدفة تمثل في هذه الحالة مجموعة العوامل التي لم يتم تشخيصها بعد أو التي لم الاستطاعة على تشخيصها[1].

14.1.1 أسس تحليل التباين

"بافتراض أن هناك رغبة في دراسة قياس متانة سلك معدني، لهذا يتم إجراء العديد من التجارب والنتائج التي يتم الحصول عليها تكون مختلفة في كل مرة والخلاصة من ذلك أن هناك بعض العوامل التي تؤثر على نتيجة القياس حيث تختلف هذه العوامل من تجربة إلى أخرى. فمقاومة سلك معدني للانقطاع يمكن أن ترجع إلى طريقة تركيبه بعمره بدرجة حرارته بالأجهزة المستخدمة لقياس مقاومته بالمجرب نفسه ... الخ.

فمن الواضح انه إذا تم الانتقال إلى المجال الاقتصادي أو الاجتماعي فان العوامل المؤثرة في الظاهرة محل الدراسة ستكون أكثر بكثير من العوامل المذكورة أعلاه، إن دراسة كل

---

[1] للمزيد من الإيضاح انظر إلى:

* أحمد رفيق وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مرجع سبق ذكره، ص ص 163-164.

* سعد اللافي مؤمن، الإحصاء الاستنتاجي، الجزء الأول، مطابع الثورة، بنغازي، ليبيا، 2007، ص ص 193-196.

عامل على حده وبشكل مستقل سيؤدي بدون شك إلى تشويه النتائج لهذا يتم اختيار عدد من العوامل الرئيسية التي تؤثر على الظاهرة المدروسة وبشكل مسبوق وتُفسّر بالتالي الجزء الأكبر من تشتت نتائج القياس.هذه العوامل التي يتم اختيارها و تتم مراقبة سلوكها تجاه الظاهرة المدروسة تسمى عوامل تحت المراقبة أو عوامل مراقبة، بينما الأسباب الأخرى المعروفة أو المجهولة التي يمكن أن تُعدّل في النتائج التجريبية تسمى العوامل غير المراقبة.

إنه من الصعب تقييم مسبقا كيف تتصرف العوامل الغير مراقبة على النتائج، فهي عديدة و تتغير عشوائيا من تجربة إلى أخرى، من جهة أخرى، فان تأثيرها النسبي يجب أن يكون ضعيفاً، وألا يجب أن يكون جزءا من العوامل المراقبة وبافتراض أن مجموعة من العوامل غير المراقبة تخضع لقانون التوزيع الطبيعي ومن خلال نتائج التجارب يمكن الحصول على الوسط الحسابي والتباين للمتغير الذي يسمى المتبقي والذي يمثل مجموعة من العوامل التي لم تراقب. بالإضافة إلى هذين الاثنين من العوامل، من الممكن تصوّر عوامل لا تتغير عشوائياً من تجربة إلى أخرى حيث تأثيرها النسبي غير ضعيف، والسؤال هنا هل تخل هذه العوامل بالصفة الطبيعية لتوزيع العوامل غير المراقبة؟ والجواب سيكون بالإيجاب طبعاً. وهذا قد ينطبق على الأجهزة التي تقيس متانة السلك كما في المثال السابق عندما لا يتم استعمال نفس الجهد في كل تجربة.

عندما يتم تشخيص عامل ما أو مجموعة عوامل، فيجب الحذر في معالجتها ووضعها تحت المراقبة، حيث من الممكن أن تمثل هذه العوامل المشخصة طريقة واحدة في التأثير. ففي هذه الحالة ستسمى عوامل مثبتة، وبصورة عامة عندما يكون هناك عوامل لا تدخل في الدراسة في الدراسة يتم إعطائها قيمة ما وتبقى هذه القيمة ثابتة خلال تكرار التجربة بهدف

استبعاد جزء من تشتت المشاهدات مثل حالة الحرارة، الرطوبة، الضغط بالنسبة للمثال السابق. ومن خلال ما تم شرحه يتم التساؤل الآتي:

أ- هل الظاهرة المدسوسة تتأثر أم لا بأحد العوامل المراقبة ؟

ب- إذا كان الجواب بالإيجاب مثلا العامل (A) فما هي إذن النمط أو الكيفية الأكثر أهمية لتمثيله ؟

ج- إذا كانت أنماط العامل (A) قابلة للقياس الكمي، فهل يمكن إيجاد صيغة تربط نتيجة التجربة بالعامل العددي الذي يمثل النمط أو الكيفية؟.

إن الطرائق التي تسمح بالإجابة على السؤالين الأول و الثاني تعالج تحت اسم تحليل التباين أو تحليل التباين المشترك، أما الطريقة المتعلقة بالسؤال الثالث فتسمى تحليل الانحدار و قد تمت دراسته مسبقا، كما إن تحليل التباين يمكن أن يتم وفقا لمعيار واحد أو لصفة واحدة فيسمى تحليل التباين أحادي التصنيف، أو وفقاً لمعيارين أو أكثر فيسمى ثنائي أو متعدد التصنيف.

تتم عملية تحليل التباين، وفق المرحلتين التاليتين

الأولى: توزيع مجموع التباين، أو مجموع مربعات الانحرافات أو الفروق إلى:

أ- مجموع مربعات الفروق بين وحدات كل عينة.

ب- مجموع مربعات الفروق بين أوساط العينة.

الثانية: تقدير الانحراف المعياري للمجتمع بطريقتين مختلفتين، الأولى تستند إلى مجموع مربعات الفروق بين أوساط العينات، ثم تتم المقارنة بين التقديرين مستعملين توزيع F لتقدير

فيما إذا كان الفرق جوهرياً أم غير جوهري، وسيتم التطرق بالتفصيل إلى ذلك لاحقاً[1]

14.1.2 مفهوم تحليل التباين

يهدف تحليل التباين إلى معرفة فيما إذا كانت مجموعة من العينات متجانسة أم لا بالإضافة إلى اختبار مدى أهمية المتغيرات المختلفة في تأثيرها على سلوك الظواهر الاقتصادية، وذلك من خلال تحديد النسبة التي يعتبر كل متغير مسئول عنها في تغير الظاهرة. فعلى سبيل المثال دراسة أهم العوامل التي تؤثر في إنتاجية الهكتار من القمح فتجعله مرتفعاً في بعض المناطق ومنخفضاً في بعض المناطق الأخرى. وبالتالي يتم اختبار أثر بعض العوامل التي يُعتقد أنها تؤثر على إنتاجية الهكتار، مثل نوع السماد ونوع البذور وكمية المياه المستخدمة ونوعها. ويساعد تحليل التباين في هذه الحالة على تحديد العوامل ذات التأثير الجوهري على إنتاجية الهكتار من بين العوامل السابقة، كما يساعد هذا التحليل على تحديد الأهمية النسبية لكل عامل منها في تأثيره على هذه الإنتاجية.

يعود أول استخدام لتحليل التباين (ANOVA) إلى الاقتصادي – القياسي (راقنر فريش Ragner A. Frisch)[2] حيث استخدمه كطريقة إحصائية لتحليل البيانات التجريبية. وقد استخدم في البداية تحليل نتائج التجارب الزراعية باستخدام عوامل مختلفة مثل الأسمدة X_1 ، والبذور X_2 ، وكمية المياه X_3 ، وغيرها، ولكن سرعان ما انتشر استخدامه في

---

[1] أحمد رفيق وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مرجع سبق ذكره، ص ص 165–167.

[2] كوتستيانس (Koutsoyiannis)، نظرية الاقتصاد القياسي، ترجمة محمد عبد العال وآخرون، الجامعة المستنصرية، وزارة التعاليم العالي، بغداد، العراق، 1991، ص 183.

علوم مختلفة كالاقتصاد. وقد استخدم أصلاً لمعرفة مركبات التباين الكلي للمتغير التابع (Y_i)، حيث تمثل هذه المركبات كانعكاسات لتأثير عوامل متباينة على التباين الكلي، وقد اعتبرت هذه العوامل (Factors) كأسباب (Causes) أو مصادر (Sources) لظهور الاختلافات أو الفوارق أو الانحرافات التي ظهرت على المتغير التابع.

يترادف تحليل التباين مع تحليل الانحدار Regression Analysis حيث يُهدف تحليل الانحدار إلى تحديد العوامل (Factors) التي تسبب في انحراف المتغير التابع، أي تحليل الانحدار يُحدّد بقيم رقمية لتأثير مختلف العناصر التوضيحية على المتغير المعتمد (التابع)، وقد تمت الملاحظة عند التطرق إلى تحليل الانحدار بأنه قد تم تقسيم الانحراف الكلي أو التغير الكلي (Total Variation) أو الاختلاف الكلي في المتغير التابع إلى جزأين هما:

الأول: وهو الاختلاف المفَسَّر بخط الانحدار Explained.

الثاني: وهو الاختلاف غير المفَسَّر Un-explained وهو مُعرّف بالنقاط ومربع مسافاتها عن خط الانحدار في الشكل الانتشاري، عدا ذلك فإن معامل التحديد المتعدد يمثل النسبة من الاختلاف الكلي المفسَّر بخط الانحدار.

يُقصد بتحليل التباين Analysis of Variance واختصاراً بـ (ANOVA) الطريقة الإحصائية التي تستخدم لإيجاد التغير الكلي وهيكله في المتغير التابع (Y_i)، ومن أهم استخدامات تحليل التباين ما يلي:

1- فصل أثر المتغيرات التي تسبب التغير في المتغير التابع Y_i.

2- قياس التغيرات التي تسببها المتغيرات المستقلة المسئولة عن التغير في الظاهرة Y_i.

3- اختبار مدى أهمية المتغيرات المستقلة المختلفة في تفسير سلوك الظاهرة Y_1.

4- اختبار دقة معنوية (دلالة) تأثير العوامل المؤثرة في الظاهرة على Y_i.

5- اختبار معنوية معادلة الانحدار ككل.

6- اختبار القيود المفروضة على معاملات دالة ما.

7- اختبار مدى استقرار معاملات الانحدار عند زيادة حجم العينة.

8- اختبار معنوية الاختلاف بين معلمات تم الحصول عليها من عينات مختلفة.

9- اختبار معنوية التحسن في المقدرة التفسيرية الناجم عن إضافة متغير جديد.

إن طريقة تحليل التباين تستخدم في تحليل الانحدار لإجراء الاختبارات المعنوية أو الأهمية المختلفة، وتفسير هذه الاستخدامات لتحليل التباين يتوقف على ما يلي من الاختبارات:

1) اختبار فرض أن متوسطات أكثر من مجتمعين متساوية أو مختلفة عندما تكون المجتمعات موزعة توزيعاً طبيعياً مع تساوي التباين بين متوسطات العينات والتباين داخل العينات[1]، وهذا يتطلب إجراء اختبارات F[2] .

2) اختبار فرضية أن المتغير العشوائي (u_i) في نموذج الانحدار هو المصدر الوحيد للتغير الذي يحدث في المتغير المستقل من خلال تباين الخطأ $(\hat{S}_u^2)$ أو تباين مربع المتغير العشوائي

---

[1] دومنيك سالفاتور "الإحصاء والاقتصاد القياسي" سلسلة ملخصات شوم، دار ماكروهيل للنشر، دار المريخ، الرياض، المملكة العربية السعودية، 1982، ص 104.

[2] محمد صالح تركي القريشي، مقدمة في الاقتصاد القياسي، الوراق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004، ص ص 176-177.

(البواقي)، أو إن هناك تأثير ناجم عن حركة المتغيرات المستقلة وانعكاساتها على المتغير التابع من خلال التباين المقدّر من تأثير المتغيرات المستقلة أو تباين الانحدار (S_u^2) وهذا أيضاً يتطلب إجراء اختبار (F) .

3) تحليل العلاقة بين المتغيرات واتجاهاتها وقوتها من خلال التباين والتباين المشترك Covariance لمتغيرين (أو أكثر) أحدهما تابع، والآخر مستقل.

4) تحليل وتقييم جودة الاستدلال من تباين المعلمات المختلفة.

5) تحليل وتقييم جودة توفيق النماذج من خلال معاملي التحديد (R^2) والارتباط (r).

6) استخدام تحليل التباين كنموذج قياسي لتحديد أثر متغير وصفي (نوعي) على متغير كمي[1]، الذي يمثل الظاهرة المدروسة.

أما مكونات تحليل التباين فيمكن تلخيصها فيما يلي:

1. تحديد الاختلاف الكلي (التباين الكلي) أو مجموع مربع انحرافات قيم المتغير التابع عن وسطه الحسابي[2]. ويُرمز له بالرمز SST ويأخذ الصيغة الآتية:

$$\sum y_i^2 = \sum \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$$

2. تحليل وتجزية التباين الكلي (SST) إلى مصادره الأصلية وهي:

---

[1] جورج. أ فيسلوفكي: الانحدار المتعدد وتحليل التباين، ترجمة شلال حبيب الجبوري، الجامعة المستنصرية، بغداد، العراق،1990، ص 197.

[2] وليد إسماعيل السيفو وأحمد مشعل "الاقتصاد القياسي والتحليلي – بين النظرية والتطبيق"، دار المجدلاوي للطباعة والنشر ، عمان، الأردن، 2004، ص ص 233- 236.

(i) التباين المرتبط بالعوامل المؤثرة، وهي التي تم التعمد بإدخالها وتقدير معلماتها وهذا ما يمكن تسميته بأثر المعالجات (المعالم) Treatment Effect واختصاراً يُرمز له بالرمز $\sum \hat{y}_i$ وصيغته هي $\sum \hat{y}_i = \sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ أي (SSR).

(ii) تحديد أثر المتغير العشوائي (Stochastic Variable) أو عامل الصدفة أو (Random or Stochastic Effect) والذي يُرمز له بالرمز $\sum e_i^2$ وصيغته هي:

$$\sum e_i^2 = \sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

3. قياس هذه الآثار (Effects) كمياً باستخدام الأساليب الإحصائية.
4. اختبار دق وصحة تقدير الآثار.
5. احتساب نسبة أثر المعالجات إلى الأثر العشوائي لاحتساب إحصاءه(F) المقدرة أي:

$$F = \frac{\sum \hat{y}}{\sum e_1^2} = \frac{\text{المعامل}}{\text{الخطأ}}$$

6. مقارنة (F^*) المحسوبة مع F الجدولية، وبوجود فرضيتين هما فرضية العدم H_0 (أي لا يوجد تأثير جوهري للعامل المعتمد عليه). والفرضية البديلة (H_1) التي تنص على وجود أثر معنوي للعامل المعتمد عليه.

يلاحظ أن F هنا تدعى نسبة التباين Variance Ratio وأن حرف F أخذ من الكلمة Fisher (فيشر) الذي أستنبط هذا الاختبار، إذا كان كلا من المقدرين متقاربين فإن نسبتها سوف تكون مقاربة إلى الواحد صحيح، أما إذا كان الفرق بين التباينين كبيراً،

فإن قيمة F ستكون كبيرة، لذا فالقيمة العالية لـ F يتوقع أن الفرق بين التباينين معنوية وترفض الفرضية التي تعنى بأنه ليس هناك فرق معنوي بين التباينين.

وبناء عليه يتم تعديل النتائج وفق مستجدات الاختبارات لتحسين مقدرة النموذج على التفسير والتحليل لغرض التنبؤ وصنع القرار المناسب. ويمكن اختصار تحليل العلاقة أعلاه بما يلي:

(الخطأ) SSE +(العوامل) SSR = (التغير الكلى في SST(Y

Total Variation in Y=Treatment Effect + Stochastic (Random Effect)

$$\sum y_i^2 = \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2$$

أو

$$\sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 = \sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2 + \sum\left(Y_i - \hat{Y}\right)^2$$

14.2 خطوات طريقة تحليل التباين

لأجل إجراء تحليل التباين يتوجب الأمر أن يتم إتباع الخطوات الآتية:

أولاً: تحديد وحدة الأساس أو وحدة المقارنة Base Unit or Comparative Unit والمقصود بوحدة الأساس هي تلك الوحدة القياسية المحددة بهدف تحليل التباين ومن هذه الوحدات الأساسية هي الوسط الحسابي للمجتمع (أو العينة الكبيرة) وبالنسبة للمتغير (X_i) والمتغير التابع (Y_i) فإنه أولاً يتم إيجاد المتوسطات:

$$\overline{Y}_i = \frac{\sum Y_i}{n} \text{ و } \overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

ثانياً: حساب مجموع مربع الانحرافات عن وحدة الأساس وتتمثل فيما يلي:

أ) مجموع مربع الانحرافات الكلي Total Sum of Squares (SST) يمثل مربع التغير أو الاختلاف الكلي للظاهر ويُرمز له أيضاً

بالرمز(SS_Y) ويأخذ الصيغة الآتية:

$$SS_Y = \sum \left(Y_1 - \overline{Y}\right)^2$$

أو

$$SS_Y = \sum y_i^2$$

حيث تمثل $\overline{Y}_i$ المتوسط العام لإجمالي العينات المدروسة.

ب) مجموع مربع انحرافات قيم المشاهدة للعينات الصغيرة عن وسطها الحسابي ويُرمز له بالرمز SSE أي مجموع مربع الخطأ أي:

Error Sum of Squares ويأخذ الصيغة الآتية:

$$SSE = \sum \left(Y_i - \overline{Y}_j\right)^2$$

ويقيس أثر العوامل العشوائية (الصدفة) وأن $\overline{Y}_j$ يقيس متوسط قيم الصيغة التي هي جزء من المجتمع أو العينات الكبيرة.

ج) مجموع مربعات المعالجات Treatment Sum of Squares ويُرمز له بالرمز SST وهو عبارة عن الفرق (الاختلاف) بين المتوسطات الحسابية للعينات الصغيرة $\overline{Y}_i$ والمتوسط

الحسابي العام $(\overline{Y})$ مضروباً في عدد مشاهدات العينات الصغيرة (n). أو يقيس الانحرافات المربعة بين وسطي عينتين (داخل العينات) والذي يُعزى إلى الخطأ بالتجربة (Experimental Error) ويُحسب كالآتي:

$$SST = \sum n\left(\overline{Y}_j - \overline{Y}\right)$$

حيث أن $\overline{Y}_j$ متوسط العينات، $(\overline{Y})$ المتوسط العام.

وتقيس مربعات الانحرافات (SST) و (SSE) نوعي التباين (Variance) بين الوسطين وداخل العينة، وكلما كبرت SST قياساً إلى SSE، كلما دل ذلك على فرق (اختلاف) جوهري ناجم عن تأثير المتغير المعني.

3– درجات الحرية Degree of Freedom

ويُرمز لها بالرمز (d.f) وتُستخدم إحصائياً لتُعبّر عن عدد المتغيرات في النموذج الخطي البسيط مثلاً وعددها اثنين $(Y_i، X_i)$ أو عن عدد المعلمات المقدرة من الانحدار وهما اثنان أيضاً $(\hat{b}, \hat{a})$، وتُحسب درجات الحرية بالنسبة للظاهرة أو النموذج المتكون من متغير واحد (n-1) أي عدد المشاهدات للمتغيرات مطروحاً منه واحد. أما في تحليل التباين فإن درجات الحرية تُحسب كالآتي:

عدد الانحرافات المربعة (n) مطروحاً منها عدد المتغيرات المستقلة في النموذج الخطي البسيط أي أن مجموعها يساوي n-1 للدالة الخطية كما هو موضح أدناه:

$$total = n - k + k - 1$$

n - 1 = بين + داخل

4– التباين Variance

كما تم توضيحه في الفصول السابقة أن كل دالة انحدار تضم معلمتين أو أكثر مستقلتين أحدهما عن الأخرى وهما:

أ) معلمة العنصر المستقل وتُقاس بالاختلاف أو التباين المفسّر أو تقيسها بالتباين الناتج عن المعالجات (Treatment).

ب) معلمة العنصر العشوائي وتُقاس بالاختلاف أو التباين غير المفسّر أو تقيسها بتباين الأخطاء (Errors).

ويحدد التباين إمكانية حساب قيمة اختبار(F)، والتي تمثل نسبة العلاقة بين التباين المذكور في (أ) و (ب) أعلاه وكالآتي:

1– التباين الكلي Total Variation

وهو عبارة عن مربع مجموع انحرافات كل القيم عن وسطها الحسابي العام مقسوماً على درجات الحرية وصيغته هي:

$$S_Y^2 = \frac{SS_Y}{n-1}$$

2– التباين بين المتوسطات أو التباين ما بين العينات أو التباين نتيجة المعالجات ويُرمز له بالرمز (MST) ويساوي:

$$MST = \frac{\sum n\left(\overline{Y}_i - \overline{Y}\right)}{k-1} \qquad \text{(Mean Squares of Treatment)}$$

3– التباين داخل المجموعات (التباين داخل العينة) Mean Squares of Error.

ويساوي:

$$MSE = \frac{\sum\left(Y_i - \overline{Y}_j\right)}{n-k}$$

وهذه الصيغة تقيس أثر العامل العشوائي أو عامل الخطأ (الصدفة).

5- قياس اختبارF ويتم بموجب الصيغة التالية:

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{\sum n\left(\overline{Y}_i - \overline{Y}\right)}{k-1} \Big/ \frac{\sum\left(Y_i - \overline{Y}_j\right)}{n-k}$$

ويمكن تلخيص خطوات طريقة تحليل التباين بما يلي:

SST	=	SSR	+	SSE
Total Sum of Squares	=	Sum of Squares between groups	+	Sum of Squares within groups
Total Variation	=	Between Variation	+	Within Variation
		(بين الاختلاف)		(داخل الاختلاف)

أما:

قيمة F المحسوبة تساوي:

$$F^* = \frac{Between\, Variation}{Within\, Variaton} = \frac{\text{التباين ما بين العينات}}{\text{التباين داخل العينات}}$$

14.3 اختبار مدى أهمية المتغيرات النوعية في تفسير الظاهرة باستخدام تحليل التباين

من أهم استخدامات تحليل التباين في التطبيقات الاقتصادية هو اختبار أهمية المتغيرات النوعية في تفسير الظاهرة، ويتم ذلك في اتجاهين هما:

1- تحليل التباين لمتغير تفسيري نوعي واحد (تحليل التباين باتجاه واحد One-Way ANOVA.

2- تحليل التباين لمتغيرين تفسيريين نوعيين (تحليل التباين باتجاهين Two-Ways ANOVA.

وسيتم التطرق لكليهما بالتفصيل كما يلي:

14.3.1 التصنيف الأحادي (One-way Classification) أو تحليل التباين ذو الاتجاه الواحد (متغير واحد) One-Way ANOVA (النموذج العام)

إن أسهل أنواع تحليل التباين هو التصنيف الأحادي (One-Way ANOVA) وهو عبارة عن تصنيف المشاهدات إلى عدد من المجموعات على أساس خاصية واحدة ويكون ذلك بإخضاع عدة تجارب لعدد من المعاملات التي تمثل مستويات الخاصية الواحدة واختبار تأثير هذه المعاملات (Treatments) على المشاهدات التي يتم الحصول عليها[1].

في هذا النوع من التحليل يمكن تقسيم الاختلافات الكلية إلى مصدرين، الاختلافات الراجعة إلى المعاملات والأخرى ترجع إلى مجموع العوامل الغير متحكم فيها أو ما تعرف بالاختلافات العشوائية أو الأخطاء التجريبية (random or experimental error) وتتكون البيانات هنا من عدد من العينات المستقلة عددها (i) لكل من عدد من الأفراد

---

[1] للمزيد من الإيضاح أنظر:

محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء، دار جون وايلي للنشر، لندن، بريطانيا، 1983، ص ص 223- 228.

Thomas H .Wonnacott ، Ronald ، Wonnacott، Introductory Statistics For Business And Economics ، John Wiley &Sons 4 th edition U.S.A 1990 ، PP 325-347.

(المشاهدات) يرمز له بالرمز n_1، n_2،...، n_i ويرمز لكل فرد برمزين الأول يرمز إلى رقم العينة أو المعاملة (i) والثاني يرمز إلى رقم الفرد (المشاهدة) داخل العينة أو المعاملة (j).

فالقيمة Y_{ij} تمثل قيمة الفرد أو المشاهدة رقم j في المعاملة i. وعلى هذا الأساس فإن Y_{23} تمثل قيمة الفرد الثاني من المعاملة الثالثة. كذلك فإن Y_{43} تمثل قيمة الفرد الرابع من المعاملة الثالثة. فإذا تم اعتبار أن k تعبر عن مجموعة من المجتمعات ويُفترض أنها مستقلة. فإذا تم اعتبارk من المجتمعات الإحصائية ويُفترض أنها مستقلة عن بضعها البعض وتخضع للتوزيعات الطبيعية ذات المعدلات μ_1،μ_2، ...، μ_k ونفس التباين σ^2، وإذا ما تم أخذ (سحب) عينات عشوائية بسيطة من المجتمعات المذكورة حجم كل منها n والرغبة في إيجاد طرق مناسبة لاختبار الفرضية:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_4$$

مقابل الفرضية البديلة: يوجد معدلان على الأقل غير متساويين: H_i. يتم التعبير بالرمز Y_{ij} للمشاهدة ذات الرقم j المأخوذة ذي الرقم i فتظهر المشاهدات كما في الجدول 14.1.

الجدول (14.1) النظام العام لبيانات العينات بفعل تطبيق عدد k من المعاملات

ترتيب العينة / ترتيب المشاهدة في العينة	المعاملات(العينات)			مجموع **Total**
	1	**2**	**3............i...........k**	
1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}.........Y_{i1}.......Y_{K1}	
2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23} .... Y_{i2}....... Y_{K2}	
3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33} .... Y_{i3}....... Y_{K3}	
j	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j} .... Y_{ij}........ Y_{Kj}	
n	Y_{1n}	Y_{2n}	Y_{3n} .... Y_{jn}........... Y_{Kn}	
$\sum_{i=1}^{n}$	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	$Y_{3.}$ .... $Y_{j.}$ .... $Y_{K.}$	مجموع كلى ($Y_{..}$) grand total
عدد العينات	n_1	n_2	n_3 .... $n_{j.}$ .... n_K	
المتوسطات	.... $\overline{Y}_{i.}$ .... $\overline{Y}_{n.}$ $\overline{Y}_{3.}$ $\overline{Y}_{2.}$ $\overline{Y}_{1.}$			متوسط المتوسطات $\overline{Y}_{..}$

يُعرف مدى انحراف قيم Y عن المتوسط بالانحراف أو الاختلاف. وفي هذا النوع من البيانات هناك نوعين من المتوسطات، المتوسط العام ($\overline{Y}_{..}$) ومتوسط العينة أو المعاملة $\overline{Y}_{i}$ ، ويعرف مدى انحراف الفرد عن المتوسط العام بالانحراف الكلي، ومجموع مربع

الانحرافات لهذا المصدر بمجموع الانحرافات الكلية، أي الانحراف الكلى يساوي $\left(\overline{Y}_{..} - \overline{Y}_{ij}\right)$ ومجموع هذه الانحرافات تساوى صفر ومجموع المربعات الكلية تساوي $\sum\left(\overline{Y}_{..} - \overline{Y}_{ij}\right)^2$

كما يمكن كتابة كل مشاهدة على الشكل:

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

حيث ε_{ij} تقيس انحراف المشاهدة j في العينة i عن معدل المجتمع μ_i.

وباستعمال:

$$\mu_I = \mu + \alpha_i$$

حيث:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mu_i}{n}$$

يمكن كتابة النموذج أعلاه على الشكل:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

تحت الشرط:

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 0$$

α_i : تعبر عن تأثير المجتمع i (المعاملة i).

أما الافتراضات على النموذج (1) فهي:

ε_{ij} لجميع i و j تخضع للتوزيع الطبيعي، مستقلة عن بعضها البعض، ومعدلها 0 ولها نفس التباين (σ^2)، وباستعمال النموذج الأخير تُصبح الفرضية المبدئية القائلة بتساوي جميع المعدلات مكافئة للفرضية.

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = 0$$

مقابل الفرضية [واحدة من الـ α_i على الأقل لا تساوي 0] : H_1

أما اختبار هذه الفرضية فيُبنى على المقارنة بين تقديرين للتباين σ^2، وللحصول على هذين التقديرين يتم تقسيم التغير الكلي للبيانات إلى مُركبتين، حسب النظرية (1) التالية.

نظرية (1)

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n}\left((Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = n\sum_{i-1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2 \right)$$

حيث:

$$\overline{Y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n}$$

$$\overline{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{nk}$$

ويمكن التعبير عن مجموعات المربعات في النظرية (1) باستعمال الرموز الآتية:

1. $SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2$

وهو مجموع المربعات الكلي.

$$2. \quad SSR = n\sum_{i=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2$$

وهو مجموع المربعات لمعدلات الصفوف، أي مجموع المربعات للمعاملات.

$$3. \quad SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2$$

وهو مجموع المربعات للخطأ.

وبذلك تُصبح النظرية (1)

$$SST = SSR + SSE$$

تعتبر SSR مجموع المربعات للمعاملات، حيث أن المجتمعات k التي أخذت منها العينات تعتبر كل منها مرتبطاً بإحدى المعاملات وبذلك تكون المشاهدات Y_{ij} ($j = 1$، 2، ....، n) ممثلة لـ n من القياسات المرتبطة بالمعاملة i.

إن أحد التقديرات المبنى على ($k-1$) من درجات الحرية للتباين σ^2 هو:

$$S_1^2 = \frac{SSR}{k-1}$$

وإذا كانت H_0 صحيحة فإن S_1^2 يكون تقديراً غير منحاز لـ σ^2. أما إذا كانت H_1 صحيحة فإن SSR يميل للكبر وتُقدر S_1^2 التباين لـσ^2 بقيمة أعلى مما يجب. وهناك تقدير آخر للتباين (σ^2) وهو:

$$S_e^2 = \frac{SSE}{k(n-1)}$$

وهو مستقل عن التقدير الأول، مبني على k(n-1) من درجات الحرية، وغير منحاز في حالة H_0 صحيحة أو غير صحيحة. أما تباين البيانات المجمعة فيساوي:

$$S^2 = \frac{SST}{n(k-1)}$$

فهو تقدير لـ σ^2، مبني على n(k-1) من درجات الحرية وغير منحاز في حالة H_0صحيحة.

يُلاحظ أن النظرية (1) تُقسّم درجات الحرية إلى قسمين مرتبطين بمركبتي مجموعتي المربعات، أي أن:

$$nk - 1 = k - 1 + k(n-1)$$

عندما تكون H_0 صحيحة تكون النسبة:

$$F = \frac{S_1^2}{S_e^2}$$

قيمة من قيم المتغير العشوائي F الذي يخضع لتوزيع F على درجات الحرية (k-1) و k(n-1). وبما أن S_1^2 تميل لتقدير σ^2 بقيمة أعلى من الواقع تكون H_0 غير صحيحة. فإنه يُستعمل الطرف الأيمن لتوزيع F كمنطقة حرجة لاختبارH_0. أي أن الفرضية H_0 تُرفض على مستوى دلالة α إذا كان:

$$F > F[1-\alpha; k-1, k(n-1)]$$

وتلخص النتائج السابقة في الجدول (14.2).

الجدول (14.2) جدول تحليل التباين الأحادي One-way ANOVA Table

مصدر التغير Source of variation	مجموع المربعات Sum of squares	درجات الحرية Degrees of freedom	معدل المربعات Mean square	قيمة F المحسوبة Computed F
المعاملات between variation	SSR	(k-1)	$S_1^2 = \dfrac{SSR}{k-1}$	
الخطأ within variation	SSE	k(n-1)	$S_e^2 = \dfrac{SSE}{k(n-1)}$	$\dfrac{S_1^2}{S_e^2}$
المجموع Total variation	SST	nk-1		

أما حساب مجموع المربعات SST، SSR، SSE فيكون باستعمال التعابير الصالحة للاستعمال بالآلة الحاسبة والمكافئة للتعاريف الأصلية، فتُحسب:

$$SST = \sum_{i-1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2 - nk\overline{Y}_{..}^2$$

$$SSR = n\sum_{i=1}^{k}\overline{Y}_{i.}^2 - nk\overline{Y}_{..}^2$$

$$SSE = SST - SSR$$

مثال (1) *

استعملت أربع طرق في أربعة شعب من الصف الثاني الابتدائي لتعليم التلاميذ جدول الضرب فكانت النتائج كما في الجدول (14.3). فإذا ما تم اعتبار هذه المشاهدات على أنها أربع عينات عشوائية أخذت من أربع مجتمعات مستقلة عن بعضها البعض وخاضعة للتوزيع الطبيعي ذي المعدلات μ_4،μ_3، μ_2، μ_1 على التوالي، والتباين σ^2 مشترك لها جميعاً، اختبر الفرضية $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ على مستوى دلالة $\alpha = 0.05$.

* هذا التطبيق مقتبس من محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، مرجع سبق ذكره، ص ص 227 – 228.

الجدول (14.3)

طريقة التعلم (K)	المشاهدات						$\sum Y_i$	$\overline{Y}_i$
I	7	6	8	5	9	7	42	7
II	8	9	10	7	8	6	48	8
III	7	8	10	5	6	3	39	6.5
IV	8	6	5	4	9	4	36	6
							167	6.87

$$k = 4, \qquad n = 6$$

$$\overline{Y}_{1.} = \frac{42}{6} = 7 \qquad \overline{Y}_{2.} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\overline{Y}_{3.} = \frac{39}{6} = 6.5 \qquad \overline{Y}_{4.} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\overline{Y}_{..} = \frac{42+48+39+36}{6+6+6+6} = \frac{165}{24} = 6.875$$

وهذا ما يُسمى معامل التصحيح[1]

$$SST = (7^2 + 6^2 + 8^2 + \ldots + 9^2 + 4^2) - 6 * 4*(6.875)^2$$
$$= 1232 - 1134.375 = 97.625$$
$$SSR = 6\,(7^2 + 8^2 + 6.5^2 + 6^2) - 6 *4*(6.875)^2$$
$$= 1147.5 - 1134.375 = 13.125$$
$$SSE = 97.625 - 13.125 = 84.5$$

يتم كتابة الحسابات في جدول تحليل التباين الأحادي: جدول 14.4

[1] محمد على بشر ومحمد ممدوح الروبي وفتحي على بدير، مقدمة في طرق الإحصاء وتصميم التجارب، للطباعة والنشر، الإسكندرية، ج. م. ع، الطبعة الرابعة، 1996، ص 191.

الجدول (14.4)

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجة الحرية	معدل المربعات	F المحسوبة
بسبب المعاملات Due treatments	13.125	K-1= 3	4.375	$\frac{0.375}{4.225}=1.08$
بسبب الخطأ Due error	84.5	K(n-1)= 20	4.225	
Total المجموع	97.625	Nk-1 = 23		

حيث: K هي طريقة التعلم

$$F[0.95; 3، 20] = 3.10$$

وبما أن قيمة F المحسوبة 1.08 أصغر من قيمة F من الجدول 3.10 وبالتالي لا يتم فلا يتم رفض H_0 ويُعتبر أن ليس هناك فروق ذات دلالة معنوية (إحصائية) بين معدلات طرق التدريس المختلفة.

14.3.2 التصنيف الأحادي – حالة عدم تساوي حجوم العينات[1]

One-way classification (non-equal sample sizes)

إن تحليل التباين الأحادي في حالة عدم تساوي حجوم العينات المأخوذة على المعاملات المختلفة يتبع نفس التحليل في حالة تساوي حجوم العينات ويبقى تقسيم مجموع المربعات في نظرية (1) متحققاً مع إجراء تعديل بسيط في الرموز وهو اعتبار حجم العينة من المجتمع i (المعاملة i) يساوي n_i بدلاً من n وبالتالي يكون مجموع المشاهدات:

$$N = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$$

بدلاً من nk. ويؤخذ هذا التغير بعين الاعتبار عند حساب مجموع المربعات الذي

[1] محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، مرجع سبق ذكره،229–232.

يصبح:

$$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{ni} Y_{ij}^2 = N\overline{Y}_{..}^2$$

حيث

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

$$SSR = \sum_{i-1}^{k} n_i \overline{Y}_{i.}^2 - N\overline{Y}_{..}^2$$

$$SSE = SST - SSR$$

مثال (2)

اختبر الفرضية $\mu_3 = \mu_2 = \mu_1 H_0:$ للمشاهدات في الجدول (14.5)

Test of the difference between means

الجدول (14.5)

المعاملة (k)	المشاهدات						$\sum Y$	$\overline{Y}_{..}$
A	4	7	6	3	-	-	20	5
B	7	8	6	6	5	4	36	6
C	5	6	7	-	-	-	18 Σ74	6 Σ5.69

الحل

تُحسب المقادير المطلوبة في جدول تحليل التباين الأُحادي، كما في الجدول 12.6، حيث k هي عدد المعاملات و n هي عدد المشاهدات في كل معاملة.

$n_3 = 3 \qquad n_2 = 6 \qquad n_1 = 4$

$N = n_1 + n_2 + n_3$

$$\overline{Y}_{1.} = \frac{4+7+6+3}{4} = 5 \qquad \text{و} \overline{Y}_{2.} = \frac{7+8+...+4}{6} = 6$$

$$\overline{Y}_{3.} = \frac{5+6+7}{3} = 6$$

$$\overline{Y}_{..} = \frac{74}{13} = 5.69$$

$$\begin{aligned} SST &= 4^2 + 7^2 ... + 5^2 + 6^2 + 7^2 - 13(5.69)^2 \\ &= 446 - 421.231 = 24.769 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSR &= 4(5)^2 + 6(6^2) + 3(6^2) - 13(5.69)^2 \\ &= 424 - 421.231 = 2.769 \end{aligned}$$

$$SSE = 24.769 - 2.769 = 22$$

الجدول (14.6)

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجة الحرية	معدل المربعات	قيمة F
SSR بسبب المعاملات	2.769	K-1 = 3-1 = 2	1.348	0.629
SSE بسبب الخطأ	22.00	N-k = 13-3 = 10	2.200	
SST الكلي	24.769	N-1 = 13-1 = 12		

1- $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

2- على الأقل اثنان من المعدلات غير متساوية: H_1

3- $\alpha = 0.05$

4- المنطقة الحرجة: يتم رفض H_0، $F > F[0.95; 2, 10]$

5- بما أن $F = \frac{1.348}{2.200} = 0.629$ أقل من 4.10 (قيمة F الجدولية)، إذا لا يتم رفض H_0 ويُستنتج أن المعدلات الثلاث متساوية.

مثال (3)

ابن جدول تحليل التباين الأحادي واختبر الفرضية:

$\mu_1 H_0: = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ للمشاهدات في الجدول 14.7.

الجدول (14.7)

المعاملة	المشاهدات						$\sum Y$	$\overline{Y}_{..}$
A	7	10	9	8	10	10	54	9
B	5	6	4	8	7	6	36	6
C	8	9	10	6	3	6	42	7
D	5	6	4	3	7	5	$\frac{30}{\Sigma 162}$	$\frac{5}{6.75}$

الحل

تُحسب المقادير المطلوبة في جدول تحليل التباين الأحادي كما في الجدول 14.8.

n = 6 ، k = 4

$$\overline{Y}_{1.} = \frac{7+10+9+8+10+|10}{6} = 9$$

$$\overline{Y}_{2.} = \frac{5+6+4+8+7=6}{6} = 6$$

$$\overline{Y}_{3.} = \frac{8+9+10+6+3+6}{6} = 7$$

$$\overline{Y}_{4.} = \frac{5+6+4+3+7+5}{6} = 5$$

$$Y_{..} = \frac{7+10+...+5}{24} = \frac{162}{24} = 6.75$$

$$SST = \sum\sum Y_{ij}^2 - nk\overline{Y}_{..}^2$$

حيث $nk\overline{Y}_{..}^2$ يسمى معامل التصحيح.

$$= 7^2 + 10^2 + ... + 7^2 + 5^2 - 6*4*(6.75)^2$$

$$= 1206 - 1093.5 = 112.5$$

$$SSR = n\sum \overline{Y}_{i.}^2 - nk\overline{Y}_{..}^2 = 1146 - 1093.5 = 52.5$$

$$SSE = SST - SSR = 112.5 - 52.5 = 60$$

الجدول (14.8)

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجة الحرية	معدل المربعات	قيمة **F**
بسبب المعاملات SSR بسبب الخطأ SSE	52.5 60.0	k-1 = 4 -1 = 3 k(n-1) = 4(6-1) = 20	17.5 3.0	5.833
الكلي SST	112.5	Nk-1 = 24-1 = 23		

اختبار تساوي المعدلات

1- $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

2- على الأقل اثنان من المعدلات غير متساوية: H_1

3- $\alpha = 0.05$

4- المنطقة الحرجة: يتم رفض H_0 إذا كان $F > F[0.95; 3, 20]$

5- بما أن $F = \frac{17.5}{3} = 5.833$ المحسوبة أكبر من 3.10 الجدولية، إذا تُرفض H_0 ويُستنتج أن بعض المعدلات غير متساوية.

مثال 4

ولتوضيح ذلك أكثر يُفترض أن منشأة للنفط طرحت ثلاثة أنواع من البنزين[1].تم استخدامها لتشغيل سيارة، والأنواع هي:

النوع الأول (A) بمعدل 90 أوكتان، أما النوع الثاني (B) بمعدل 95 أوكتان وأخيراً النوع الثالث (C) بمعدل 100 أوكتان.

المطلوب اختبار فيما إذا كان لنوع البنزين أثر في استهلاك البنزين لكل كيلومتر مسافة مقطوعة وتحديد جدوى استخدام وإنتاج كل نوع منها واستهلاكه، أي اختبار هل أن الفروق في أنواع البنزين تعطى نفس الاستهلاك في الكيلومتر الواحد أم لا.

---

[1] هذا التطبيق مقتبس بتصرف (يُقصد بالتصرف على سبيل المثال لا الحصر إما تعديل في السنوات أو العملة .. الخ) من: محمد صالح تركي القريشي، مرجع سبق ذكره، ص ص 179 - 193.

الحل

بفرض أن التجربة قد أُجريت لعشرة أيام والنوعية واحدة وموديل واحد من السيارات وتم قياس الكيلومترات المقطوعة لكل قالون*. وحُدد ثلاثة عينات لكل نوع من البنزين وكل عينة تشمل (10) سيارات وتم الحصول على المشاهدات الواردة في الجدول (14.9) فما هو أثر كل نوع من البنزين وهل له أثر جوهري أم لا؟ باستخدام دلالة إحصائية(مستوى معنوية)مقداره 5%.

يمكن تفسير البيانات بالجدول (14.9) بوصفها ثلاث عينات عشوائية بحجوم $(n_1 = n_2 = n_3 = 10)$ مع متوسطات حسابية، $Y_{1i} = 33$ ، $Y_{2i} = 38$ ، $Y_{3i} = 46$ كيلومتر لكل قالون من البنزين. والمشكلة هنا هي أن يتم التأكد هل الاختلاف أو الفرق بين هذه المتوسطات الحسابية مهم إحصائياً أو يمكن أن يُعزى إلى الصدفة (Chane) ؟ ولذلك يجب افتراض أن العينات مأخوذة من ثلاثة مجتمعات إحصائية تتميز بأن لها توزيع طبيعي أو تقريبي طبيعي مع متوسطات حسابية(μ_1 ، μ_2 ، μ_3) على التوالي مع انحراف معياري σ متساوي.

يتضمن هذا الافتراض يتضمن أنه على الرغم من الاختلاف في محتوي البنزين من الاوكتان من الأنواع الثلاثة ربما تؤثر على معدل استهلاك البنزين، فإنه لن يؤثر التشتت (dispersion) أو التباين في الكيلومترات المقطوعة حول المتوسطات الحسابية، بعبارة أخرى إذا تم أخذ عدداً كبيراً من المشاهدات لكل نوع من البنزين فإن التوزيعات الثلاثة التي سوف يتم الحصول عليها سوف تكون قريبة من المنحنيات الطبيعية، حيث تتصف التوزيعات بالانحراف المعياري نفسه (σ). المهم هنا هو معرفة ما إذا كان هناك ثمة اختلاف

* القالون مقياس للبنزين يُستعمل في الولايات المتحدة الأمريكية وهو أكثر من 4 ليترات.

أو فرق مهم إحصائياً بين المتوسطات الحسابية (μ_1، μ_2، μ_3) للمجتمعات الإحصائية الثلاثة:

إذا فرضية العدم $= \mu_1 \; H_0: \mu_2 \; \mu_2 = \mu_3$

مقابل الفرضية البديلة $H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

ويمكن صياغة فرضية العدم H_0 كالآتي أيضاً:

$H_0: Y_1 = Y_2 = Y_3$

$H_a: Y_1 \neq Y_2 \neq Y_3$

جدول (14.9) يوضح تحليل التباين لأثر نوع البنزين على المسافة المقطوعة

بنزين 90 / عينة 1 $n_1 = 10$	بنزين 95 / عينة 2 $n_2 = 10$	بنزين 100 / عينة 3 $n_3 = 10$	المجموع الكلي للمشاهدات $N = n_1 + n_2 + n_3$
32	35	44	32
30	38	46	30
35	37	47	35
33	40	47	33
35	41	46	35
34	35	43	34
29	37	47	29
32	41	45	32
36	36	49	36
34	40	47	34
			35
			38
			37
			40
			41
			35
			37
			41
			36
			40
			44
			46
			47
			47
			46
			43
			47
			45
			48
			47
$\sum_{L=1}^{10} Y_{1i} = 330$	$\sum_{L=1}^{10} Y_{2i} = 380$	$\sum_{L=1}^{10} Y_{3i} = 460$	$\sum_{j=1}^{3}\sum_{L=1}^{10} Y_{ji} = 1170$
$\bar{Y}_1 = \frac{330}{10} = 33$	$\bar{Y}_2 = \frac{380}{10} = 38$	$\bar{Y}_3 = \frac{460}{10} = 46$	$\bar{Y} = \frac{1170}{30} = 39$
$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n1}\left(Y_{2i} - \bar{Y}_2\right)^2}{n_1}$ $= \frac{46}{10} = 4.6$	$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n2}\left(Y_{2i} - \bar{Y}_2\right)^2}{n_2}$ $= \frac{50}{10} = 5$	$S_3^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n3}\left(Y_{31} - \bar{Y}_3\right)^2}{n_3}$ $= \frac{22}{10} = 2.2$	

فعند عدم رفض (قبول) فرضية العدم، فإن ذلك يعني:

$$\overline{Y}_1 - \overline{Y} = 0$$
$$\overline{Y}_2 - \overline{Y} = 0$$
$$\overline{Y}_3 - \overline{Y} = 0$$

وعند عدم رفض (قبول) الفرضية البديلة، فإن ذلك يعني:

$$\overline{Y}_1 - \overline{Y} \neq 0$$
$$\overline{Y}_2 - \overline{Y} \neq 0$$
$$\overline{Y}_3 - \overline{Y} \neq 0$$

باستخدام تحليل التباين للمتغير النوعي والذي هو أثر الأوكتان أو نوع البنزين على المسافة المقطوعة (Y_i) يمكن تحديد ذلك باستخدام بيانات الجدول رقم (14.10) للحصول على بيانات الجدول رقم (14.11) يتم إتباع الخطوات التالية:

(أ) تحديد مجموع مربع الانحرافات بين العينات (between groups) والمحدد لأثر المعالجات بالصيغة الآتية:

$$\sum_{j=1}^{n} nj\left(\overline{Y}_j - \overline{Y}\right)^2 = \sum_{1}^{3} 10 * 3\left(\overline{Y}_j - \overline{Y}\right)^2$$
$$= 10(\overline{Y}_i - \overline{Y})^2 + 10(\overline{Y}_2 - \overline{Y})^2 + 10(\overline{Y}_3 - \overline{Y})^2$$
$$= 10(33-39)^2 + 10(38-39)^2 + 10(45-39)^2$$
$$= 360 + 10 + 490 = 860$$

(ب) تحديد التباين بين العينات ويساوي:

$$MST = \frac{\sum_{J=1}^{n} nj\left(\overline{Y}_j - \overline{Y}\right)}{K-1} = \frac{860}{3-1} = 430$$

حيث n_j حجم العينة (j^{th} sample).

جدول (14.10) يوضح تحليل التباين لأثر نوع البنزين على المسافة المقطوعة

$Y_{1i}-\bar{Y}_1$	$(Y_{1i}-\bar{Y}_1)^2$	$Y_{2i}-\bar{Y}_2$	$(Y_{2i}-\bar{Y}_2)^2$	$Y_{3i}-\bar{Y}_3$	$(Y_{3i}-\bar{Y}_3)^2$	$Y_{ji}-\bar{Y}$	$\sum(Y_{ji}-\bar{Y})^2$
-1	1	-3	9	-2	4	-7	49
-3	9	0	0	0	0	-9	81
+2	4	-1	1	+1	1	-4	16
0	0	+2	4	+1	1	-6	36
+2	4	+3	9	0	0	-4	16
+1	1	-3	9	-3	9	-5	25
-4	16	-1	1	+1	1	-10	100
-1	1	+3	9	-1	1	-7	49
+3	9	-2	4	+2	4	-3	9
+1	1	+2	4	+1	1	-5	25
$Y_{1i}-\bar{Y}_1 = 0$	$(Y_{1i}-\bar{Y}_1)^2 = 46$	$Y_{2i}-\bar{Y}_2 = 0$	$\sum(Y_{2i}-\bar{Y}_2)^2 = 50$	$Y_{3i}-\bar{Y}_3 = 0$	$(Y_{3i}-\bar{Y}_3)^2 = 22$	-4	16
						-1	1
						-2	4
			$Y_{ji}-\bar{Y}$	$\sum(Y_{ji}-\bar{Y})^2$		1	1
			+4	16		2	4
			+8	64		-4	16
			+6	36		-2	4
			+9	81		+2	4
			+8	64		-3	9
			$\sum(Y_{ji}-\bar{Y})= 0$	$\sum(Y_{ji}-\bar{Y})= 978$		+1	1
						+5	25
						+7	49
						+8	64
						+8	64
						+7	49

(جـ) تحديد مجموع مربع الانحرافات داخل العينات (within group) والمحدد لأثر العينة وبالصيغة الآتية:

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i}^{nj}\left(Y_{ji}-\overline{Y_j}\right)^2=\sum_{1}^{3}\sum_{1}^{10}\left(Y_{ji}-\overline{Y}_j\right)^2$$
$$=\sum\left(Y_{1j}-\overline{Y}_1\right)^2+\sum\left(Y_{2j}-\overline{Y}_2\right)^2\sum\left(Y_{3j}-\overline{Y}_3\right)^2$$
$$SST=46+50+22$$
$$=118$$

وكما هو وارد في الجدول (14.11).

(د) تحديد التباين للاختلافات داخل العينات (ضمن القيم) Within Variation وكالآتي:

$$MSE=\frac{\sum_{j=1}^{K}\sum_{i}^{nk}\left(Y_{ji}-\overline{Y}_i\right)^2}{N-K}=\frac{118}{30-3}=\frac{118}{27}=4.37$$

حيث:

$N=\sum_{j=1}^{K}n_j$ = حجم العينة المبكرة الناتجة عن تجميع العينات.

K= عدد العينات.

(هـ) تحديد مجموع مربع الانحرافات الكلي ويساوي:

ضمن + بين = المجموع

$$S_y=SST+SSE=860+118=978$$

(و) تحديد التباين الكلي وكالآتي:

$$S_u^2 = \frac{S_Y}{N-1} = \frac{978}{30-1} = 33.72$$

(ز) تحديد قيمة (F*) المحسوبة وكالآتي:

$$F^* = \frac{MST}{MSE} = \frac{430}{4.37} = 98.4$$

جدول (14.11) يبين عناصر تحليل التباين Analysis of Variance Table

إحصاءةF	متوسط المربعات (التباين) **Variation**	درجات الحرية **(d.F)**	مجموع مربع الانحرافات **Sum of Squares of Variation**	مصدر الاختلاف **Source Of Variation**
$F^* = \dfrac{\sum_j^K n_j(\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 / K-1}{\sum_j^h \sum_i^{nK} (\bar{Y}_{ji} - \bar{Y}_j)^2 / N-K}$	$\sum_J^K n_j(\bar{Y}_j - \bar{Y})^2$ $V_1 = K-1$ $= \frac{860}{2} = 430$	$V_1 = K - 1$ $3 - 1 = 2$	$\sum_J^K n_j(\bar{Y}_j - \bar{Y})^2 = 860$	بين المتوسطات أو بين العينات between
$F^*_{2.27} = \dfrac{430}{4.32} = 98.4$	$\sum_j^K \sum_i^{nj} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2$ $V_2 = N-K$ $= \frac{118}{27} = 4.37$	$V_2 = N - K$ $= 30 - 3$ $= 27$	$\sum_J^K \sum_i^{nj} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 = 118$	دخل المتوسطات أو دخل العينات Within
من الجدول $F_{0.05} = 3.77$ $V_1 = 2$:بدرجات حرية $V_2 = 27$:بدرجات حرية		$V_3 = N - 1$ $= 30 - 1$ $= 29$	$\sum_J^K \sum_i^{nJ} (Y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 = 978$	الاختلاف الكلي Total Variations

والذي يمكن توضيحه بأن معدل أو نسبة التباين (Variant Ratio) وهو يعني بالتباين المقدر من الانحراف بين المتوسطات الحسابية للعينات مقسوماً على التباين المقدر من الانحراف في قيم (Y_i) للعينات.

وبمقارنة (F*) المحسوبة (98.4) مع (F) الجدولية بمستوى معنوية 5% والتي تساوي (3.37) بدرجات حرية (2 و27) عندها يتم رفض فرض العدم القائل بأنه لا أثر جوهري للعامل (الأوكتان) عمل المسافة المقطوعة لكل قالون بنزين و عدم رفض (قبول) الفرض البديل القائل بأن هناك أثر جوهري لهذا العامل، أي هناك فرق مهم في معدل الكيلومترات التي تحصل من الأنواع الثلاثة من البنزين.أي قبول بأن هناك فروق أو اختلافات معنوية في متوسطات المسافة (بين المتوسطات) المتحصل عليها من الأنواع الثلاثة من البنزين، بمعنى أن نوع البنزين (الاوكتان) قد أثر على المسافة المقطوعة.

14.3.2 تحليل التباين ذو الاتجاهين Two-Ways ANOVA

يهتم (يُركّز) تحليل التباين ذو الاتجاهين على اختبار تأثير متغيرين تفسيريين نوعيين على متغير تابع واحد، أي:

$$Y = f(X_1, X_2).$$

فإذا ما كانت هناك عينة من الأسر التي تتماثل في الحجم والدخل لكنها تختلف في المستوى التعليمي لرب الأسرة وفي الموطن (البيئة) (ريف أو حضر) فإن تحليل التباين ذو الاتجاهين يُمكن من اختبار أثر هذه المتغيرات التفسيرية على مستوى الادخار مثلاً.

فإذا ما تم رمز المستوى التعليمي بـ (A) بهذا يمكن أن يُشار إلى عدة مراتب تعليمية، ثلاثة مراتب مثلاً وهي:

A_1 = مُدخِر بدون تعليم

A_2 = مُدخِر بتعليم متوسط

A_3 = مُدخِر بتعليم عالٍ

حيث: A_1= 3)،2،(1

تطبيق 5

إذا تم رمز الموطن أو البيئة بـ (B) وهي اثنان مثلاً ريف وحضر، وإذا ما تم رمز الريف بـ (W) والحضر بـ (Q) وإذا كانت هناك البيانات الواردة من الجدول (14.12) عن الادخار الأسري فكيف يمكن أن يُختبر مدى تأثير المستوى العلمي والبيئة على مستوى الادخار؟

الحل

1- تصنف البيانات الإحصائية للعينة حسب المستوى التعليمي والموطن وكما هو مبين في الجدول (14.12).

2- بعد تهيئة الجدول يمكن الافتراض بأن التغيير في الادخار يمكن أن يرجع إلى عاملين وهما المستوى التعليمي والموطن إضافة إلى العامل الثالث وهو المتغير العشوائي (u_i)، ويمكن بالتالي كتابة التغير الكلي في الادخار بالصيغة الآتية:

التغير الكلي في الادخار(Y_T^2)= تغير حقيقي يعود لاختلاف المستوى التعليمي (Y_{kA}^2) + تغير حقيقي يعود لاختلاف الموطن (U_{kA}^2) + التغير العشوائي (Y_u^2).

$$Y_u^2 + U_{KA}^2 + Y_{KA}^2 = Y_T^2$$

3- من المعلومات المؤثرة من الجداول يُستخلص المقاييس الآتية:

$$Y_T^2 = \sum_{J=1}^{B}\sum_{J=1}^{A}\left(Y_{ij} - \overline{Y}\right)^2 = \sum_{J=1}^{B}\sum_{J=1}^{A} Y_{ij}^2 - nY$$

وتعتبر n في هذه الحالة A * B وتساوي 3 * 2 = 6.

بمعنى وجود ثلاث مستويات تعليمية (A) وموطنين (B).

4- يُحسب التغيير المسبب في المستوى التعليمي Y^2_{KA} وكالآتي:

$$Y^2_{KA} = \sum_{J=1}^{B}\sum_{J=1}^{A}\left(\overline{A}_i - \overline{Y}\right)^2 = B\sum_{i=1}^{A}\left(\overline{A}_i - \overline{Y}\right)^2$$

أو بالطريقة الآتية:

$$Y^2_{KA} = \frac{\sum_{i=1}^{A} A_i^2}{B} = n\overline{Y}^2$$

ويُفسر $(\overline{A}_i)$ بأنه متوسط الادخار للمستوى التعليمي (i): وفيه ثلاثة مستويات حسب مستوى التعليم وهي:

$$\overline{A}_i = \frac{\sum_{j=1}^{B} Y_{ji}}{B}$$

جدول (14.12) توزيع الأسر حسب الادخار والمستوى التعليمي والموطن

ادخار الأسر	المستوى التعليمي لرب الأسرة	الموطن	مستوى التعليم / الموطن	ادخار بدون تعليم 1	ادخار بتعليم متوسط 2	ادخار بتعليم عال 3
10	بدون تعليم	حضر	حضر	10	16	22
11	بدون تعليم	حضر		11	13	21
9	بدون تعليم	ريف		8	17	19
12	بدون تعليم	ريف	Y_{Gi}	$Y_{G1} = 29$	$Y_{G2} = 46$	$Y_{G3} = 62$
8	بدون تعليم	حضر	ريف	9	15	20
15	تعليم متوسط	حضر		12	14	18
16	تعليم متوسط	ريف	Y_{Wi}	$Y_{W1} = 21$	$Y_{W2} = 29$	$Y_{w3} = 38$
14	تعليم متوسط	حضر				
13	تعليم متوسط	حضر				
17	تعليم عالي	ريف				
20	تعليم عالي	ريف				
18	تعليم عالي	حضر				
22	تعليم عالي	حضر				
21	تعليم عالي	حضر				
19	تعليم عالي	حضر				

ثم يتم القيام بعد ذلك بتلخيص الجدول أعلاه في جدول أخر مختصر يأخذ الصيغة التالية وكما هو موضح بالجدول رقم (14.13).

من الممكن القول في هذه الحالة أن:

التغير الكلي في الادخار = تغير حقيقي يرجع لاختلاف المستوى التعليمي + تغير حقيقي يرجع لاختلاف الموطن + تغير عشوائي

$$SSR_A + SSR_B + SSE = SST$$

جدول (14.13) يوضح أثر المواطنة ومستويات التعليم

المستوى التعليمي / الموطن	بدون تعليم	تعليم متوسط	تعليم عال	المجموع
حضر	Y_{G1}	Y_{G1}	Y_{G3}	$\sum_{i=1}^{m} Y_{ai} = BG$
ريف	Y_{W1}	Y_{W1}	Y_{W3}	$\sum_{i=1}^{a} Y_{w} = BW$
$\sum Ai$	$\sum_{J=1}^{B} Y_{J2}$	$\sum_{J=1}^{B} Y_{JI}$	$\sum_{J=1}^{B} Y_{J3}$	$\sum_{J=1}^{B} \sum^{A} Y$

$$\overline{A}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{B} Y_{j2}}{B}$$

$$\overline{A}_3 = \frac{\sum_{i=1}^{B} Y_{j\hat{2}}}{B}$$

5- المطلوب هو اختبار فيما إذا كان هناك اختلاف جوهري بين هذه المتوسطات الثلاثة. وإذا ما ثبت أن هناك اختلاف جوهري بينها فإنه يُعد دليلاً على أن المستوى التعليمي له أثر جوهري على الادخار. وعندما لا يثبت أن الاختلاف غير جوهري فيمكن اعتبار ذلك دليلاً على أنه لا أثر للمستوى التعليمي على الادخار.

6- يُحسب التغيير الذي يعود للموطن وكالآتي:

:(Y_{KB})

$$Y_{KB} = \frac{\sum_{J=1}^{B} B_j^2}{A} - n\overline{Y}^2$$

$$Y_{KB} = \sum_{J=1}^{B}\sum_{J=1}^{B}\left(\overline{B}_j - \overline{Y}\right) = A\sum\left(\overline{B}_j - \overline{Y}\right)^2$$

حيث إن:

$A_3 = 3 = A_i$، A_2،A_1

$B_3 = 3 = B_i$، B_2،B_1

وتُعبّر قيمة ($\overline{B}_j$) عن متوسط الادخار في الموطن (j) بغض النظر عن المستوى التعليمي، يوجد هنا متوسطان:

الأول: متوسط الادخار في الحضر

$$\overline{B}_Q = \frac{\sum_{j=1}^{A} Y_{Qi}}{A}$$

الثاني: متوسط الادخار في الريف

$$\overline{B}_W = \frac{\sum_{j=1}^{A} Y_{Wi}}{A}$$

ويلاحظ أن:

$B = 2$
$A = 3$

7- المطلوب: اختبار ما إذا كان هناك اختلاف جوهري بين هذين المتوسطين فإذا ما ثبت أن هناك اختلاف جوهري بينهما، فإن هذا يعني أن الاختلاف في الموطن يؤثر على مستوى الادخار وعندما لا يثبت ذلك فإنه يعني أن الموطن لا يؤثر على مستوى الادخار (لا يوجد اختلاف جوهري).

8- يُحسب التأثير الذي يعود إلى المتغير العشوائي Y_u^2 وكالآتي:

$$Y_u^2 = Y_T^2 - Y_{KA}^2 - Y_{KB}^2$$

$$SSE = SST - SSR_A - SSR_b$$

وبقسمة طرفي المعادلة على Y_T^2 يتم الحصول على:

$$\frac{Y_u^2}{Y_T^2} = \frac{Y_T^2}{Y_T^2} - \frac{Y_{KA}^2}{Y_T^2} - \frac{Y_{KB}^2}{Y_T^2}$$

$$\frac{SSE}{SST} = \frac{SST}{SST} - \frac{SSR_A}{SST} - \frac{SSR_B}{SST}$$

$$1 = \frac{SSR_A}{SST} + \frac{SSR_B}{SST} + \frac{SSE}{SST}$$

ومنها

$$1 = \frac{Y_{KA}^2}{Y_T^2} + \frac{Y_{KB}^2}{Y_T^2} + \frac{Y_u^2}{Y_T^2}$$

وتفسر هذه النسب كالآتي:

$\frac{Y_{KA}^2}{Y_T^2}$ = النسبة المفسرة من التغير في الادخار بدلالة المستوى التعليمي.

$\frac{Y_{KB}^2}{Y_T^2}$ = النسبة المفسرة من التغير في الادخار بدلالة الموطن.

$\frac{Y_u^2}{Y_T^2}$ = النسبة المفسرة من التغير في الادخار بدلالة العوامل العشوائية.

9- تختبر فاعلية كل متغير من المتغيرات السابقة (التعليم) في التأثير على مستوى الادخار باستخدام اختبار(F) على النحو السابق وكالآتي:

أولاً: باستخدام الفرض العدمي وهو مدى فاعلية المستوى التعليمي على مستوى الادخار بالصيغة الآتية:

فرض العدم $\overline{A}_1 = \overline{A}_2 = \overline{A}_3 = Y$ أو $H_0 : \overline{Y}_1 = \overline{Y}_2 = \overline{Y}_3 = \overline{Y}$

في مواجهة:

الفرض البديل: $\overline{A}_1 \neq \overline{A}_2 \neq \overline{A}_3 \neq Y$ أو $H_i : \overline{Y_1} \neq \overline{Y_2} \neq \overline{Y_3} \neq \overline{Y}$

(أي المتوسطات مختلفة).

الحل

$$\because \quad F_1^* = \frac{F_{yKA}}{F_{yu}} = \frac{VSSR_A}{VSSE}$$

$$\therefore \quad F_{yKA} = \frac{Y_{KA}}{A-1} = \frac{SSR_A}{A-1}$$

$$VSSE = F_{yu} = \frac{Y_u^2}{n-(A+B-1)} = \frac{Y_u^2}{n-A-B+1} = \frac{SSE}{n-A-B+1}$$

فإذا ما كانت (F*) المحسوبة عند مستوى معنوية 5% أو 1% بدرجات حرية = A – 1 و n – A – B – 1 أكبر من (F) الجدولية فإنه يُرفض فرض العدم ويُقبل (عدم رفض) الفرض البديل وهذا يتضمن أن المستوى التعليمي ذو تأثير جوهري على مستوى الادخار، وإذا ما كانت F الجدولية أكبر من (F*) المحسوبة يُقبل (عدم رفض) فرض العدم والذي يعني عدم وجود اختلافات جوهرية بدلالة تساوي المتوسطات.

10- يُختبر تأثير الموطن على مستوى الادخار باستخدام اختبار(F) أيضاً وكالآتي:

فرض العدم

$$H_0 : \overline{B}_W = \overline{B}_Q = \overline{Y}$$

في مواجهة الفرض البديل:

$$H_1 : \overline{B}_W \neq \overline{B}_Q \neq \overline{Y}$$

ولحساب ذلك يتم القيام باختبار(F) وكالآتي:

$$F^* = \frac{F_{yKB}}{F_{yu}} = \frac{VSSR_B}{VSSE_B}$$

$$F_{yKB} = \frac{Y_{KB}}{B-1} = \frac{SSR_B}{B-1}$$

فإذا ما كانت (F*) المحسوبة عند أكبر من F الجدولية مستوى معنوية 5% أو 1% بدرجات حرية B-1و n – A – B + 1 فإنه يتم رفض فرض العدم ويتم قبول (عدم رفض) الفرض البديل، ومن ثم فإن هذا يتضمن أن للموطن تأثير جوهري على مستوى الادخار

والعكس صحيح.

11- يمكن القيام بإجراء الحسابات المتعلقة باختبارات F باستخدام الجدول (14.14) ويتم الحصول على النتائج الآتية:

جدول (14.14) يوضح حسابات F

المستوى التعليمي / الموطن	ادخار بدون تعليم $\sum Y_{d1}$	Y_{j1}^2	ادخار بتعليم متوسط $\sum V_{d2}$	Y_{j2}^2	ادخار بتعليم عال $\sum Y_{j3}^2$	Y_{d3}^2	مجموع $\sum Bj$
حضر Y_{Qi} ريف Y_{wi}	29 21	841 441	46 29	2116 841	62 38	3844 1444	$B_Q = 13$ $B_w = 88$
مجموع	$A_1 = 50$	$\sum Y_{d1}^2$ 1282	$A_2 = 75$	$\sum Y_{d2}^2$ 2957	$A_3 = 100$	$\sum Y_{d31}^2$ 5288	$Y_{ij=225}$

$n = A * B$ ، أي $n = 2 * 3 = 6$

ثم يُحسب المتوسط العام ويساوي:

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y_{id}}{n} = \frac{225}{6} = 37.5$$

يُحسب التغير الكلي:

$$Y_T^2 = \sum_{J=1}^{B} \sum_{J=1}^{A} Y_{ij}^2 - n\overline{Y}^2$$

$$Y_T^2 = (1282 + 2957 + 5288) - 6(37.5)^2 = 1089.5$$

يُحسب التغير في الادخار نتيجة التعليم:

$$Y_{KA}^2 = \frac{\sum_{J=1}^{A} A_j^2}{B} - n\overline{Y}^2$$

$$= \frac{(50)^2 + (75)^2 + (100)^2}{2} - 6(37.5)^2 = 9062.5 - 8437.5 = 625$$

يُحسب التغير الكلي نتيجة الموطن:

$$Y_{KB} = \frac{\sum_{J=1}^{B} B_j^2}{A} - n\overline{Y}^2 = \frac{(137)^2 + (88)^2}{3} - 8437.5 = 400$$

$$Y_u^2 = Y_T^2 - Y_{KA}^2 - Y_{KB}^2 = 1089.5 - 625 - 400 = 64.5$$

ولاختبار مدى فاعلية المتغيرين التفسيرين، يتم إتباع الآتي:

أ- لكي يتم اختبار مدى فاعلية المستوى التعليمي يتم حساب:

$$\overline{Y}_{KA} = \frac{Y_{KA}^2}{A-1} = \frac{625}{3-1} = 312.5$$

$$\overline{Y}_u = \frac{Y_u^2}{n-A-B+1} = \frac{64.5}{6-3-2+1} = 32.3$$

$$F^* = \frac{\overline{Y}_{KA}}{\overline{Y}_u} = \frac{312.5}{32.3} = 9.675$$

وبالبحث عن F الجدولية عند مستوى معنوية 5% وبدرجات حرية 2 و2 ، فإنها تساوي:

$$F_{0.05/2,2} = 19$$

وبمقارنة *F مع F الجدولية يلاحظ أن:

$F^* < F$.

بهذا يُقبل (عدم رفض) فرض العدم القائل بأن المستوى التعليمي لا يؤثر تأثيراً جوهرياً على مستوى الادخار.

ب- وحتى يتم اختبار مدى فاعلية الموطن في التأثير على مستوى الادخار، يتم حساب:

$$\bar{Y}_{KB} = \frac{Y_{KB}^2}{B-1} = \frac{400}{2-1} = 400$$

$$\bar{Y}_u = 32.3$$

$$F^* = \frac{\bar{Y}_{KB}}{\bar{Y}_u} = \frac{400}{32.3} = 12.384$$

وبمقارنتها مع F الجدولية عند مستوى معنوية 5% وبدرجات حرية 1،2 يلاحظ أنها تساوي (18.5) أي:

$$F^* < F$$

وبالتالي فإنه يُقبل (عدم رفض) فرض العدم ويُرفض الفرض البديل وهي بمعنى أن الموطن أيضاً (هو الأخر) لا يؤثر تأثيراً جوهرياً على مستوى الادخار.

14.4 دراسة مقارنة بين تحليل التباين وتحليل الانحدار[1]

ANOVA and Regression Analysis

سيتناول هذا المبحث دراسة أوجه الاختلاف والتشابه بين تحليل الانحدار وتحليل

---

[1] للمزيد من الإيضاح انظر:

عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره، ص ص 365-366.

A .Koutsoyiannis ، Theory of Econometrics ،The Macmillan Press LTD . 2nd edition 1981، PP 151 - 155،

التباين، حيث أنهما يستخدمان نفس الطرق في الاختبار (اختبار(F)) وتعطي نتائج قد يعتقد القارئ أنها متشابهة ظاهرياً إلا أنها تتضمن اختلافات جوهرية يتم إدراجها كالآتي:

1– تحليل الانحدار هو تحليل لعلاقة بين متغيرين أو أكثر، وقد تكون هذه المتغيرات (كمّية ونوعية) للمتغير المستقل وكمية للمتغير التابع، إلا أنها تعطي نتائج كمّية عن هذه المتغيرات الثلاثة ويعتبرها أغلب الإحصائيين أكثر دقة وشمولية من تحليل التباين بالنسبة لاختبار العلاقات الاقتصادية والإدارية، حيث إن الانحدار يُعطي معلومات أكثر شمولية ودقة من تحليل التباين.

2- إن تحليل الانحدار يُعطي قيمة المعلمات ويختبر أسلوب انحدار متغير على متغير ويثبت ويختبر قوة التأثير على المتغير التابع من خلال معلماته المقدرة باستخدام اختبارات المعنوية، لهذا فهو قادر على تحديد أي المتغيرات التفسيرية ذات تأثير جوهري على المتغير التابع وأيها أقل أو أكثر تأثيراً.أما تحليل التباين فهو يختبر معنوية النسبة التي يفسرها المتغير المستقل من التغير الكلي في المتغير التابع ليحدد ما إذا كانت لها معنوية إحصائية أو لا باستخدام اختبار(F). لهذا فهو يصل ومن خلال هذا الاختبار إلى نفس النتائج (نتائج مشابهة) التي يصل إليها أسلوب الانحدار فيما يتعلق بتحديد أي المتغيرات التفسيرية ذات تأثير جوهري وأيهما ذات تغير غير جوهري على التغير التابع.

3- المفروض ملاحظة أن اختبار(F) هو إحصاءه مشتقة من اختبار(t) حيث إن: $F = t^2$ بهذا توجد علاقات وثيقة بين اختبارt و F فإن تحليل الانحدار يهتم باختبارt أكثر من اهتمامه باختبارF، أي عكس تحليل التباين.

4- إن معامل التحديد المقدر بأسلوب الانحدار (R^2) هو بحد ذاته يحدد النسبة التي يمكن تفسيرها في المتغير التابع بدلالة المتغيرات المستقلة المدرجة بالدالة وهذه تعتبر ميزة رئيسة من ميزات تحليل الانحدار.

5- تحدد طريقة الانحدار مقدار التغيير في المتغير التابع الناجم عن تغيير كل متغير مفسر بمقدار وحدة واحدة، أي نسبة التغير هي عبارة عن دقة المتغير التابع قياساً للمتغير المستقل عبر المعلمة ($\hat{b}$)، وهذا ما لا يمكن أن يحدد عن طريق تحليل التباين، كما أنه بإمكانه أن يحدد النهاية العظمى والصغرى التي يصلها المتغير التابع قياساً للمتغير المستقل من خلال إيجاد المشتقة الأولى لمعادلة الانحدار كما يساعد على تحديد مرونة المتغير التابع بالنسبة لكل متغير تفسيري، وهذه ميزة لا توجد في حالة تحليل التباين.

6- تحدد طريقة الانحدار اتجاه العلاقة بين المتغير التابع والمستقل من خلال إشارة معلماته ($\hat{b},\hat{a}$) إضافة إلى تحديد نقاط النهايات المتطرفة. وهذه ميزة لا يمكن لتحليل التباين أن يحددها، فكل ما يوضحه تحليل التباين هو ما إذا كان المتغير التفسيري ذو تأثير جوهري أم غير جوهري على المتغير التابع ولكنه لا يحدد ما إذا العلاقة طردية أم عكسية.

7- يمكن لأسلوب الانحدار أن يحدد مدى تأثير المتغيرات النوعية على المتغيرات الكمية مثله في ذلك مثل تحليل التباين وذلك من خلال استخدام المتغيرات الصورية (Dummy Varibles).

8- إن تحليل الانحدار أكثر استخداماً (أكثر مرونة) من تحليل التباين، لأن الأخير يقوم على وجود علاقة مثبتة بين متغير ومتغير في تجارب محددة (أي يصلح أساساً في حالة التجارب

التي يتم تثبيت فيها لبعض العناصر المؤثرة في الظاهرة وتغير البعض الأخر)، بينما يقوم الانحدار بأداء دوره على أسس افتراضية دون أن يكون هناك إثبات للعلاقة مع تفسير هذه العلاقات بشكل طبيعي (أي يمكن قياس أثر كل المتغيرات دون تثبيت بعضها).

14.4.1 مقارنة باستخدام حالة دراسية

مثال 6

باستخدام المعلومات الخاصة بالمسافة المقطوعة لأنواع البنزين المستخدمة في الجدول (14.15) وباستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية للعلاقة بين المسافة المقطوعة وبين احتواء البنزين على نسبة الأوكتان (متغير نوعي) فإنه يمكن إيجاد علاقة انحدارية بين نسبة الأوكتان والمسافة المقطوعة كعلاقة بين متغيرين، أنظر الجدول (12.15) ومنها يتم الحصول على العلاقة الانحدارية الآتية:

$$\hat{Y}_i = -84.5 + 1.3X_i$$

حيث إن:

Y_i = المسافة المقطوعة بالميل.

X_i = معدل الأوكتان.

ولأجل تقييم ما تم التوصل إليه يُلاحظ الآتي:

(أ) معامل الارتباط ويساوي (1) مطروحاً منه تباين المتغير العشوائي مقسوماً على التباين وأن تباين المتغير العشوائي يساوي:

$$\sum y_{e_i}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{133}{3-2} = 4.75$$

التباين الكلي:هو مجموع مربع الانحرافات الكلية ويساوي:

$$\sum y_i^2 = \sum \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$$

جدول (14.15) البيانات المستخدمة في نموذج الانحدار الخطي البسيط

N عدد المشاهدات	الأميال المقطوعة لكل قالون Yi	محتوى الأوكتان Xi	$(y_i) = Y_i - \bar{Y}$	$(x_i) = X_i - \bar{X}$	$(y_i x_i)$	(y_i^2)	(x_i^2)
1	32	90	-7	-5	35	49	25
2	30	90	-9	-5	45	81	25
3	35	90	-4	-5	20	16	25
4	33	90	-6	-5	30	36	25
5	35	90	-4	-5	20	16	25
6	34	90	-5	-5	25	25	25
7	29	90	-10	-5	50	100	25
8	32	90	-7	-5	35	49	25
9	36	90	-3	-5	15	9	25
10	34	90	-5	-5	25	25	25
11	35	95	-4	0	0	16	0
12	38	95	-1	0	0	1	0
13	37	95	-2	0	0	4	0
14	40	95	1	0	0	1	0
15	41	95	2	0	0	4	0
16	35	95	-4	0	0	16	0
17	37	95	-2	0	0	4	0
18	41	95	2	0	0	4	0
19	36	95	-3	0	0	9	0
20	40	95	1	0	0	1	0
21	44	100	5	5	25	25	25
22	46	100	7	5	35	49	25
23	47	100	8	5	40	64	25
24	47	100	8	5	40	64	25
25	46	100	7	5	35	49	25
26	43	100	4	5	20	16	25
27	47	100	8	5	40	64	25
28	45	100	6	5	30	36	25
29	48	100	9	5	45	81	25
30	47	100	8	5	40	64	25
N=30	$\sum Y_i = 1170$	$\sum X_i = 2850$	$\sum y_i = 0$	$\sum x_i = 0$	$(Y_i X_i) = 650$	$(Y_i^2) = 978$	$(X_i^2) = 500$

$\overline{Y} = 39$ $\qquad\qquad$ $\overline{X} = 95$

$$S_Y^2 = \frac{\sum Y^2}{n-1} = \frac{978}{30-1} = 32.6$$

$$\therefore R^2 = 1 - \frac{4.75}{32.6} = 0.864$$

$$= 1 - \frac{133}{978} = 0.864$$

(ب) تباين الانحدار = التباين الذي يُفسر خط الانحدار ويساوي:

$$\because \sum Y_i^2 - \sum e_i^{\ 2} = 978 - 133 = 845$$

(ج) تباين $(\hat{b})$هو:

$$\because \quad S_{\hat{b}}^2 = Var(\hat{b}) = \overline{y}_e^{-2} \frac{1}{\sum x_i^2}$$

$$\therefore \quad S_{\hat{b}}^2 = 4.75(\frac{1}{500}) = 0.0095$$

(د) الخطأ المعياري لتقدير $(\hat{b}) = S_{(\tilde{b})}$ويساوي:

$$S_{\hat{b}} = \sqrt{0.0095} \approx 0.097$$

(هـ) تباين الانحدار $\left(\sum \hat{Y}\right)^2$ يساوي:

$$\sum y_i^2 - \sum y_e^2 = \sum \hat{y}_i^{\ 2} = 978 - 133 = 945$$

بهذا فقد تمت قسمة مجموع مربع الانحرافات عن الوسط الحسابي إلى جزأين.

الأول: هو الاختلاف في Y المفسّر بالانحدار X_i.

الثاني: الاختلاف غير المفسر أو يمكن كتابته كالتالي:

الاختلاف الكلي = الاختلاف المفسر بـ X + الاختلاف غير المفسر

$$\sum e_i^2 \quad + \quad \sum \hat{y}_i^2 \quad = \quad \sum y_i^2$$

ومنها يمكن استخدام تحليل التباين للانحدار وكما هو مبين بالجدول (14.16) ومنها فإن *F المحسوبة تساوي 178. أما قيمة F الجدولية وبدرجات حرية (k-1) و (N-K) أو (1) و (28) درجة وبمستوى معنوية 5%تساوي4.2. وبما أن *F المحسوبة أكبر من F الجدولية فإن ذلك يعني رفض فرض العدم (H_o) وقبول (عدم رفض) الفرض البديل القائل بأن المعلمات لا تساوي صفراً وأن العامل المفسر ذات تأثير جوهري على المتغير التابع عند مستوى معنوية قدره 95%.

جدول (14.16) يوضح تحليل تباين الانحدار الخطي البسيط للحالة الدراسية

مصدر الاختلاف	مجموع مربعات الانحرافات	درجات الحرية	MSE متوسط مربعات الخطأ	F^*
X البواقي Residuals	$\sum \hat{y}_i^2 = 845$ $\sum e^2 = 133$	K–1=1 2–1=1 N–K= 30–2=28	$\frac{845}{1} = 845$ $\frac{133}{28} = 4.75$	$\frac{845}{4.75} = 178$
المجموع Total	$\sum \hat{y}_i^2 = 845$	N–1= 30–1=29		$F_{0.05}=4.2$ $V_{1==1}$ $V_2 = 28$

14.4.2 المقارنة التطبيقية للحالة الدراسية

إن مجموع الاختلاف الكلي لـ (Y_i) أو $\left(\sum y_i^2\right)$ يقسم في الطريقتين إلى جزئين:

أولاً: في تحليل الانحدار فهو يقسم إلى:

الاختلاف الكلي = الاختلاف المفسر لـ Y + الاختلاف غير المفسر (البواقي) لـ (e_i).

أو $$\sum y_i^2 = \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2$$

بالتعويض

$$978 = 845 + 133$$

ثانياً: في تحليل التباين

الاختلاف الكلي = الاختلاف ما بين العينات (المجموعات) + الاختلاف داخل العينات (المجموعات)

$$978 = 860 + 118$$

أما الاختلاف الكلي فهو واحد في كلا الطريقتين:

(أ) أما الاختلاف المفسر فهو يناظر الاختلاف بين العينات والاختلاف داخل العينات يناظر الاختلاف غير المفسر.

(ب) أن أحد الاختبارات الرئيسية الخاصة بمعنوية الدالة ككل وهو اختبار (R^2) معامل التحديد غير موجود في تحليل التباين ويعكس هذا الاختبار وجود وقوة العلاقة بين المتغيرات في النموذج.

(ج) يمكن إثبات أن الإحصاءة (t) الخاصة باختبارات كل متغير على حدة هي مساوية لاختبار F بعد تربيعها.

أي إن:

$$t^2 = F$$

$$F = \frac{\frac{\sum \hat{y}_i^2}{K-1}}{\frac{\sum e^2}{N-K}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ومن العلاقة السابقة تم إثبات أن:

$$\hat{y} = \hat{b}x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

وبتربيعها يتم الحصول على:

$$\sum \hat{y}^2 = b^2 \sum x_i^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (1)يتم الحصول على:

$$F = \frac{\frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum e^2}}{N-K} = \frac{\frac{b^2 \sum x_i^2}{\sum e^2}}{N-K} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

وذلك لأن k-1 في النموذج البسيط يساوي 1=1-2 ولهذا لم تتغير نتيجة البسط في المعادلة (1)، أي أن قيمة (t)تساوي:

$$t = \frac{\hat{b}}{S_{\hat{b}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وأن

$$S = \sqrt{\mathrm{Var(b)}}$$

$$= \sqrt{y_i \frac{1}{\sum x_i^2}} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{N-K} \cdot \frac{1}{\sum x_i^2}} \; :$$

وبالتعويض في رقم (5)يتم الحصول على:

$$t = \frac{b}{S_{\hat{b}}} = \frac{b}{\sqrt{\frac{\sum e^2}{N-K} \cdot \frac{1}{\sum x_i^2}}}$$

$$t^2 = \frac{b^2}{\left(\frac{\sum e^2}{N-K}\right)\left(\frac{1}{\sum x_i^2}\right)} = \frac{b^2 \sum x_i^2}{\frac{\sum e^2}{N-K}} = F$$

(د) يعتبر تحليل الانحدار طريقة ذات استخدام قوى قياساً بتحليل التباين خاصة عند دراسة العلاقات(الظواهر) الاقتصادية، أي أنه مناسباً أكثر من تحليل التباين. فالبيانات الاقتصادية الخاصة ليست بيانات تجريبية، لهذا فإن كل المعلومات التي تُستخرج بواسطة تحليل التباين يُمكن أن يتم الحصول عليها بتحليل الانحدار مع التزويد بأقيام رقمية عند تأثير العامل المفسر.

(هـ) ينفرد تحليل التباين باستخدامه في المجالات الآتية:

أولاً: تحليل تأثير العوامل النوعية التي لا يمكن تحويلها إلى متغيرات صماء كما جاء في تحليل الانحدار.

ثانياً: تحليل البيانات التجريبية والحقلية باستخدام المتغيرات المضافة ودراسة تأثيرها.

ثالثاً:يمكن إضافة اختبارات تحليل التباين إلى اختبارات تحليل الانحدار كما سبق ذكره في الاستخدامات الأخرى لتحليل التباين.

14.5 استخدامات تحليل التباين في الدراسات الاقتصادية[1]

يُستخدم تحليل التباين في تحقيق العديد من الأغراض ويدعم في هذا عملية التحليل الاقتصادي وذلك بالاتجاهات الآتية:

1- اختبار معنوية معادلة الانحدار الكلية (ككل)

بفرض أن هناك معادلة انحدار تأخذ الشكل الآتي:

$$Y_i = a + bX_{1i} + cX_{2i} + gX_{3i} + u_i$$

يمكن استخدام تحليل التباين في اختبار معنوية تأثير المتغيرات التفسيرية (X_1) و (X_2) و (X_3) بصورة مجتمعة على المتغير التابع (Y_i) والمقصود هنا هو الإجابة عن السؤال المهم الآتي: "هل أن للمتغيرات التفسيرية كمجموعة، تأثير جوهري على المتغير التابع (Y_i) أم لا؟ وللتحقق من ذلك يتم القيام باختبار الفروض الآتية:

فرض العدم:

$$H_o: a = b = c = g = 0$$

في مواجهة الفرض البديل:

$$H_i: a \neq b \neq c \neq g \neq 0$$

أي افتراض أن المعلمات تساوي صفراً ضد ليس كل المعلمات تساوي صفراً، فإذا

---

[1] للمزيد من الإيضاح أنظر

عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سبق ذكره، ص ص 367-381.

كوتستيانس، نظرية الاقتصاد القياسي، مرجع سبق ذكره، ص ص 197- 220.

تم عدم رفض (قبول) فرض العدم، فإن ذلك يتضمن أن المتغيرات التفسيرية كمجموعة لا تؤثر تأثيراً جوهرياً على المتغير التابع، أما عند قبول (عدم رفض) الفرض البديل وهذا يعني أن المتغيرات التفسيرية كمجموعة لها أثر جوهري على المتغير التابع أو ليس لها مثل هذا الأثر.

ولكي يمكن إجراء هذا الاختبار يتم القيام بالحسابات الآتية:

أ) حساب التغير الكلي في المتغير التابع Total Sum of Squares:SST

$$SST = \sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 = \sum y_i^2$$

وكالآتي:

ب) حساب التغير المفسر بدلالة التغيرات التفسيرية مجتمعة أو التغير الناجم عن معادلة الانحدار Regression Sum of Squares

وكالآتي:

$$SSR = \sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2 = \sum \hat{y}_i^2$$

ج) حساب التغير الذي لا يعود للمعادلة الانحدارية أو التغير غير المفسر في التغير (الخطأ e_i) Error Sum of Squares وكالاتي:

$$SSE = \sum\left(Y_i - \hat{Y}\right)^2 = \sum e_i^2$$

د) استخدام اختبار (F) بدرجات حرية خاصة بكل عنصر من العناصر الأساسية لاستخراج التباين المفسّر وغير المفسّر وكالآتي:

- درجات الحرية الخاص بالجزء المفسر ($\sum y^2$) هي k-1.

- درجات الحرية الخاص بالجزء غير المفسر ($\sum e^2$) هي n-k.

حيث إن:

k = عدد المعلمات المقدرة.

n = حجم العينة.

بهذا تكون درجات الحرية الخاصة بالتغير الكلي كالآتي:

$$(n - k) + (k - 1) = n - 1$$

وتُحسب *F كالآتي:

$$F^* = \frac{\frac{\sum \hat{y}^2}{K-1}}{\frac{\sum u_i}{n-K}} = \frac{\frac{\sum \hat{y}^2}{K-1}}{\frac{\sum e^2}{n-K}} = \frac{S_Y^2}{S_u^2}$$

عند الحصول على *F تقارن مع F الجدولية وبدرجة حرية (n-K)،(K-1) ويتم إيجاد أحد قرارين:

أولاً: إذا كانت F < *F، أي إذا كانت *F المحسوبة أكبر من (F) الجدولية، فإنها تقع بذلك خارج المنطقة الحرجة لتوزيع (F)، أو خارج منطقة القبول لفرض العدم وداخل منطقة الرفض له، بهذا يُرفض فرض العدم ويُقبل (عدم رفض) الفرض البديل عند مستوى المعنوية المعينة أو درجة الثقة المعينة (أي أن كل قيم المعلمات لا تساوي الصفر). لهذا فإن الدالة الإجمالية ذات دلالة معنوية إحصائية جوهرية وأن كل قيم المعلمات لا تساوي

صفراً، بهذا فإن للمتغيرات المفسرة ذات أثر(تأثير) جوهري على المتغير التابع.

ثانياً: عندما يكون ($F^* < F$)، أي إذا كانت (F^*) المحسوبة أصغر من (F) الجدولية فإنها بذلك تقع داخل المنطقة الحرجة لتوزيع (F)، وداخل منطقة القبول، لفرض العدم أي يُقبل(عدم رفض) فرض العدم مما يعني عدم وجود تأثير جوهري للمتغيرات التفسيرية مجتمعة على المتغير التابع بدرجة ثقة معينة (أي الانحدار لا تكون له معنوية ذات دلالة إحصائية).

هذا ويمكن استخراج (F^*) باستخدام معامل التحديد (R^2) أيضاً كالآتي:

$$F^* = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum u^2} * \frac{k-1}{n-k} = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum u^2} * \frac{n-1}{k-1}$$

وبقسمة البسط والمقام على $\sum y^2$:

$$F^* = \frac{\frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2}}{\frac{\sum u^2}{\sum y^2}} * \frac{n-k}{k-1}$$

وحيث أن:

$$\frac{\sum u^2}{\sum y^2} = R^2$$

لهذا فإن قيمة (F*)تساوي:

$$F^* = \frac{R^2(n-k)}{(1-R^2)(k-1)} \Rightarrow F^* = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{n-k}}$$

يمكن الإشارة إلى بعض الحقائق في هذا الصدد كما يلي:

1- عندما يتم اختبار المعلمات المقدرة $\hat{g}, \hat{c}, \hat{b}, \hat{a}$ ، بصورة مستقلة باستخدام (t)، ويتضح أنها معنوية (أي ذات دلالة إحصائية)، ففي الغالب عند اختبار معنويتها مجتمعه باستخدام اختبار (F) سوف تكون معنوية إحصائياً أيضاً.

2- ومن ناحية أخرى قد يثبت عند اختبار المعلمات المقدرة $\hat{g}, \hat{c}, \hat{b}, \hat{a}$ بصفة مستقلة من خلال اختبار (t) أن كل واحدة منها غير معنوية، ولكن عند اختبار معنوية الانحدار ككل من خلال اختبار (F) يثبت أنه ذات دلالة (معنوية) إحصائية، ويتضح ذلك أكثر عندما تكون المتغيرات التفسيرية (المستقلة) مرتبطة ارتباطا قوياً فيما بينها.

3- قد يحدث في بعض الحالات أن تكون كل معلمة مقدرة لها معنوية إحصائية عند اختبارها بصفة مستقلة، ولكن يثبت من اختبار معادلة الانحدار ككل أن ليس لها معنوية إحصائية.

2- اختبار معنوية التحسن في المقدرة التفسيرية

يُستخدم تحليل التباين في اختبار إمكانية النموذج على تحسين قدرته التفسيرية بإضافة متغيرات جديدة مفسرة أخرى. ففي المثال المذكور في جدول 12.15 عن الأميال المقطوعة ونسبة الاوكتان بالبنزين فقد كانت العلاقة بسيطة وخطية وتم الحصول على النتائج الآتية:

$$\hat{Y} = -84.5 + 1.30X_i$$

$$\sum e^2 = 133 \qquad \sum \hat{y}^2 = 845 \qquad R^2_{yx} = 0.864$$

بهذا فإن ما يفسره المتغير المستقل (X_i) هو 86.4% من التغير في (Y_i)، وكما تم إيجاد أن الدالة ذات معنوية إحصائية من خلال اختبار(F) الذي تحدد بـ 177.8، وهو أكبر من F الجدولية (أنظر الجدول 14.17) لتحليل التباين للنموذج البسيط.

جدول (14.17) يوضح تحليل تباين الانحدار البسيط

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات	درجة الحرية	MSE	F^*
X_i البواقي	$\sum \hat{y}^2 = 845$ $\sum e^2 = 133$	K–1=1 2–1=1 n–K =28 3–2=28	$\frac{845}{1} = 845$ $\frac{133}{n-k} = 4.75$	$\frac{845}{4.75} = 177.8$
المجموع	$\sum \hat{y}^2 = 978$	N–1=29		V_1=1 V_2=28 $F_{0.05}$=4.2

وإذا ما تم إضافة متغير آخر (X_{2i}) وهو يعبر عن الرقم القياسي لهطول الأمطار في المناطق المعنية وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (14.18)، بهذا سيكون النموذج خطي متعدد ودالته كالآتي:

$$\hat{Y} = -36.88 + 1.05X_{1i} - 0.25X_{2i}$$
$$SE = (19.44) \quad (0.15) \quad (0.09)$$

$$R^2_{yx} = 0.893 \qquad \sum \hat{y}^2 = 823 \qquad \sum e_i^2 = 105$$

لهذا فإن المتغير الجديد قد حسّن من المقدرة التفسيرية للنموذج بحيث ارتفع ما يفسره المتغيران المستقلان إلى 89.3% بدلاً من 86% وانخفض الخطأ المعياري للتقدير بمقدار (25):

$$\therefore \Delta e_1 = 133 - 105 = 25$$

جدول (**14.18**)البيانات المستخدمة في نموذج الانحدار البسيط المتعدد

N	المسافة المقطوعة	محتوى الاكتان	الرقم القياسي لهطول الأمطار	حالة الطريق X_{3i}	y_i $(Y_i-\bar{Y})$	x_{1i} $(X_{1i}-\bar{X}_1)$	x_{2i} $(X_{2i}-\bar{X}_2)$	x_{3i} $(X_{3i}-\bar{X}_3)$	y_i^2	x_{1i}^2	x_{2i}^2	x_{3i}^2	y_ix_{1i}	y_ix_{2i}	y_ix_{3i}	$x_{1i}x_{2i}$	$x_{1i}x_{3i}$	$x_{2i}x_{3i}$
1	32	90	100	0	−7	−5	4	−0·5	49	25	16	0·25	35	−28	3·5	−20	2·5	−2·0
2	30	90	104	0	−9	−5	8	−0·5	81	25	64	0·25	45	−72	4·5	−40	2·5	−4·0
3	35	90	102	0	−4	−5	6	−0·5	16	25	36	0·25	20	−24	2·0	−30	2·5	−3·0
4	33	90	104	0	−6	−5	8	−0·5	36	25	64	0·25	30	−48	3·0	−40	2·5	−4·0
5	35	90	96	0	−4	−5	0	−0·5	16	25	0	0·25	20	0	2·0	0	2·5	0
6	34	90	96	1	−5	−5	0	0·5	25	25	0	0·25	25	0	−2·5	0	−2·5	0
7	29	90	110	1	−10	−5	14	0·5	100	25	196	0·25	50	−140	−5·0	−70	−2·5	7·0
8	32	90	105	1	−7	−5	9	0·5	49	25	81	0·25	35	−63	−3·5	−45	−2·5	4·5
9	36	90	103	1	−3	−5	7	0·5	9	25	49	0·25	15	−21	−1·5	−35	−2·5	3·5
10	34	90	102	1	−5	−5	6	0·5	25	25	36	0·25	25	−30	−2·5	−30	−2·5	3·0
11	35	95	101	0	−4	0	5	−0·5	16	0	25	0·25	0	−20	2·0	0	0	−2·5
12	38	95	93	0	−1	0	−3	−0·5	1	0	9	0·25	0	3	0·5	0	0	1·5
13	37	95	91	0	−2	0	−5	−0·5	4	0	25	0·25	0	10	1·0	0	0	2·5
14	40	95	89	0	1	0	−7	−0·5	1	0	49	0·25	0	−7	−0·5	0	0	3·5
15	41	95	88	0	2	0	−8	−0·5	4	0	64	0·25	0	−16	−1·0	0	0	4·0
16	35	95	101	1	−4	0	5	0·5	16	0	25	0·25	0	−20	−2·0	0	0	2·5
17	37	95	97	1	−2	0	1	0·5	4	0	1	0·25	0	−2	−1·0	0	0	0·5
18	41	95	91	1	2	0	−5	0·5	4	0	25	0·25	0	−10	1·0	0	0	−2·5
19	36	95	96	1	−3	0	0	0·5	9	0	0	0·25	0	0	−1·5	0	0	0
20	40	95	91	1	1	0	−5	0·5	1	0	25	0·25	0	−5	0·5	0	0	−2·5
21	44	100	91	0	5	5	−5	−0·5	25	25	25	0·25	25	−25	−2·5	−25	−2·5	2·5
22	46	100	93	0	7	5	−3	−0·5	49	25	9	0·25	35	−21	−3·5	−15	−2·5	1·5
23	47	100	96	0	8	5	0	−0·5	64	25	0	0·25	40	0	−4·0	0	−2·5	0
24	47	100	91	0	8	5	−5	−0·5	64	25	25	0·25	40	−40	−4·0	−25	−2·5	2·5
25	46	100	94	0	7	5	−2	−0·5	49	25	4	0·25	35	−14	−3·5	−10	−2·5	1·0
26	43	100	93	1	4	5	−3	0·5	16	25	9	0·25	20	−12	2·0	−15	2·5	−1·5
27	47	100	91	1	8	5	−5	0·5	64	25	25	0·25	40	−40	4·0	−25	2·5	−2·5
28	45	100	91	1	6	5	−5	0·5	36	25	25	0·25	30	−30	3·0	−25	2·5	−2·5
29	48	100	89	1	9	5	−7	0·5	81	25	49	0·25	45	−63	4·5	−35	2·5	−3·5
30	47	100	91	1	8	5	−5	0·5	64	25	25	0·25	40	−40	4·0	−25	2·5	−2·5
$N=30$	$\Sigma Y_i =$ 1,170	$\Sigma X_1 =$ 2,850	$\Sigma X_2 =$ 2,880	$\Sigma X_3 = 15$	$\Sigma y_i = 0$	$\Sigma x_{1i} = 0$	$\Sigma x_{2i} = 0$	$\Sigma x_{3i} = 0$	$\Sigma y^2 =$ 978	$\Sigma x_1^2 =$ 500	$\Sigma x_2^2 =$ 986	$\Sigma x_3^2 =$ 7·50	$\Sigma yx_1 =$ 650	$\Sigma yx_2 =$ −778	$\Sigma yx_3 =$ −1·0	$\Sigma x_1x_2 =$ −510	$\Sigma x_1x_3 =$ 0	$\Sigma x_2x_3 =$ 7·0

$\bar{Y} = 39$ $\bar{X}_1 = 95$ $\bar{X}_2 = 96$ $\bar{X}_3 = 0·5$

وإذا تم اللجوء إلى تحليل التباين فإن (F*) الجديدة أكبر من F الجدولية أيضاً (3.35) بمستوى معنوية 5% وكما هو مبين في الجدول (14.19) أدناه:

جدول (14.19) تحليل تباين الانحدار الخطي المتعدد

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات	درجة الحرية	MSE	F^*
X_{1i} , X_{2i} البواقي	$\sum \hat{y}^2 = 873$ $\sum e_i^2 = 105$	K= n-1 3-1=2 n-k=27	$\frac{873}{2} = 436$ $\frac{133}{n-k} = 4.75$	$\frac{436}{3.9} = 112.7$
المجموع	$\sum \hat{y}^2 = 978$	N–1=29		$V_1=1$ $V_2=27$ F=3.35

ويلاحظ هنا أيضاً إن: $F^* > F$ وبهذا فإن للدالة الكلية معنوية إحصائية ومنها يلاحظ أيضاً أن الإضافة في التغير نتيجة إدخال المتغير الثاني قد أدت إلى زيادة القدرة التفسيرية للمتغير الإضافي وكالآتي:

$$\Delta \hat{y}^2 = \sum \hat{y}^2 - \sum \hat{y}^2 = 873 - 845 = 28$$

وهذه حالة تكون فيها (F*) في الحالتين أكبر من (F) الجدولية، ولكن في حالات معينة تكون في النموذج البسيط أقل من (F) الجدولية.

فعند إدخال المتغير الثابت X_{3i} (المتغير النوعي) يلاحظ أن النموذج سيتحول إلى:

$$\hat{Y} = 36.64 + 1.03X_{1i} - 0.25X_{2i} + 6.10X_{3i}$$
$$S.E = (0.74) \quad (0.05) \quad (0.13) \quad (19.93)$$
$$\Delta\hat{Y} = 874 - 873 = 1 \qquad R^2 = 0.893$$
$$\sum e^2 = 104 \qquad \sum y^2 = 874$$
$$\Delta\hat{e}^2 = \sum e_2^2 - \sum e_3^7 = 105 - 104 = 1$$

لهذا فإن المتغير النوعي لم يضف قدرة تفسيرية جديدة ولم يحسن النموذج بدليل انخفاض معنويته بموجب اختبار(F) وكالآتي:

$$F_3^* = \frac{1}{3.9} = 0.25$$

حيث أنها أقل من (F) الجدولية ذلك كما هو موضح بالجدول (14.20) التالي.

جدول (14.20) تحليل التباين للمثال السابق بإضافة المتغيرين X_2 و X_1

F^*	MSE	درجات الحرية	مجموع المربعات	مصدر الاختلاف
		M-1= 3-1=2	$\sum \hat{y}_i^2 = 873$	X_1،X_2
	1÷1 = 1	K-1=4-1=3	$\sum \hat{y}_i = 874$	X_1، X_2 ،X_3
		(K-1) – (M -1) = 3-2 =1	874 – 873=1	الاختلاف نتيجة إضافة X_3
$0.25 = \frac{1}{4} = F^*$	$4 = \frac{104}{26}$	n – K = 30-4 =26	$\sum e_i^2 = 104$	البواقي من $Y = f(\alpha$، X_1،$X_2)$
$F_{0.05} = 4.25$ $V_1=1$ $V_2 = 26$		n -1 = 29	$\sum y^2 = 978$	الإجمالي

مع ملاحظة أن:

M تمثل عدد العوامل في الانحدار الأول $Y = f(X_1, X_2)$

K تمثل عدد العوامل في الانحدار الثاني $Y = f(X_1, X_2, X_3)$

إن فرضية العدم تشير إلى أن $g = 0$ مقابل الفرضية البديلة بأن $g \neq 0$ ، يُعبّر الحرف g على معامل المتغير الثالث في دالة الانحدار ككل، وحيث أن قيمة F الجدولية أكبر من قيمتها المحسوبة، وبالتالي يتم عدم رفض (قبول) الفرضية العدمية ويُعتبر المتغيرX_3 غير معنوي إحصائياً.

3- اختبار معنوية الاختلاف بين معلمات من عينات مختلفة (باستخدام اختبار شاو) (حالة تطبيقية عن الخصخصة) (Chow Test).

عند مقارنة سلوك مستهلك مثلاً في الريف والحضر، أو مدخرين من الريف والحضر أيضاً، فإذا تم أخذ عينة طبقية من الريف وأخرى من الحضر. وتقدير الادخار الريفي بدالة منفصلة والادخار المدني (الحضري) بدالة أخرى. فإذا كانت الرغبة اختبار الاختلاف الجوهري بينهما، فإن ذلك يتم باستخدام تحليل التباين. وكذلك الحال مع اختبار تأثير إجراء اقتصادي معين، حيث يقارن سلوك المستهلك قبل وبعد ذلك الإجراء. وينتج عن تحليل التباين اكتشاف مدى استقرار الدالة عبر الزمن، حيث تقارن المقدرات قبل وبعد الإجراءات، أو أية فروقات جوهرية يمكنها أن تكشف عن حقيقة التغيرات الجارية، ويمكن إجراء مثل هذه المقارنات باختبار ابتكره (شاو) ويُسمى (Chow Test) ويكون حسابه كالآتي:

أ- يُفترض أن سلوك المستهلك لم يتغير قبل وبعد خصخصة (Privatization) القطاع العام في دولة معينة.

ب- القيام بتقدير دالة الاستهلاك لفترة مناسبة قبل الخصخصة ولفترة مناسبة بعد الخصخصة لعينة من المستهلكين ثم إيجاد قيمة المتغير العشوائي (u_i) قبل وبعد الخصخصة.

جـ- القيام باحتساب قيمة المتغير العشوائي قبل وبعد الخصخصة وكالآتي:

درجة الحرية n_1-k_1 قبل التخصيص:

$$\sum u_1^2 = \sum y_1^2 - \sum \hat{y}_1^2 \rightarrow$$

درجة الحرية n_2-k_2 بعد التخصيص:

$$\sum u_2^2 = \sum y_2^2 - \sum \hat{y}_2^2 \rightarrow$$

د- القيام بتقدير دالة الاستهلاك للفترتين كدالة واحدة مستخدمة في آن واحد ثم يُحدد المتغير العشوائي وكالآتي:

درجة الحرية n-k:

$$\sum u^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2 \rightarrow$$

هـ- يُجمع المتغير العشوائي قبل وبعد التخصيص وكالآتي:

$$\sum u_{1+2}^2 = \sum u_1^2 + \sum u_2^2$$

بدرجات حرية $(n_1 - k_1) + (n_2 - k_2) = n_1 + n_2 - 2k$

يُحسب الفروق بين المتغيرين العشوائيين الإجمالي والمجموع وكالآتي:

$$\Delta u^2 = \sum u^2 - \sum u_{1+2}^2$$

بدرجات حرية $(n_1 + n_2 - k) - (n_1 + n_2 - 2k) = 2k - k = k$

و–القيام بحساب F^* باستخدام الصيغة الآتية:

$$F^* = \frac{\dfrac{\Delta u^2}{K}}{\dfrac{\sum u_1^2 + \sum u_2^2}{n + n_2 - 2K}}$$

ومنها الوصول إلى نتيجة مفادها:

أولاً: إذا ما كان التغير غير المفسر أو التغير العشوائي غير مختلف تماماً بين الحالتين فإن: $F^* = 0$، أي تساوي صفراً، مما يعني عدم وجود اختلاف في المقدرة التفسيرية للنموذج في الفترتين، ومن ثم عدم وجود اختلاف في سلوك المستهلك قبل وبعد الخصخصة (Privatization).

ثانياً: إيجاد (F) الجدولية عند مستوى معنوية معينة ودرجات حرية k و n-k ثم نقارنها مع F^* بوجود الفروض الآتية:

فرض العدم

$$\hat{a}_1 = \hat{a}_2 \qquad , \quad \hat{b}_1 = \ddot{b}_2$$

الفرض البديل

$$\hat{a}_1 \neq \hat{a}_2 \qquad , \quad \hat{b}_1 = \hat{b}_2$$

فإذا كانت القيمة المطلقة (F^*) أكبر من القيمة المطلقة (F) الجدولية يُرفض فرض العدم ويُقبل (عدم رفض) الفرض البديل الذي يعني وجود اختلافات في سلوك المستهلك قبل وبعد الخصخصة. وهذا يعني أن دالة الاستهلاك لم تكن مستقرة عبر الزمن وإنما تغيرت

بشكل جوهري بدليل اختلاف حد الكفاف (a) أو الميل الحدي للاستهلاك (b) أو كلاهما. و بالرغم من أن هذا الاختبار يوضح ما إذا كان هناك اختلاف جوهري أم لا بين العينتين، إلا أنه لا يحدد، أي منهما مصدر الاختلاف(هل هو راجع لاختلاف المعلمة التقاطعية أو المعلمة الانحدارية).

مثال 7

بفرض أنه تم تقدير دالة الاستهلاك في ليبيا قبل تأميم النفط وبعده وذلك لفترة من -1972) (1963 وللفترة (1973-1987) وتم تقدير دالة الاستهلاك لكل فترة على حده ومن ثم تقدير دالة الاستهلاك كفترة واحدة ممتدة من (1963-1987) والحصول على النتائج الواردة في الجدول (21-14)، أوجد معنوية الاختلاف بين الفترتين باستخدام تحليل التباين.

الحل

أ- يتم القيام بتقدير دالة الاستهلاك في الفترة ما قبل التأميم

$$\hat{Y}_1 = \hat{a}_1 + \hat{b}_1 X_1 \qquad (n_1 = 10)\ (1972\text{–}1963)$$

ثم يتم تحديد التغير العشوائي $\sum u_1^2 = \sum y_1^2 - \sum \hat{y}_1^2$ بدرجات حرية ($10 - 2 = 8$).

ب- يتم القيام بتقدير دالة الاستهلاك في الفترة بعد التأميم (1973 – 1987)

$$\hat{Y}_2 = \hat{a}_2 + \hat{b}_2 X_2 \qquad (n_2 = 15)$$

ثم يتم تحديد التغير العشوائي $\sum u_2^2 = \sum y_2^2 - \sum \hat{y}_2^2$ بدرجات حرية ($15 - 2 = 13$).

جـ- تقدير دالة الاستهلاك لكل الفترة $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ وذلك من عينة حجمها 25 $(n_2 + n_1)$.

د- ثم يتم تحديد التغير العشوائي $\sum u^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2$ بدرجات حرية $n - K$ $(25 - 2 = 23)$.

هـ- يتم إضافة التغير العشوائي للعينة الأولى إلى التغير العشوائي للعينة بدرجات حرية $(25 - 4 = 21)$.

و- يتم حساب الفرق في التغير العشوائي بين الحالتين (حالة) التقدير المنفصل لكل فترة وحالة التقدير الشامل لكل فترة بدرجات حرية تساوي 2.

ز- يتم حساب قيمة F باستخدام العلاقة:

$$F^* = \frac{\left[\sum u^2 - (u_1^2 + u_2^2)\right] / K}{\left[\sum u_1^2 + \sum u_2^2\right] / n_1 + n_2 - 2K}$$

والجدول رقم (14.21) يوضح تلك الخطوات.

جدول رقم (14.21) يوضح تطور دالة الاستهلاك في ليبيا قبل وبعد تأميم النفط (افتراضية)

الفترة	دالة الاستهلاك	التغير العشوائي	درجات الحرارة	F*
قبل التأميم 1972-1963	$\hat{Y}_1 = 80 + 0.6Xi_1$	$\sum u_1^2 = 350$	$n_1 - k_1$ $10 - 2 = 8$	
بعد التأميم 1987-1973	$\hat{Y}_2 = 150 + 0.8Xi_2$	$\sum u_2^2 = 150$	$n_2 - k_2$ $15 - 2 = 13$	
المجموع		$\sum u_{1+2}^2 = u_1^2 + u_2^2 =$ $500 = 350 + 150$	$n_1 + n_2 - 2k$ 10+15-2*2=21	
كل الفترة 1987-1963	$\hat{Y} = 120 + 0.75Xi$	$\sum u^2 = 1100$	$n_1 + n_2 - 2k$ 10+15 - 4=21	$F^* = \dfrac{\frac{600}{2}}{\frac{500}{21}} = 12.6$
الفرق بين التقديرين المنفصل والشامل		$\Delta u = \sum u^2 - (u_1^2 + u_2^1)$ $1100 - 500 = 600$	$n_1 + n_2 - 2k$ 10 +15 -2 =23	F الجدولية = 3.47 عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية k = 2 $n_1 + n_2 - 2k = 21$

يتضح من الجدول (14.21) أن الدالة غير مستقرة عبر الزمن بدليل أن *F أكبر من (F) الجدولية وهذا يعني أن هناك اختلافاً معنوياً بين $(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ و $(\hat{b}_2, \hat{b}_1)$، بهذا فإن سلوك المستهلك مختلفاً جوهرياً في الفترتين، أي في الفترة بعد التأميم عنها في الفترة قبل التأميم.

4- اختبار مدى استقرار معلمات الانحدار عند تغيير حجم العينة: تقوم في أوقات مختلفة مراكز البحوث الاقتصادية بتقدير علاقات اقتصادية معينة من عينات مختلفة بين حين وآخر وعند مقارنة نتائجها قد تشير إلى وجود اختلافات في التقديرات لا تعود لسلوك المتغيرات الاقتصادية أو السلوك الاقتصادي للمستهلك والمنشأة والمجتمع بل قد تعود إلى حجم العينة المختارة.

فعند القيام بالتقدير باستخدام عينة معينة و اختبار معنوية معاملاتها يتضح أن لها معنوية إحصائية، وعندما يُعاد تقدير الدالة باستخدام عينة أخرى أو عينة إضافية تظهر هناك فروقات متباينة تعود لحجم العينة، (أي يتضح أن معاملات هذه الدالة تُصبح غير معنوية) ويعود هذا الآن إلى حساسية معلمات الدالة بالنسبة لحجم العينة مما يجعل النموذج ومعلماته غير قابلة للتعميم على مفردات المجتمع أو استخدامها للتنبؤ أو استخدامها للوصول إلى معلمات المجتمع. ولذا فمن المتعين اختبار مدى استقرار معاملات الانحدار عند تغير حجم العينة، فإذا اتضح أنها مستقرة و لا تختلف جوهرياً بزيادة حجم العينة يُصبح من الممكن تعميم النتائج التي يتم التوصل إليها على المجتمع. أما إذا اتضح أنها غير مستقرة فيصعب في هذه الحالة الاعتماد على نتائج العينة في التعميم على مستوى المجتمع أو التنبؤ بما يحدث في المستقبل.

وقد يكون هناك حالتين يجب التفريق بينهما:

الأولى: هي إضافة مشاهدات جديدة تفوق عدد المعلمات المراد تقديرها بمعادلة الانحدار لتكبير حجم العينة ويُرمز لها بـ (n_2) أو($n_2 > k$) وعندها يمكن استخدام اختبار شاو (Chow Test) لتقدير مدى الاختلاف بين المعلمات المقدرة في العينة الأصلية (n_1) والعينة المضافة بالطريقة التي تم توضيحها سابقاً.

الثانية: إذا ما كانت المشاهدات المضافة أقل من عدد المعلمات المراد تقديرها في النموذج أو $n_2 < k$، فلن يمكن استخدامها كعينة منفصلة نظراً لان درجات الحرية بالنسبة لها

ستكون سالبة $(n_2 - k < 0)$، ومن ثم لن يمكن إجراء اختبارات معنوية مستقلة بشأنها.

لكن يمكن إجراء اختبارات المعنوية بصورة مستقلة لهذه الحالة، شريطة أن تُتبع الخطوات الآتية عند الاختبار:

أ- القيام بتقدير نموذج الانحدار باستخدام الصيغة الآتية مثلاً:

$$\hat{Y}_1 = \hat{a} + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2 + \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \hat{b}_n X_n$$

وذلك في العينة الأصلية ذات الحجم (n_1) ثم يتم تحديد التغير العشوائي:

$$\sum u_1^2 = \sum y_1^2 - \sum \hat{y}_1^2$$

ودرجات حرية n_1-k.

ب- القيام بتقدير نموذج الانحدار باستخدام المشاهدات الجديدة من العينة ذاتها بعد تكبيرها من خلال زيادة عدد المشاهدات بالمقدار (n_2) حيث يتم الحصول على النموذج التالي:

$$\hat{Y}_2 = \hat{a}_1 + \hat{c}_1 X_1 + \hat{c}_2 X_2 + \dots \hat{c}_n X_n$$

حيث أن $n = n_1 + n_2$، ثم يُحدد بعد ذلك التغير العشوائي:

$$\sum u^2 = \sum y_2^2 - \sum \hat{y}_2^2$$

بدرجات حرية $n - k$

جـ- يُحدد الفرق بين المتغيرين العشوائيين كالآتي:

$$\Delta u^2 = \sum u^2 - \sum u_{1+2}^2$$

بدرجات حرية: $(n_1 + n_2 - k) - (n - k) = n_2$

د- القيام بحساب (*F) كالآتي:

$$F^* = \frac{\dfrac{\sum u_2^2 - \sum u_1^2}{n_2}}{\dfrac{\sum u_1^2}{n_1 - k}}$$

ثم تتم المقارنة بين *F مع F الجدولية عند مستوى معنوية معين ودرجات حرية n_2 و $n_1 - k$.

هـ- إذا ما ثبت بأن |F*|>|F+| فإن هذا يعني أن معلمات الانحدار غير مستقرة وتتأثر بحجم العينة، وعندما تكون |F*|<|F| فإن ذلك يعني أن معلمات الانحدار مستقرة ولا تتأثر بحجم العينة، أي يُقبل(عدم رفض) فرض العدم.

مثال 8

في الجدول (14.22) توجد عينة مشاهدات الدخل في دولة ما بالمليون دينار للسنوات 1991-2006 والواردات بالمليون دينار لنفس الفترة وباستخدام هذه البيانات أوجد دالة الاستيراد[1]:

جدول (14.22) يبين تطور الدخل القومي في دولة ما وارداتها للسنوات 1991 - 2006

[1] أنظر كوتستيانس، مرجع سبق ذكره، ص ص 217-218.

الورادات Y_i	الدخل القومي X_i	السنة	الورادات Y_i	الدخل القومي X_i	السنة
4753	25886	1999	4873	72177	1991
2506	26868	2000	4010	22418	1992
5669	28134	2001	3711	22308	1993
5628	29091	2002	4004	23319	1994
5736	24450	2003	4151	24180	1995
6945	30705	2004	4569	24893	1996
6501	32372	2005	2458	25310	1997
6549	33152	2006	9764	25799	1998

الحل

1- القيام بتقدير دالة الاستيراد كالآتي:

$$Y_i = a + bX_i$$

حيث أن:

Y_i= حجم الاستيراد(الواردات) و X_i = حجم الدخل القومي.

2- وباستعمال البيانات الواردة في الجدول (12.22)يتم الحصول على:

$$\hat{Y} = -2011.85 + 0.26X$$
$$(236.71) \quad (0.01)$$
$$\sum e_1^2 = 208.581 \qquad R^2 = 0.984$$

وإذا ما تم افتراض الحصول على بيانات أو مشاهدات جديدة (إضافية) وأحدث لفترة 2010-2007 كالآتي:

السنة	الواردات	الدخل القومي
2007	6705	33764
2008	7104	34411
2009	7609	35429
2010	8100	36200

فإذا ما كانت الرغبة هو اختبار تأثير إضافة هذه المشاهدات إلى العينة الأصلية على معاملات دالة الواردات، فإنه يتم القيام هنا بإضافة هذه المشاهدات إلى المشاهدات القديمة لتكون دالة موسعة أو القيام باحتساب دالة جديدة لأن $n_2 > k$ ومنها الحصول على النموذج الآتي:

$$\hat{Y}_i = -2461.30 + 0.28K$$
$$(250) \quad (0.01)$$
$$\sum e^2 = 573.069 \qquad R^2 = 0.983$$

تُحسب هنا قيمة (F^*) كالآتي:

$$F^* = \frac{\dfrac{\sum e^2 - \sum e^2}{n_2}}{\dfrac{\sum e^2}{n_2 - k}} = \frac{\dfrac{364.5}{4}}{\dfrac{208.6}{14}} = 6.12$$

حيث $n_1 = 16$ و $n_2 = 4$ و $k = 2$

ومن ثم إيجاد قيمة (F) الجدولية عند درجات حرية (14، 4) هي (3.11) وحيث أن $|F^*| > |F|$ إذاً ترفض فرضية العدم لأن قيمة (F) الحسابية المطلقة أكبر من قيمة (F) الجدولية، أي ترفض فرضية العدم (المطلقة) القائلة بأن المعلمات متساوية في الدالتين (بأن المعاملات تتساوى في كل الفترات الزمنية) ويُقبل (عدم رفض) الفرض البديل القائل بأن هناك فرقاً كبيراً بين معلمات دالة الاستيراد للعينتين، مما يعني أن دالة الاستيراد (المعلمات) حساسة للتغيرات في حجم العينة ولا يمكن الاعتماد عليها في تنبؤات جديدة (التنبؤ لفترة طويلة)، بل لفترة قصيرة، ويمكن اختبار معلومات العينة الجديدة مع القديمة بنفس الأسلوب، وقد يتم الحصول

على نتائج مختلفة تتيح استخدام النموذج للتنبؤ.

5- اختبار مدى صحة القيود المفروضة على معلمات الدالة أو النموذج

يفترض الاقتصاديون في بعض الحالات وجود قيود معينة عند حل بعض المسائل الخاصة بالجبر الخطي كالمتباينات الاقتصادية أو افتراض توافر الرشد الاقتصادي للمستهلك والذي يعني أن زيادة الدخل النقدي بنفس نسبة الزيادة في الأسعار لا تجعل (تحمل) المستهلك على تغير طلبه على أي سلعة من السلع، أو أن يتكون النموذج من نوع معين ومعلماته لا يمكن أن تتجاوز حداً معيناً، ومثال ذلك دالة كوب – دوجلاس التي تفترض ثبات غلة الحجم، والتي تعني أن زيادة عناصر الإنتاج بنسبة معينة تؤدي إلى زيادة حجم الإنتاج بنفس النسبة.

ومثل هذه الافتراضات تمثل قيوداً على دوال الإنتاج أو الطلب وهي تحتاج لاختبار حتى يمكن التأكد من مدى صحتها، ويمكن توضيح اختبار مدى صحة هذه الافتراضات أو القيود باستخدام تحليل التباين.

أ- اختبار مدى صحة افتراض ثبات غلة الحجم: لاختبار مدى صحة افتراض ثبات غلة الحجم في حالة دالة تزايد إنتاج تأخذ صيغة كوب - دوجلاس $Y = AL^{b1}K^{b2}$ حيث Y هو حجم الإنتاج و K هو رأس المال و L هو عنصر العمل، وعليه فإنه يتم إتباع الخطوات التالية من خلال التطبيق الآتي:

مثال 9

إذا كان دالة كوب – دوجلاس تأخذ الشكل الآتي:

$$Y = AL^{a}K^{b}$$

حيث يُفترض بها أن تكون دالة متجانسة من الدرجة الأولى. أي أن مجموع معلماتها يكون واحداً $(a + b = 1)$. فإذا تم استخدام عينات من (30) مشاهدة مثلاً عن صناعة معينة ومن مشروعات مختلفة والحصول على التقدير الآتي:

$$\hat{Y} = 2.3L^{0.8223}K^{0.2324}$$

حيث أن:

L = حجم العمل.

K = حجم رأس المال.

b،a = مرونات الإنتاج للعمل ورأس المال.

وأن:

$R^2 = 0.768$، $\sum y^2 = 180$، $\sum e_1^2 = 4.64$، $S_b = 0.03$، $Sa = 0.02$.

من هنا يُلاحظ أن: $(a + b = 1.0547)$.وهذا يعني أنها دالة متزايدة الغلة أي وجود غلة حجم متزايدة وليست ثابتة الغلة. ويصبح حالياً أن يتم اختبار ما إذا كان المجموع $\hat{b}+\hat{a}$ ينحرف جوهرياً عن الواحد أم لا؟ أي يتم اختبار الفرض:

$H_0: a + b = 1$ (غلة الحجم ثابتة)

(علة الحجم غير ثابتة) $H_1: a + b \neq 1$

باستخدام تحليل التباين واختبار(F) وذلك بأن يتم القيام بتقدير دالة الإنتاج لكوب – دوجلاس (بإجراء انحدار جديد لـ (Y) على L و K) على فرض أن (a + b = 1) ومنها أن: $1 - b = a$.

وبالتعويض في دالة الإنتاج يلاحظ أن $Y = AL^aK^{1-a}$

وبعد قسمة الطرفين على K يتم الحصول على:

$$\frac{Y}{K} = A\left(\frac{L}{K}\right)^a$$

وبتوفيق نموذج الانحدار، يتبين مثلاً $a^* = 0.7431$.

ومنها تُحسب (b) وكالآتي: $1 - 0.7431 = 0.2569$.

بهذا ستكون دالة الإنتاج كالآتي: $Y^* = A^* L^{0.743}K^{0.2569}$

$$R^2 = 0.650 \qquad \sum y^2 = 180 \qquad \sum e_2^2 = 6.45$$

وباستخدام مجموع مربعات الخطأ في الحالتين لاستخراج (F*) وبطريقة[1] العلاقة التالية:

$$F^* = \left[\frac{\sum e_2^2 - \sum e_1^2}{\sum e_1^2}\right](n - k)$$

[1] R. Tinner، "Econometrics" New York، U.S.A، 1992، pp: 1-90.

وكالآتي:

$$F^* = \left[\frac{6.45-4.64}{4.64}\right] \ (30-3) = 10.53$$

ومقارنة (F*) مع F الجدولية (2.89) مع درجات حرية k-1،n-k أي 1، 28 بمستوى معنوية 5%. بهذا يُرفض فرض العدم القائل بأن $H_0: a + b = 1$. ويُقبل (عدم رفض) الفرض البديل القائل بأن $H_1: a + b \neq 1$، أي أن المعلمات التي تم تقديرها معنوية وأن الصناعة بالفعل تتمتع بظاهرة تزايد الغلة، بهذا يكون افتراض ثبات الغلة افتراض غير واقعي لأن $(a + b > 1)$، والعكس صحيح.

ب- اختبار مدى صحة افتراض الرشد الاقتصادي للمستهلك

تطبيق (10):يفترض الاقتصاد الجزئي أن للمستهلك سلوكاً رشيداً في تعامله مع دخله واستهلاكه وأسعار السلع، وبافتراض أن دالة الطلب على سلعة معينة كانت كالآتي:

$$D = P^{\alpha}Y^{\beta}$$

حيث أن:

D: الطلب على سلعة معينة.

P: السعر.

Y: الدخل النقدي للمستهلك.

α: معامل مرونة الطلب السعرية.

β: معامل مرونة الطلب الداخلية.

وبافتراض الرشد الاقتصادي فإن مجموع المعلمتين α،β يجب أن يساوي صفراً أي: $\alpha + \beta = 0$، أي هناك ثبات لتأثير الدخل والسعر بعد زيادة السعر أو الدخل على السلعة. ولأجل إثبات ذلك يتم القيام بالآتي:

(أ) تقدير دالة الطلب بالصيغة غير المقيدة، حيث يتم حساب المتغير العشوائي $\left(\sum u_1^2\right)$

(ب) ثم تقدر دالة الطلب بالصيغة المقيدة والتي تفترض أن$\alpha + \beta = 0$ ومنها يتم الحصول على الصيغة المتغيرة الآتية:$D = AP^{-\beta}Y^{\beta}$

ومنها الحصول على:

$$D = A\left(\frac{Y^{\beta}}{P^{\beta}}\right) \qquad\qquad D = A\left(\frac{Y}{P}\right)^{\beta}$$

وبتقدير هذه الصيغة وتحديد $\sum u_2^2$، وبالتالي يمكن إجراء الاختبار على نفس النحو الذي سبق، أي كما جاء سابقاً.

جـ- اختبار مدى صحة بعض القيود في الحالة العامة

بافتراض أن الدالة العامة تأخذ الشكل التالي:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \ldots b_nX_n$$

وإذا توفرت المعلومات من مصادر أخرى تشير إلى أن $b_1 = 1$ و $b_3 = b_2$. فإذا ما أريد اختبار مدى صحة هذه القيود من خلال العينة المتاحة، فإنه يتم إتباع الخطوات التالية:

1- القيام بتقدير الدالة حسب ما ورد أعلاه وبدون قيود ومن ثم حساب $\sum u_2^2$ بدرجات حرية n-k.

2- يتم التعويض عن القيود في المعادلة أعلاه (الدالة العامة)، حيث تأخذ الشكل:

$$Y - X_1 = a + b_2(X_2 + X_3) + b_4 X_4 + \dots b_n X_n$$

ويصبح عدد المتغيرات المراد تقديرها في هذه الحالة أقل من $k-2$ حيث لا يوجد هناك b_1 أو b_2.

3- القيام بتقدير الصيغة المقيدة وتحديد قيمة $\sum u_2^2$ بدرجات حرية $n-k+2$.

4- ثم القيام بتحديد الفرق بين $\sum u_1^2$ و $\sum u_2^2$ بدرجات حرية تساوي

$$n - k + 2 - (n-k) = 2$$

وهي (2) أي عدد القيود المفروضة.

5- القيام بحساب $F = \dfrac{(\sum u_1^2 - \sum u_2^2)/2}{\sum u_2^2/n-k}$

6- تتم المقارنة مع F الجدولية بنفس الطريقة السابقة.

14.6 التطبيقات والتمارين

14.6.1 التطبيقات

لقد تم ذكرها في متن البحث وعددها عشر تطبيقات.

14.6.2 التمارين

1- قام باحث بجمع بيانات من 14 أسرة من الريف والحضر عن الادخار والجدول أدناه يتضمن عدد الأسرة وادخارها وكالآتي:

الأسرة	دخل الأسرة **Yd** (ألف دينار)	نوع الأسرة **D**	الادخار **S** (ألف دينار)
1	5	ريف	1.5
2	2	ريف	0.5
3	4	حضر	1.0
4	8	حضر	3.0
5	3	ريف	0.5
6	4	حضر	0.5
7	7	حضر	3.0
8	4	ريف	1.0
9	2	ريف	0.3
10	5	حضر	2.0
11	6	ريف	2.0
12	3	حضر	1.0
13	2	ريف	0.5
14	1	ريف	0.2

المطلوب

أ) اختبار الفرضية القائلة بأن سكان الحضر أقل ادخاراً من أهل الريف لنفس مستويات الدخل باستخدام تحليل التباين معتمداً الأسرة ذات الدخل كأساس.

ب) اختبار ثبات الفرد على الادخار باستخدام تحليل التباين ذو الاتجاهين.

ج) استخدام اختبار شاو لتقدير الاختلاف الجوهري بين السلوك الادخاري في الريف والحضر.

د) اختبر الفوارق في الميول الحدية لادخار الريف.

2 - قام باحث بتقدير الطلب على النقود (M) باستخدام انحدار متغير سعر الفائدة (r) والدخل القومي (Y_i) من المعلومات الآتية:

السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	15	10	12	25	35	37	40	50	56	60
Y_i	75	112	130	140	155	160	120	180	100	260
r	3.0	3.2	3.5	3.7	4.0	4.3	4.5	5.0	5.5	6

أ) حدد دالة الانحدار التي وجدها الباحث.

ب) حدد مدى استقرار الدالة لفترتين متساويتين كل منها (5) سنوات.

ج) اختبر معنوية الدالة في الحالات الثلاثة.

3- أدناه الرقم القياسي لواردات قطر معين للفترة 2000 - 2009 والرقم القياسي للدخل القومي والرقم القياسي لأسعار الواردات.

الواردات	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الدخل القومي (Y)	15	10	12	25	35	37	40	50	56	60
السعر(P)	3	3.2	3.5	3.7	4.0	4.3	4.5	5.0	5.5	6

المطلوب

(أ) وفق النموذج الخطي البسيط بين M و Y واختبر معنويات المقدرات.

(ب) وفق النموذج الخطي المتعدد بإضافة (P) واحسب التحسن في القدرة التفسيرية

للنموذج.

(جـ) حدد نسبة كل متغير تفسيري في المتغير الكلي للواردات وباستخدام تحليل التباين.

(د) حدد مدى استقرار الدالة عبر الزمن.

4- أدناه دخل (10)أسر وإنفاقها الاستهلاكي خلال الفترة2000- 2009.

الأسرة	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الدخل	5	4	6	8	7	5	2	3	3	10
الإنفاق الاستهلاكي	4.0	3.2	4.5	6	5	4.2	1.8	2.6	2.5	2.0

المطلوب:

أ- توفيق دالة الاستهلاك.

ب- اختبار الميل الحدي للاستهلاك والمعنوية الكلية للدالة.

جـ- فرضية انخفاض الميل الحدي للاستهلاك مع زيادة الدخل باستخدام اختبار شاو (Chow).

لفصل الخامس عشر

15 التنبؤ وتطبيقاته الاقتصادية

15.1 مفهوم التنبؤ وأنواعه وأهميته

15.1.1 مفهوم التنبؤ العلمي

15.1.2 أنواع التنبؤ

15.1.3 أهمية التنبؤ

15.1.4 أسلوب التنبؤ

15.1.5 استخدام نتائج التقدير للتنبؤ بالمستقبل

15.2 المنهجية التطبيقية في التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية

15.2.1 تشخيص النموذج

15.2.2 القيام بالتنبؤ

15.3 اختبار القدرة (التحقق من القوة) التنبئية للنموذج

15.4 تطبيقات وتمارين

15 التنبؤ وتطبيقاته الاقتصادية Prediction and its Economic Applications

يتناول هذا الفصل دراسة الحالة التطبيقية المذكورة في الفصول السابقة إضافة على استخدامها في عملية التنبؤ بالقيم المستقبلية، ولهذا جاء هذا الفصل متضمناً مفهوم التنبؤ والمنهجية المتعبة للتنبؤ وأخذ تطبيقات عملية على التنبؤ بنقطة والتنبؤ بفترة ثقة أو بمعادلة أو التنبؤ بمجموعة من المعادلات (النماذج)،كما سيتم عرض الخطوات المستخدمة لإجراء عملية التنبؤ.

15.1 مفهوم التنبؤ: أنواعه وأهميته

15.1.1 مفهوم التنبؤ العلمي[1]

التنبؤ بمختلف مفاهيمه Prediction or Prognosis وليس التكهن (Forecasting)، يُقصد به بشكل عام (استشراف حالات وسلوك الظاهرة في المستقبل القريب أو البعيد)، وقد يكون تقديراً أو تكهناً أو توقعاً فهو يعني مفهوماً واحداً، ألا وهو وصف حالة الظاهرة (Phenomenon) في نقطة أو مدة زمنية معينة في المستقبل، ويفترض التنبؤ العلمي أن سلوك الظواهر الاقتصادية في المستقبل القريب ما هو إلا امتداد لسلوك هذا

---

[1] يُقصد بالتنبؤ (Prediction) استخدام تحليل الانحدار (Regression analysis) في توقع (تقدير) القيمة المتوقعة للمتغير التابع E (Y/X) من خلال المعرفة بقيمة متغير أو أكثر من المتغيرات المستقلة. ويُعتبر التنبؤ جزءاً لا يتجزأ من تفسير الظواهر (Explanation)، ويختلف التنبؤ عن التكهن (Forecasting) في أن التنبؤ هو تعبير شرطي (Conditional) بمعنى أنه إذا كان هناك قيمة معينة للمتغير X فحينئذ يمكن توقع Y باستخدام معادلة الانحدار. للمزيد من الإيضاح أنظر:

– عبد الرزاق شربجي، الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص 62.

الظواهر في الماضي القريب، ومن ثم فإن حدوث تغيرات فجائية لم تكن كتوقعه من الممكن أن تؤدى لعدم دقة التنبؤات العلمية الخاصة بمستقبل الظواهر الاقتصادية[1].

التنبؤ يمكن أن يكون تكهناً مستنداً على تصورات شخصية للباحث الاقتصادي أو الإداري، وقد يكون مبنياً على معلومات وبيانات حقيقية عن سلوك الظاهرة في الماضي وذلك بتأثير عوامل معينة وسلوك حقيقي في الحاضر مع توقعات عن السلوك المستقبلي للظاهرة تلك والتنبؤ العلمي القائم على دراسات اقتصادية وإحصائية مفهوم مرتبط بالدراسة والتحليل العلميين للظاهرة في الحاضر والماضي وتوقع سلوك هذه الظاهرة مستقبلاً فمسار الظاهرة في هذه الحالة يأخذ ثلاث مراحل هي:

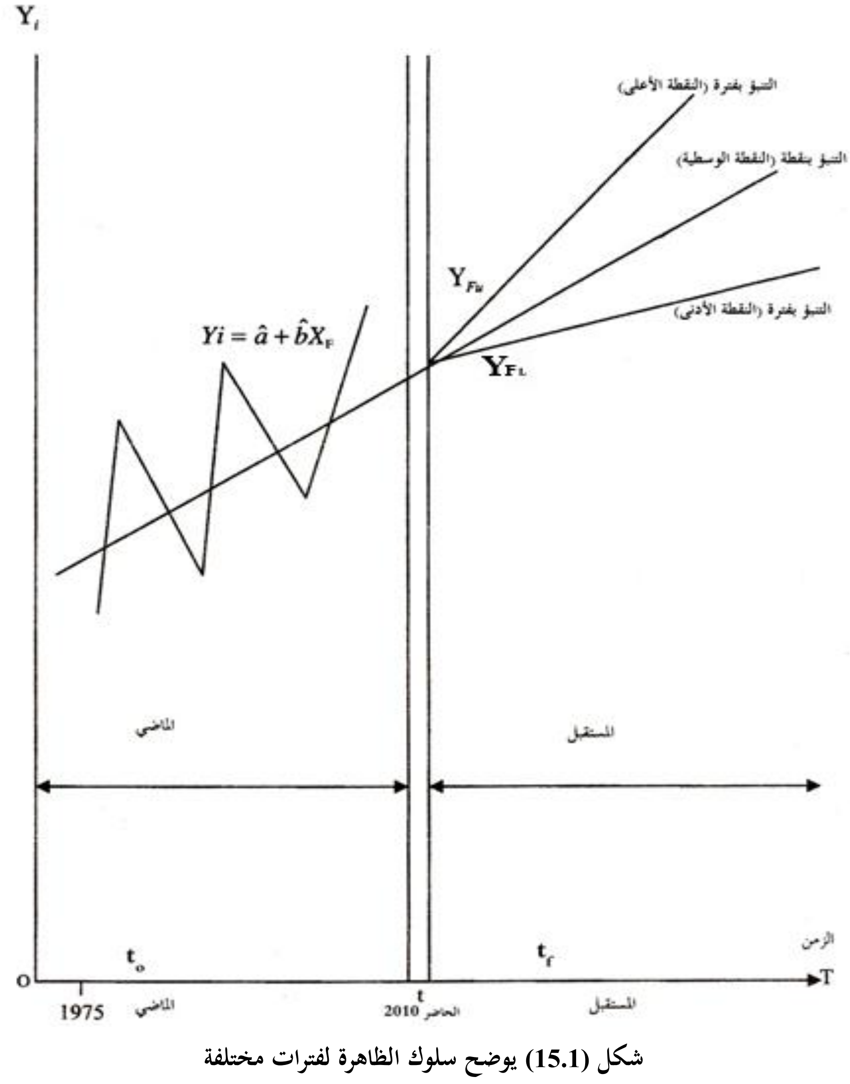
1– المرحلة الأولى: هي مرحلة الماضي Past Behavior

هي بين المدة التي تكون فيها الظاهرة تحت الملاحظة الاقتصادية والعلمية لمدة زمنية معينة (5-15) سنة، والتي تجمع عنها البيانات الخاصة بالمشاهدات الفعلية والعوامل المؤثرة عليها، ومنها يتم دراسة الظاهرة تاريخياً (كالسلاسل الزمنية أو المشاهدات التاريخية المستلة من البيانات الإحصائية المجمعة والمعالجة عن سلوك الظاهرة والمتغيرات المؤثرة. وتعطي هذه المشاهدات التاريخية صورة متكاملة عن مسار الظاهرة. وعند معالجتها رياضياً وإحصائياً يتم الحصول على خط لانحدارها من الماضي إلى الحاضر (أنظر الشكل 15.1).

يخضع سلوك الظاهرة هذه إلى التحليل التاريخي الإحصائي والقياسي لتحديد العوامل المفسرة لسلوك الظاهرة هذه (X_i، Z_i، W_i) مع تحديد لقوة تأثير كل عام عبر معلماتها التاريخية (c، b، a) ، وتحديد العوامل الخاصة بمتغير الإزعاج اتجاه هذه الظاهرة (u_i)

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره، ص 583.

وذلك عبر التحليل التاريخي أو التحليل الواقعي أو الفعلي (Historical or Empirical Analysis). ولهذا التحليل مهمات أبرزها:



شكل (15.1) يوضح سلوك الظاهرة لفترات مختلفة

أ- تحديد السلوك العام للظاهرة وتذبذبها عبر الزمن أو قيمها الزمنية (Y_i) وتحديد المسار الذي تأخذه عبر الشكل الانتشاري والشكل الهندسي للمنحنى الخاص بها ومن ثم تحديد دالة انحدارها.

ب- تحديد العوامل المؤثرة (Variables or Factors) وحقيقة الارتباط بينها وبين هذه العوامل التي تعطي رموزاً معينة إن كانت (X_3، X_2، (X_1 أو D_i)، Z_i، X_i ... الخ وذلك على أساس افتراض وجود مثل هذه العلاقة بينهما.

جـ- تحديد قوة تأثير كل من هذه العوامل تاريخياً، وذلك عبر تقدير معلماتها ($\hat{c}, \hat{b}, \hat{a}$) وغيرها من المعلمات والتي تبين نسبة تأثير العامل على نسبة تطور الظاهرة في الماضي وتحديد العوامل الثابتة زمنياً والتي لا ترتبط بأي من العوامل المحددة وهي المعلمة التي يُطلق عليها عادة (a) وهي المقطع الذي يحدثه خط مسار الظاهرة مع الإحداثي العمودي، حيث إن a أو (b_0 كما يستعمل في بعض الأدبيات) قيمة ثابتة ليس لها ارتباط مع أي من العوامل المتوقع ارتباطها بالظاهرة أو كونها سبباً في نشؤها وتطورها واختفائها.

قد تضم القيمة a أو b_0 بعض العناصر المؤثرة لكنها غير معروفة وقد يتم إيجاد اسما لها أو تفسيراً ولكن قد لا يتم التأكد من ذلك، ويتم قبول هذه المعلمة كما هي، فقد تكون الحد الأعظم أو مستوى الإشباع الكامل للطلب عندما يكون السعر صفراً وذلك عندما تأخذ الدالة الصيغة الآتية:

$$D = a - bP$$

وفي حالة العرض يأخذ نفس الشكل الجبري الآتي:

$$S = c + dP$$

لكن لا يوجد تفسيراً لـ (a) يكون مقنعاً في المنطق الاقتصادي، فقد تكون (الحد الأدنى المعروض عندما يكون السعر (P) في حده الأدنى ولكن لا يمكن أن يكون السعر صفراً لأن المعلمة تشير إلى ذلك.

بهذا فإن (a) من الناحية الاقتصادية الحقيقية إن هي إلا قيمة غير محددة، لكنها قياسياً يمكن أن تحدد وتعطى أي تفسير غير التفسير العشوائي أو العوامل المجهولة التأثير.

د- تحديد قوة ارتباط المتغيرات المستقلة أو العوامل المؤثرة مع الظاهرة المدروسة (المتغير التابع) من خلال معامل الارتباط، وبالتالي تقدير ما إذا كانت تلك المتغيرات المستقلة تؤثر أو لا تؤثر على الظاهرة، مع تقدير وزن هذا التأثير وأهميته عبر معامل الارتباط.

هـ- تحديد نسبة تأثير كل متغير مستقل على الظاهرة، أو القوة التفسيرية للمتغير من مجموع القوى التفسيرية لسلوك الظاهرة عبر معامل التحديد.

و- تحديد قوة تأثير العوامل غير المعروفة أو المجهولة أو التي لم تؤخذ في الحسبان وذلك عبر الخطأ المعياري للتقدير e_i والذي يُرمز له بـ (u_i).

ز- تمهيد السلوك العام للظاهرة بإزالة التذبذب الزمني بسبب تباين تأثير العوامل المستقلة، لتقدير المسار العام للظاهرة عبر الدالة الانحدارية والتي هي تقديرات لقيم الظاهرة فيما لو أثرت كل هذه العوامل بصورة متناسقة ومتناغمة صعوداً أو نزولاً بنسب متسلسلة زمنياً أو بصورة ثابتة عندما يكون شكل المنحنى موازياً للمحور السيني، كل ذلك يجري لفترة زمنية (t_0).

2– المرحلة الثانية هي المرحلة التوصيفية Specification Stage (مرحلة توصيف النموذج):

هي المرحلة الحاضرة وقياساً بالزمن فهي في الزمن (t) وهي مرحلة تحليلية حاضرة لسلوك الظاهرة ولأجزائها المكونة ولطبيعة العوامل المؤثرة في الوقت الحاضر. وتُدعى بالمرحلة التشخيصية (Diagnostic stage)، لأنها تتوجه إلى المعلمات والمتغيرات بهدف تحديد ما إذا كانت سمات وخصائص وسلوك واتجاه تأثير العوامل ذاتها صحيحاً من الوجهة العلمية الحالية أم لا[1]. ويشمل الفحص في هذه المرحلة بمقارنة الارتباط الذاتي Autocorrelation للسلسلة المحسوبة من دالة الانحدار (نموذج القياس) مع الارتباط الذاتي لعينة أصلية منها، فإذا ما كانت هناك فوارق مهمة بين الدالتين، فإن إعادة النظر في النموذج تُصبح مسألة هامة. وفي حالة تكون الفوارق جزئية يستكمل التحليل للبواقي الناجمة عن النموذج، (حيث يُفترض أن تكون دالة البواقي مساوية للصفر والتي تدل على عدم ارتباطها ببعضها عندما يكون النموذج مشتقاً بصورة صحيحة).

رغم ذلك فإن فحص المتغيرات المستقلة من الجوانب الاقتصادية واتجاهاتها المستقبلية واحتمالات تأثيرها على الظاهرة هو عمل التوصيف الآتي الأهم، فقد تغير هذه العوامل من أدوارها وقوة تأثيرها، وقد تحل محلها قوى أخرى محتملة بفعل قوى التقدم العلمي والتقني والنمو الاقتصادي العام، فالطلب على الدقيق مثلاً محدد بعوامل الدخل القومي ومتوسط

---

[1] Roberts Pindyck and Daniel L. Rubinfield – Econometric Models & Economic Forecast، McGraw-Hill Book Co.2nd 1981، 2nd edition ، PP203-205.

دخل الفرد ويُفترض به (كسلعة دنيا) أن يكون متوسط استهلاك الفرد منه في تنازل مستمر عند زيادة متوسط دخل الفرد بشكل متواصل، لكن الأمر لا يكون دائماً هكذا فقد تشهد تحولاً للطلب عليه بسبب عوامل أخرى غير موجودة في النموذج القياسي ولا يُفترض بها أن تكون في هذا النموذج كاستعمال الدقيق والخبز مباشرة كعلف للحيوانات (بسبب ارتفاع أسعار الأعلاف) وكذا الحال مع حليب الأطفال الذي قد يُستغل كمصدر للبروتين الحيواني في عليقه الدجاج لعدم توفر هذا البروتين أو ارتفاع أثمانه قياساً لحليب الأطفال. بهذا فإن ارتفاع معدلات استهلاك الفرد من الدقيق لا يعود إلى استهلاك الخبز لوحده بل للمعجنات والحلويات والأعلاف واستخدامه من قبل الفنون التشكيلية (للسيراميك البارد) وأيضاً نوعية رغيف الخبز المسبب للهدر الكبير فيه وهكذا، كذلك ارتباطه مع السلع البديلة كالأرز والشوفان والذرة وغيرها من العوامل. ويُعتبر التحليل التوصيفي مرحلة مهمة لاستخدام النموذج القياسي لأن الكثير من التعديلات المهمة قد تطرأ أو يجب أن تطرأ عليه قبل استخدامه في التنبؤ. وقد يكون ذلك حيوياً جداً، إذ أن التنبؤ بالاستكمال المباشر (Direct Extrapolation) قد يُسبب خسائر جسيمة للاقتصاد الوطني.

3- المرحلة الثالثة هي مرحلة التنبؤ القياسي (Econometric Prediction)

وهي مرحلة الهدف في إعداد واختبار النموذج القياسي، حيث إن النموذج القياسي بعد تعديله (إن وجد) سيُستخدم للتنبؤ للفترة الزمنية القادمة.

والتنبؤ القياسي في هذه المرحلة يعني:

أولاً: تقدير كمّي للقيم المتوقعة للمتغيرات التابعة في أمد مستقبلي مقدر على أساس ما متاح من معلومات عن الماضي والحاضر.

ثانياً: استشراف مستقبلي لسلوك الظاهرة وقيمها المتوقعة ضمن مدى زمني معلوم (t_F).

ثالثاً: تقديرات كمية (وقد تكون تشكيلات من التقديرات) حول الصور المتوقعة لإحداث المستقبل مستندة على معلومات الماضي والحاضر.

حيث يعتقد أغلب الاقتصاديين بأن هذه المعلومات عن الماضي والحاضر هي مجسدة فعلياً في النموذج القياسي[1]، إن كان ذلك على هيئة معادلة واحدة هيكلية، أو منظومة من المعادلات والنماذج، أو نموذج لسلسلة زمنية، ويتم ذلك عبر عملية استكمال المعلومات باستخدام النموذج أو إيقاعها المستقبلي (Future Extrapolation) للتنبؤ بأحداث المستقبل الاقتصادية وقيمها، أي أن الأحداث المستقبلية هي امتداد لأحداث الماضي والحاضر المشابهة. لهذا فلا يُتوقع أن تحدث قفزات غير اعتيادية أي تغير نسق انسيابها السابق إلى نسق وانسياب جديد يختلف كلياً عن الماضي والحاضر.

قد يعتقد البعض بأن الحديث هنا يدور حول السلاسل الزمنية فقط، والجواب هو ليست السلاسل الزمنية فقط هي المقصودة بهذا الكلام، بل كل الظواهر والأحداث والمتغيرات إن كانت محسوبة بسلسلة زمنية أو بعينة، فهي تتجه بمسارها لاحقاً نحو المستقبل

[1] Roberts Pindyck ، and Daniel Rubinfield، "Econometric Models and Economic Forecast"، pp 203 -211 .

ما دام تحليلها يتم في الحاضر. وقد يكون المستقبل قريباً جداً أو بعيداً، فلا فرق في ذلك، ما دام الاتجاه نحو زمن لاحق للزمن الحاضر.

عدا ذلك فإن التشخيص (Diagnosis) الإحصائي في الوقت الحاضر سيهتم وبشكل مركز على (اختبار القوة التنبئية للنموذج) فإن ثبتت هذه القدرة وبتقدير عال فإن معنوية التنبؤات (Prediction's Reliability) ستكون عالية وبالتالي فإن معنوية القيم المقدرة مستقبلاً سيكون لها صفة الحقائق المستقبلية (Future facts) وذلك عندما يتطابق منطق المستقبل مع أحداثه المقدرة بواسطة النموذج القياسي، بخلافه فإن كل ما تم عمله سيُعتبر من باب التفلسف الاقتصادي – القياسي ومضيعة للوقت والجهد، وتنتفي الحاجة في هذه الحالة إلى مثل هذه الأنشطة العلمية ويُصار إلى استخدام الخبرة والقدرات الحدسية وسرعة البديهية (Intuition) في استشراف المستقبل.

15.1.2 أنواع التنبؤ[1]

يُقسم التنبؤ إلى أربعة أنواع وفقاً لمعايير مختلفة وهي:

1- **هناك نوعان من التنبؤ القياسي وفقاً للطريقة المستخدمة في التنبؤ وهما:**

أولاً: **التنبؤ بنقطة (Point Prediction)** وهو تنبؤ يُقصد به إعطاء قيمة واحدة فقط للحدث المتوقع، أو الحدث المستقبلي، أو الظاهرة المستشرفة، والمقصود هنا أن المتغير التابع سيأخذ قيمة مستقبلية واحدة (Y_F) ولا توجد لها احتمالات أخرى، بافتراض قيمة معينة

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سبق ذكره، ص ص 584 - 586.

للمتغير المستقل (أو قيمة معينة لكل متغير مستقل على حده)، مثل التنبؤ بقيم الدخل القومي الليبي للعام (2010) كأن يكون (80) مليار دينار ليبي.

ثانياً: التنبؤ بفترة أو مدى (Interval Prediction) هنا تُعطى أو تُقدر أكثر من قيمة للمتغير التابع مستقبلاً، بمعنى أن التنبؤ بمدى يعنى بالمدى الذي يمكن للقيمة الحقيقية للمتغير التابع في المستقبل أن تتراوح فيه، كأن يكون الدخل القومي بين (18) مليار إلى (22) مليار دينار وذلك بنسبة ثقة معينة (Confidence Interval)، حيث يكون هناك حد أدنى متوقع للدخل القومي وحد أعلى له باحتمال 95% أو 99% وهكذا.

وهناك من يُفرّق بين ثلاثة أنواع لفترة التنبؤ، فإذا تم افتراض أن هناك بيانات فعلية عن الفترة 1975 - 2009، ثم تم أخذ عينة من البيانات للفترة 1985 - 2000، واستخدامها في تقدير معادلة الانحدار التالية:

$$Y_t = \hat{a} + \hat{b}X_{1t} + \hat{c}X_{2t} + u_t$$

فعند ذلك يمكن الحصول على تنبؤات لثلاث فترات هي:

أ- تنبؤات داخل العينة In sample Prediction، وهي تنبؤات المتغير التابع Y_t التي يمكن الحصول عليها بالتعويض عن القيم الفعلية للمتغيرات المستقلة خلال الفترة 1985 - 2000. وتسمى أحياناً بالقيم الممهدة Fitted Value.

ب- تنبؤات محققة خارج العينة out-of-sample prediction

هي التنبؤات التي يمكن الحصول عليها للمتغير التابع باستخدام القيم الفعلية المتوافرة للمتغيرات المستقلة خلال الفترة خارج العينة 1986 - 2009 والتي تتوافر فيها بيانات فعلية

عن كل من Y و X_{1t} و X_{2t}، وتُستخدم هذه التنبؤات عادة لاختبار مقدرة النماذج المختلفة على التنبؤ وذلك بمقارنة القيم الفعلية للمتغير التابع Y_t خارج فترة العينة بالقيم المتوقعة باستخدام هذه النماذج خلال نفس الفترة.

جـ- تنبؤات مستقبلية Exante Prediction وهي التنبؤات الخاصة بالمتغير التابع في فترة مستقبلية بعد سنة 2009، حيث لا تتوفر فيها بيانات فعلية عن المتغير التابع و المتغيرات المستقلة. وهذه عادة التنبؤات التي يتم التحدث عنها أو القصد منها في محاولات التنبؤ العلمي.

2- ويُقسم التنبؤ من ناحية المدة الزمنية إلى:

أولاً: تنبؤ بعد التحقق (Ex-post Prediction)

وهو التنبؤ أو التوقع الخاص بقيم المتغير التابع في فترة تالية للفترة التي تم تقدير النموذج خلالها، أو في فترة تكون فيها بيانات فعلية متاحة عنها، وتُستخدم هذه التنبؤات لمقارنة البيانات الفعلية مع تلك المتنبأ بها والتحقق من صحة النموذج وتُعطي إمكانية لإعادة النظر فيه. فمثلاً القيام في العام (2009) بإجراء التنبؤات الآتية:

1- تقدر دالة الاستهلاك للفترة 1975 - 1990.

2- تقدير دالة الاستهلاك للفترة 1991 - 2005.

وهي أعوام تتاح عنها بيانات فعلية خاصة بالاستهلاك كمتغير تابع وبالدخل كمتغير تفسيري.

3- تقارن الأرقام تلك مع الأرقام الفعلية للتأكد من صلاحية أسلوب التنبؤ.

ثانياً: التنبؤ قبل التحقق (Ex-ante Prediction)

وهي تعتني بالتنبؤ بقيام المتغير التابع مستقبلاً (في فترات مستقبلية لا تتاح عنها بيانات خاصة بالمتغير التابع) على أساس البيانات والمعلومات الخاصة بالحاضر والماضي بحيث لا تكون فيها أية قيمة من قيم هذا المتغير قد تحققت، مثل قياس الدخل العام (2015) في العام الحالي (2010) أنظر الشكل (15.1).

3- التنبؤ وفق درجة التأكد (Degree of Certainty) on Prediction Based

التنبؤ وفقاً لدرجة التأكد نوعان:

أولاً: التنبؤ المشروط (Conditional Prediction)

وهي تنبؤات تكون فيها أحد المتغيرات التفسيرية التي سيتم التوقع على أساسها غير معروفة على وجه التأكيد وإنما يجب أن يتم التنبؤ بها هي أيضاً أو تخمينها، فإذا ما تحقق التخمين أو التنبؤ تحققت التنبؤات بالظاهرة. فالدخل القومي حتى عام 2020 قد يكون مجهولاً ويتم التنبؤ به هو الآخر، فإن تحققت قيمته المستقبلية تحققت الظاهرة المرتبطة به. وليكن الاستهلاك فقيمة الاستهلاك المستقبلية تكون مرتبطة أو مشروطة بتحقق الدخل القومي المستقبلي، ومن ثم فإن التنبؤ بقيمته المتغير التابع تكون مشروطة بمدى دقة القيم المفترضة للمتغير التفسيري.

ومن أمثلة ذلك النموذج التالي:

$$Y_t = a + bX_{1t} + bX_{2t} + u_2$$

فإذا كانت الرغبة هي توقع قيمة Y_{t+1} فلابد أن يتم توقع قيم أولاً المتغيرين X_1، X_2 في الفترة المقبلة X_{1t+1}، X_{2t+2}.

ثانياً: التنبؤ غير المشروط (Unconditional Prediction)

يكون التنبؤ هنا على أساس معلومات فعلية (مؤكدة) متاحة عن المتغيرات التفسيرية (مثل البيانات الناجمة عن التنبؤ بعد التحقق)، ومن ثم فإن كل أنواع التنبؤ بعد التحقق تعتبر تنبؤ غير مشروط، ومن أمثلة ذلك النموذج التالي:

$$Y_t = a + bX_{t-1} + cX_{t-2} + u_t$$

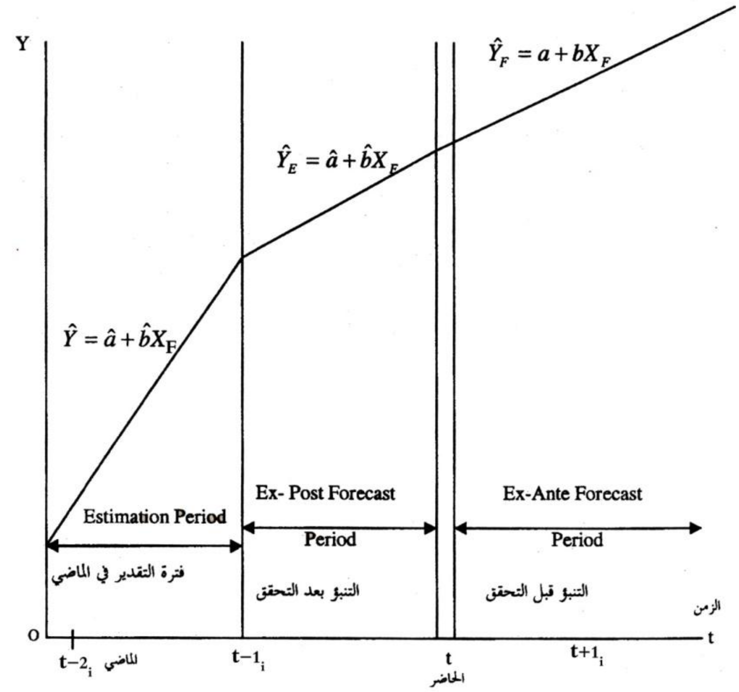
حيث أن:

Y_t = هي مخزون الفترة الحالية (الشهر الحالي).

X_{t-1} = هي مبيعات الفترة السابقة.

X_{t-2}= هي مبيعات الفترة ما قبل السابقة.

يشير النموذج أعلاه إلى أن مخزون الفترة الحالية يتحدد بمبيعات الفترة السابقة وما قبلها. فإذا كانت الرغبة هي التنبؤ بمخزون الفترة Y_{t+1}، فمن الممكن عمل ذلك باستخدام البيانات المتوافرة عن المبيعات في الفترة الحالية (t) والفترة السابقة (t - 1) وهي بيانات فعلية ومؤكدة. أي أنها تنبؤات غير مشروطة (أنظر الشكل 15.2).



شكل (15.2) يوضح التنبؤ حسب التحقق

4- التنبؤ وفق درجة الشمول: في هذا الصدد يتم التنبؤ باستخدام انحدار مكوّن من:

أولاً: التنبؤ بمعادلة أو نموذج واحد Prediction With Single Equation Model

ثانياً: التنبؤ بأكثر من معادلة أو نموذج Prediction With Multi-Equation Model

15.1.3 أهمية التنبؤ

التنبؤ هدف النظرية الاقتصادية وممارستها، فالإنسان عندما يدرس الظواهر الاقتصادية ويحللها باستخدام الأسلوب اللفظي والرياضي والقياسي ما هي إلا محاولة لاكتشاف طبيعة

الظاهرة وعواملها المحددة وتأثير هذه العوامل وغيرها من التحليلات والدراسات النظرية والتطبيقية التي تتجسد مهمتها في الآتي:

1- جمع أكبر قدر من البيانات والمعلومات عن سلوك الظاهرة والظواهر والعوامل المرتبطة بها ومولداتها ومحفزاتها ومؤثراتها وقوة ذلك.

2- اكتشاف القوانين والعلاقات التي تتحكم في سلوك هذه الظاهرة.

3- استخدام المعلومات والقوانين والمفاهيم والعلاقات لتوجيه سلوك الظاهرة لمصلحة البشر، وهي طريقة استخدام التحليل الموضوعي في الإدارة الموضوعية أو المعيارية للظاهرة.

هذا بحد ذاته يقع من خلال التنبؤ، فالإنسان بدون معلومات عن المستقبل مثله مثل الذي يسير في درب لا نور فيه، بهذا سيتخبط بشكل عشوائي وقد يصل إلى هدفه لكن بأضرار وخسائر ق تكون جسيمة. أما عندما يكون الدرب منيراً، فإنه يكون ذو حرية أكبر في الحركة والسير بشكل أسرع مما كان في الظلمة إضافة إلى تحكمه بسيره بشكل انسيابي، وكلما زادت الإنارة زادت درجة التأكد عنده وبالتالي حريته في الحركة والسير والتقدم. فالتنبؤ هو تلك المعلومات المؤكدة بقدر ما والتي تتيح للإنسان الحركة وتوجيه الظاهرة نحو أهدافه المستقبلية، وفي أقل الحالات فائدة، هو الاستفادة النفعية (البراغماتية) من سلوك الظاهرة التي ليست له القدرة على التحكم بها لمصلحته أيضاً.

فلو عرف منتج ما سينتجه الآخرون مثلاً من سلع بالنوع والكمية (ظاهرة غير متحكم بها) فإنه يستطيع أن يتخذ قراراته الخاصة بالإنتاج وإدخال الجديد ليكون منافساً وليحقق أهدافه بنسبة تأكيد عالية، وعندما يعرف المستهلك أن سعر سلعة ما سيرتفع

مستقبلاً ويكون بمقدوره أن يشتري حالياً بمدخراته ما يمكنه أن يكفيه لفترة طويلة لاستهلاكه أو للمضاربة وتحقيق الأرباح وهكذا. إن معرفة الطالع هو محاولة فتح ثغرة في جدار المستقبل ومعرفته سلوك الظاهرة المستقبلي ما هي إلا محاولة علمية وجادة في الاستفادة القصوى من موارده المتاحة لتحقيق أهدافه بوعي وسلاسة ومعرفة مؤكدة بمستقبله.

15.1.4 أسلوب التنبؤ

يوجد هناك مدخلين للتنبؤ العلمي

أ- التنبؤ القياسي Econometric Prediction

بالنسبة للتنبؤ القياسي فهو يعتمد على نماذج انحدار تربط بين متغير أو عدد من المتغيرات التابعة وعدد آخر من المتغيرات المستقلة. ومن أهم مزايا هذا المدخل أنه بالإضافة إلى مساعدته على التنبؤ العلمي بقيم بعض المتغيرات، يقدم تفسيراً للتغيرات في قيم المتغير التابع.

ب- تنبؤ السلاسل الزمنية Time Series Prediction

أما عن تنبؤ السلاسل الزمنية فهو يعتمد على القيم الماضية لمتغير ما للتنبؤ بقيمة المستقبلية دون تقديم تفسير للتغير في قيم هذا المتغير.

ويلاحظ أن هناك أربعة مصادر محتملة للخطأ الذي يمكن أن يحدث في التنبؤ العلمي هي[1]:

1- حدوث بعض التغيرات العشوائية غير المتوقعة كالزلازل والأوبئة والأمراض... الخ، وكل هذه التغيرات تنعكس في الحد العشوائي الذي يوجد في أي معادلة انحدار.

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سبق ذكره، ص 587.

2- استخدام عينة متحيزة لا تمثل المجتمع تمثيلاً واقعياً وصادقاً في تقدير النموذج الذي سوف يُستخدم في عملية التنبؤ، أي أن $\hat{a}$ ، $\hat{b}$ المقدرتين من بيانات عينة ليستا ممثلتين لمعلمتي المجتمع b،a تمثيلاً جيداً.

3- الخطأ في تقدير أو تخمين القيم المتوقعة للمتغيرات التفسيرية التي يتم على أساسها التنبؤ بقيم المتغير التابع وذلك في حالة التنبؤ المشروط.

4- الخطأ في تعيين النموذج وذلك من حيث درجة خطية العلاقة أو عدد متغيراتها التفسيرية أو عدد معادلات النموذج.

15.1.5 استخدام نتائج التقدير للتنبؤ بالمستقبل[1]

إن التنبؤ هو تعبير شرطي Conditional وهو جزء من تفسير Explanation الظواهر الاقتصادية المدروسة قياسياً، واستخدام نتائج تقدير نماذج الانحدار في التنبؤ بالمستقبل محكوم بالشروط التالية:

1- بقاء معاملات الانحدار المقدرة في الفترة الزمنية للتقدير على حالها دون أن تتغير في الفترة الزمنية للتنبؤ.

2- استمرار العلاقات السلوكية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في الفترة الزمنية للتنبؤ.

3- بقاء العوامل الأخرى التي لم تدخل في النموذج والتي تفترض النظرية الاقتصادية ثباتها (بقائها دون تغير أيضاً).

[1] جعفر باقر علوش، الاقتصاد القياسي التطبيقي، مصدر سبق ذكره، ص 170.

15.2 المنهجية التطبيقية في التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية

تشمل المنهجية التطبيقية (Applied Methodology) ثلاثة عناصر وهي:

1- تشخيص النموذج للتنبؤ (التعريف للنموذج أو المطابقة) (Identification).

2- القيام بالتنبؤ (إجراء التنبؤ) (Application).

3- التحقق من القوة (القدرة) التنبئية للنموذج (Verification).

15.2.1 التشخيص Identification

يرتبط التشخيص بمشكلة صياغة النموذج والتأكد من تقديراته وتقييمه. فالنموذج المشخص هو ذلك النموذج الذي تكون معلماته الهيكلية في المعادلة المعتمدة محددة، بهذا تكون المعادلة مشخصة بشكل دقيق، أي إذا ما كان للنموذج شكل إحصائي وحيد يمكن من خلاله الحصول على تقديرات وحيدة للمعلمات استناداً إلى بيانات الصيغة فإن النموذج يكون مشخصاً. أما عندما تكون تقديرات المعلمات بين المتغيرات المدمجة في النموذج لا تكون هي الحقيقية بين هذه المتغيرات بل ترتبط بمتغيرات أخرى أو بنموذج آخر مشكوك فيه فإن النموذج غير مشخص.

عادة ما يُستخدم في الاقتصاد القياسي منظومة من المعادلات الآنية، ويُعتبر تاماً أو مشخصاً بشكل كامل عندما تكون عدد معادلاته بعدد معلماته أو متغيرات داخلية بعدد

معادلاته. وعملية التشخيص يجب أن تتم قبل عملية التقدير (Estimation)، والتي تُعطي قوة مرغوبة للنموذج في التنبؤ[1].

15.2.2 القيام بالتنبؤ

القيام بالتنبؤ هو عملية إجراء الحسابات الاقتصادية الخاصة لتقدير القيم المستقبلية للمتغير التابع (Y_F)، بعد أن تتم معرفة قيم المتغيرات المستقلة (المستقبلية) W_F، Z_F،X_F . وقبل الدخول في موضوع التنبؤ الفعلي يجب الإشارة هنا إلى أن القيم التقديرية المستقبلية ستحتوي على نفس الأخطاء والانحرافات التي كانت في النموذج المقدر في الماضي لأنه إذا تم سحب الدالة من الماضي والحاضر إلى المستقبل بكل مشاكلها وحسناتها، وتتألف هذه الأخطاء وكما تم ذكره سلفاً من جزأين هما:

1- الجزء الخاص الناجم عن طبيعة معامل الإزعاج (u_i).

2- الجزء الخاص الناجم عن تقدير معلمات النموذج.

بالرغم من القيام بالتعديلات المطلوبة فإن النموذج المعتمد على الماضي أو المعاينة يعاني من انحراف قيمة المتنبأ بها عن القيم الفعلية التي يمكن تحققها مستقبلاً. ويتضمن التنبؤ صيغتين معتمدتين للتنبؤ وهما[2]:

---

[1] وليد إسماعيل السيفو وآخرون: "الاقتصاد القياسي التحليلي بين النظرية والتطبيق"، مرجع سبق ذكره، ص ص 162-157.

[2] كوتستيانس، نظرية الاقتصاد القياسي، ترجمة محمد عبد العال النعيمي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص 603 -604.

1- التنبؤ بنقطة (Point Prediction)

أي التنبؤ بمعادلة منفردة لنموذج الانحدار الخطي

Prediction With a Single Linear Regression Equation

التنبؤ بنقطة هو إعطاء تقدير وحيد (غير احتمالي) لقيم المتغير التابع في المستقبل (Y_F) باستخدام معادلة واحدة أو أكثر من معادلة، ويتأتى السبب في اعتماد تنبؤ النقطة في الآتي:

أولاً: عدم إمكان استخدام التنبؤ بفترة أو كون الفترة المحسوبة للقيم تكون كبيرة وتنعكس انعكاساً كبيراً وسلبياً عند اتخاذ القرار وخاصة ما يتعلق بالأمور الهامة كالدخل القومي والأسعار والاستهلاك والإنتاج.

ثانياً: عدم مرونة معاملات دالة معينة لاعتمادها في الفترة، مثل معلمة النمو السكاني، فمن الصعوبة إعطاء أكثر من احتمال، لأن عدد الوفيات والولادات يعتمد على متغيرات محددة بقوى خارج إرادة البشر بالنسبة للوفيات، وعدد الزيجات بالنسبة للولادات وهكذا. عدا أن الوفيات لا يمكن التنبؤ بها، ولا يمكن أيضاً التنبؤ بأسبابها كالمرض والكوارث.

ثالثاً: إن جزءاً كبيراً من القرارات الاقتصادية وخاصة في البلدان النامية المعتمدة على التخطيط الاقتصادي لا تتحمل تنبؤات الفترة وخاصة الفترة العلوية لأنها تتطلب موارد كبيرة وفي حالة محدودية الموارد فإن هذه الفترة غير مرغوب فيها، مما يتطلب الاستكانة إلى الفترة الوسطية وهي المقصود بها تنبؤات النقطة.

رابعاً: أن هناك حالات معينة تتطلب الإجابة فيها بنعم أو لا وكم؟ وتكون هذه أطروحات شائعة في دراسات الجدوى الاقتصادية للمشاريع الجديدة. وكذلك تقييم المشاريع القديمة،

هل ستكون مربحة أم لا، وكم هو الربح وهل ستغلق أو لا تغلق، هل ستخصص، أم تبقى تبعيتها للدولة؟

فالتنبؤ بفترة قد يُعطي خسائر وأرباح في آن واحد، والقرار في هذه الحالة يصبح صعباً، وقد يترتب على تنبؤات الفترة مؤشرات ضخمة من النتائج الاقتصادية التي تترتب عليها مثل المخصصات المالية للمشاريع الجديدة، والحجم الأمثل للمشروع الصناعي وغيرها.

هذا ويبدأ تقدير النقطة باعتماد النموذج الذي استخدم للتقديرات في الحاضر والماضي[1] مثل $\hat{Y}_i = \hat{a} \pm \hat{b}X_i$ وبعد أن تحول إلى:

$$\hat{Y}_F = \hat{a} \pm \hat{b}X_F \qquad (1)$$

حيث إن:

Y_F= القيمة المقدرة للمتغير التابع للمستقبل (Future).

X_F= القيمة المقدرة للمتغير المستقل المستقبلي.

وبما أن النموذج هو نموذج دقيق ومضبوط، عليه تضاف له قيمة الخطأ المعياري للتقدير ويُصبح بذلك كالآتي:

$$\hat{Y}_F = \hat{a} + \hat{b}X_F + U_F \qquad (2)$$

وبما أن متوسط (U_i) أو الحد العشوائي هو صفراً فإن الصيغة التي ستستخدم للتنبؤ هي:

$$Y_F = a + bX_F \qquad (3)$$

وبفرض أن هذه المعادلة تخص العرض على سلعة معينة التي تأخذ معادلتها الانحدارية الشكل الآتي:

[1] كوتستيانس، نظرية الاقتصاد القياسي، ترجمة محمد عبد العال النعيمى وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص 603.

$$Q = 60 + 0.2P \qquad (4)$$

حيث إن:

$\hat{Q}$ = الطلب المقدر

P = السعر.

وبفرض أن (P) للسنوات 2009، 2010، هي معلومة وكالآتي:(200) و (210) دينار على التوالي فإن قيمة الطلب المستقبلي ستكون:

لسنة (2009) $\hat{Q}_{F1} = 60 + 0.2(200) = 100$ وحدة

لسنة (2010) $\hat{Q}_{F2} = 60 + 0.2(210) = 102$ وحدة

أما في حالة عدم وجود قيمة متوقعة للسعر عند ذاك سيأخذ الحل معادلتين وهما:

أن يتم استخدام (P) الانحدارية من معادلة انحدار السعر على العرض وكذلك معادلة انحدار العرض على السعر أي أن تكون هناك معادلتين في آن واحد وهما:

معادلة انحدار (Q) على (P) وانحدار (P) على (Q) وهكذا...

2- التنبؤ بفترة ثقة (بمدى) (confidence Interval Prediction)

وتكون صيغتها كالآتي:

إن الحاجة لتقدير فترة ثقة للتنبؤات بنقطة تنهض من الحقيقة التي تبين إنه عند استخدام نموذج اقتصادي قياسي لأغراض التنبؤ، فإنه في الواقع هو القيام بعمل تقديرات إحصائية وهذه التقديرات تكون عرضه للخطأ، وحيث أن التقديرات الإحصائية لا يمكن أن تكون مطابقة للواقع بصورة مضبوطة ولذلك يجب تقدير فترة ثقة لمثل هذا التنبؤ، وبالتالي فإن صيغ التنبؤ بفترة الثقة تأخذ النماذج التالية:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X \pm S_{YXF} \text{..........................}(5)$$

أو $$\hat{Y}_{F_{max}} = a + bX + S_{YXF} \text{....................}(6)$$

$$Y_{F_{min}} = a + bX - S_{YXF} \text{....................}(7)$$

وبما أن (S_{YXF}) هو الخطأ المعياري المفترض به أن يساوي الانحراف المعياري والذي يمكن أن يحسب بالمعادلة الآتية[1]

$$Var(\hat{Y}_F) = \sigma_u^2 \left\{ \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_F - \overline{X})^2}{\sum (X_i - \overline{X})^2}} \right\} \text{...............}(8)$$

حيث إن:

σ_u^2 = تباين أو تقدير تباين u أو $u = \dfrac{\sum e^2}{n-k}$

n = حجم العينة الجديدة.

[1] كوتستيانس، نظرية الاقتصاد القياسي، ترجمة محمد عبد العال النعيمي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص 605 -606.

X_F = القيمة المفترضة للمتغير التفسيري في فترة التنبؤ.

وبما أن σ_u^2 غير معلومة للمجتمع بهذا يُستعاض عنها بـ S_{YF} كالآتي:

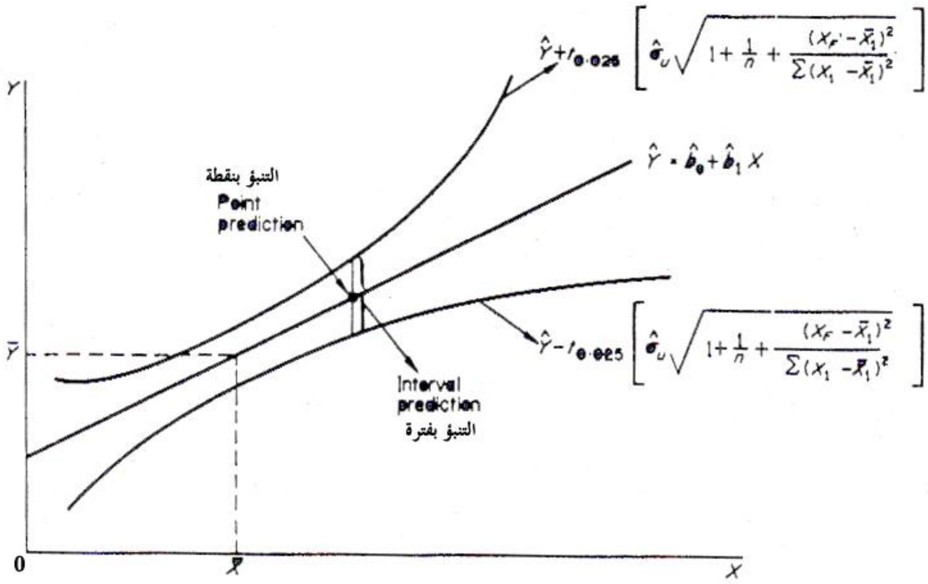
$$\hat{S}_{YF} = \hat{S}_{YX}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_F-\overline{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2}}..............(9)$$

بهذا ستكون الفترة التنبئية بمستوى معنوية 5% كالآتي:

$$Y_{F_{min}} = \hat{Y}_F - t_{0.025}\left\{S_{YX}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_F-\overline{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2}}..\right\}................(10)$$

$$Y_{F_{max}} = \hat{Y}_F + t_{0.025}\left\{S_{YX}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(X_F-\overline{X}\right)^2}{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2}}\right\}..................(11)$$

ولعل هذا يعني أن احتمال وقوع القيمة المتوقعة للمتغير التابع Y بين الحدين السابقين يساوى 95%، واحتمال أن تقع خارجهما يساوي 5% ويلاحظ من المعادلتين (10)، (11) أن حدي فترة التنبؤ يزدادان اتساعاً كلما زادت قيمة X كمتغير تفسيري. ويتضح من الشكل (15.3) التالي:



الشكل (15.3)

ويلاحظ من الشكل رقم (15.3) أن فترة التنبؤ تصل إلى حدها الأدنى عند القيم المتوسطة للمتغيرين Y،X، وأنها تزداد كلما زادت قيمة المتغير التفسيري X الذي يتم على أساسه التنبؤ، ولذا تقل دقة التنبؤ.

تطبيق 1 [1]

يُعطى الجدول (15.1) الواردات من السلع الاستثمارية (Y_i) والإنتاج الصناعي الغذائي (X_i)، كليهما بالمليون دينار لإحدى الدول من 1995 – 2005 المطلوب التنبؤ بالمدى الذي يمكن للواردات من السلع الاستثمارية في عام 2010 أن يتراوح فيه باحتمال قدره 95% بافتراض أن قيمة الإنتاج الصناعي الغذائي في نفس العام تكون 5390 مليون دينار.

[1] هذا التطبيق مقتبس بتصرف من مجدي الشوربجي، الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق، الدار المصرية اللبنانية للنشر، القاهرة، ج . م .ع، 1994، ص ص 292 – 296.

جدول (15.1) الواردات من السلع الاستثمارية (Yi) والإنتاج الصناعي الغذائي (Xi) بالمليون دينار، 1995 - 2005

السنة	Y_i	X_i
1995	386.7	778.0
1996	562.6	871.0
1997	820.0	989.0
1998	8650	1158.0
1999	1684.7	1443.0
2000	1770.8	1734.0
2001	1862.9	2083.0
2002	1949.0	2547.0
2003	2062.3	3098.0
2004	2311.8	3441.0
2005	3076.3	3925.0

الحل

أ- بتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على بيانات الجدول رقم (15.3) تم الحصول على ما يلي:

$$\hat{Y}_i = 167.145 + 0.703X_i$$

ب- يمكن بيان كيفية التنبؤ بالمدى الذي يمكن للواردات من السلع الاستثمارية في عام 2010 أن يتراوح فيه باحتمال قدرة 95% من خلال الخطوات التالية :

1- إيجاد قيمة الواردات من السلع الاستثمارية في عام 2010 (التنبؤ بنقطة) كما يلي:

$$\hat{Y}_{2010} = 167.145 + 0.703(5390) = 3956.3$$

2- إيجاد الخطأ المعياري لقيمة الواردات من السلع الاستثمارية في عام 2010. ومن بيانات الجدول رقم (15.2) يمكن تحقيق ذلك على النحو التالي:

$$\sigma_u^2 = S_{YX}^2 = \hat{\sigma}_{YX}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = \frac{801896.3}{9} = 98099.589$$

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{22067}{11} = 2006.091 \cong 2006$$

$$(X_F - \overline{X})^2 = (5390 - 2006)^2 = 11451456$$

$$\sum x_i^2 = 12171232$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_F) = \hat{\sigma}_u^2[\frac{1}{n} + \frac{(X_f - \overline{X})^2}{\sum x_i^2}]$$

$$= 89099.589[\frac{1}{11} + \frac{11451456}{12171232}] = 91930.426$$

$$SE(\hat{Y}_F) = \sqrt{\text{Var}(\hat{Y}_F)} = \sqrt{91930.426} = 303.200$$

جدول (15.2) البيانات المستخدمة في تقدير الخطأ المعياري لقيمة الواردات من السلع الاستثمارية عام 2010

	$\hat{Y}_i$	Y_i	e_i	e_i^2	x_i	x_i^2
	714.1	386.7	-327.4	107190.8	-1228	1507984
	779.5	562.6	-216.9	47045.6	-1135	1288225
	862.4	820.0	-42.4	1797.8	-1017	1034289
	981.2	865.0	-116.2	13502.4	-848	719104
	1181.6	1684.7	503.1	253109.6	-563	316969
	1386.2	1770.8	384.6	147917.2	-272	73984
	1631.5	1862.9	231.4	53546.0	77	5929
	1957.7	1949.0	-8.7	75.7	541	292681
	2345.1	2062.3	-282.8	79975.8	1091	1190281
	2586.2	2311.8	-274.4	75295.4	1435	2059225
	2926.5	3076.3	149.8	22440.0	1919	3682561
$\sum$	17352	17352.1	0.1	801896.3	0	12171232

3- إيجاد القيمة الجدولية لاختبار t عند درجات حرية عددها 9 وعند مستوى معنوية قدره 5% تبين أن قيمة t الجدولية تساوي 2.262.

ومن ثم فإن المدى الذي يمكن للواردات من السلع الاستثمارية أن يتراوح فيه باحتمال قدرة 95% في عام 2010 يكون كما يلي:

$$\hat{Y}_F \pm 0.025\hat{\sigma}_u\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\sum(X_F-\overline{X})^2}{\sum(X-\overline{X})^2}}$$

$$\hat{Y}_F - [SE(\hat{Y}_F)][t_{(0.025)}] \;\langle\; Y_F \;\langle\; \hat{Y}_F + [SE(\hat{Y}_F)][t_{(0.025)}]$$

$$(3956.3) - (303.200)(2.262) \;\langle\; Y_F \;\langle\; (3956.3) + (303.200)(2.262)$$

$$3270.462 \;\langle\; Y_F \;\langle\; 4642.138$$

ويعني ذلك أن الواردات من السلع الاستثمارية في عام 2010 يتوقع (باحتمال قدره 95%) أن تتراوح بين 3270.462، 4642.138 مليون دينار.

تطبيق 2

بفرض البيانات الآتية التي تمثل الدخل الحقيقي (X_i) ومتوسط الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي Y_i في مجتمع ما عبر عشرة سنوات 2000-2009 والمطلوب:

1- تحديد علاقة الدخل الحقيقي بالزمن.

2- تحديد تنبؤ النقطة لمتوسط الاستهلاك الحقيقي خلال السنوات 2010، 2015.

3- تحديد تنبؤ الفترة لمتوسط الاستهلاك الحقيقي خلال عامي 2011-2015.

جدول (15.3) يوضح الدخل الحقيقي ومتوسط الإنفاق الاستهلاكي (بالدينار)

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
X_i	100	150	250	300	500	650	750	900	1000	1250
Y_i	150	200	250	350	450	500	600	800	900	1000

الحل

1- لتحديد العلاقة بين الدخل الحقيقي والزمن يتم إتباع الخطوات التالية:

أولاً: يتم تقدير معادلة انحدار الدخل (X) على الزمن T حيث تُعطي (تُعبر) الأرقام من 1 إلى 10 عن السنوات 2000 وحتى 2009 وكالآتي:

$$10 = n \quad \sum T = (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) = 55$$

$$585 = \frac{5850}{10} = \frac{\sum X}{n} = \overline{X} \quad \therefore$$

$$5.5 = \frac{55}{10} = \overline{T} \therefore$$

$$\sum xt = \left(X_i - \overline{X}\right)\left(T_i - \overline{T}\right) = 10525$$

$$\sum t^2 = \sum \left(T - \overline{T}\right)^2 = 82.5$$

$$\therefore \hat{b} = \frac{\sum xt}{t^2} = \frac{10525}{82.5} = 127.6$$

$$\therefore \hat{a} = \overline{X} - b\overline{T}$$

$$= 585 - (127.6)(5.5) = -117$$

$\therefore$ فإن معادلة الدخل ستأخذ الصيغة الآتية:

$$\therefore \hat{X}_T = -117 + 127.6T + u_i$$

وبافتراض أن متوسط قيم الحد العشوائي يساوى صفر عند ذاك ستكون معادلة الدخل الحقيقي والتي يمكن استخدامها في توقع قيم المتغير التفسيري كالآتي:

$$\hat{X}_T = -117 + 127.6T$$

2- تحديد تنبؤ النقطة لمتوسط الاستهلاك الحقيقي يتم من خلال الآتي:

أ- استخراج معادلة انحدار الاستهلاك (Y_T) على الدخل (X_T) وكالآتي:

$$Y_T = w + cX_T$$

$$\sum Y_T = 5100 \qquad \sum X_T = 5850 \qquad n = 10$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y_T}{n} = \frac{5100}{10} = 510 \qquad \overline{X} = 585$$

$$\sum xy = 1069650 \qquad \sum x^2 = 1370250$$

$$\hat{c} = \frac{\sum y_i x_i}{X_i^2} = \frac{1069650}{1370250} = 0.78$$

حيث إن (c) تساوي الميل الحدي للاستهلاك.

$$\hat{W} = \overline{X} - \hat{C}\overline{Y}$$

وبالتعويض يتم الحصول على:

$$= 510 - 0.78(585) = 53.7$$

$\therefore$ معادلة انحدار الاستهلاك على الدخل والتي يمكن استخدامها في التنبؤ بقيم Y_t تساوي:

$$Y_T = 53.7 + 0.78\,(X_T)$$

ويمكن منها أن استخراج $(\hat{Y})$ للسنوات السابقة كما هو مبين في الجدول رقم (13.4).

ب- أما المعادلة التنبئية فستكون معادلة مزدوجة متداخلة فيما بينها وهي معادلة $(\hat{X}_T)$ و $(\hat{Y}_T)$ وذلك باستخدام معادلتين في آن واحد وكالآتي:

$$Y_F = 53.7 + 0.78(-117+127.6T_F)$$

$$\hat{Y}_F = -37.56 + 99.53T_F$$

و (T_F) هنا هي عدد السنين $(n + F_i)$.

فإن كانت (n) تساوي (10) فإن T_F في هذه الحالة سيساوي:

n+1 و n+2 و n + 3 وهكذا.

لهذا ستكون القيم المتوقعة للسنوات 2010 - 2015 كالآتي وكما هو موضحه بالجدول رقم (13.5):

$$\hat{Y}_{11} = -37.56 + 99.53(11) = 1057.27$$

$$\hat{Y}_{12} = -37.56 + 99.53(12) = 1156.8$$

$$\hat{Y}_{13} = -37.56 + 99.53(13) = 1256.33$$

$$\hat{Y}_{14} = -37.56 + 99.53(14) = 1355.86$$

$$\hat{Y}_{15} = -37.56 + 99.53(15) = 1455.39$$

$$\hat{Y}_{16} = -37.56 + 99.53(16) = 1554.92$$

3- أما التنبؤ بفترة فيجب أولاً استخراج الخطأ المعياري للتقدير وكالآتي:

$$S_{YX}^2 = \frac{\sum e_T^2}{n-k} = \frac{15020.14}{10-2} = 1877.52$$

$$S_{YX} = \sqrt{S_{YX}^2} = \sqrt{1877.52} = 43.33$$

$$S_{yx(2010)} = 43.33\left[1+\frac{1}{10}+\frac{(1286.6-585)^2}{1370250}\right] = 43.33(1.459) = 63.23$$

$$Y_F = \hat{Y} \pm (t)(S_{YXF})$$

حيث إن (t) تساوي 2.23 بمستوى معنوية α = 0.05 وللذيلين $\left(\frac{\alpha}{2} = 0.025\right)$ ودرجات حرية (8). وبالتالي فإن قيمتي Y تساوي الدنيا والعليا

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{Fmin}} = 1057.27 - (\ 2.23\,(\ 63.23\ )) = 916.50$$

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{Fman}} = 1057.27 + 141.00 = 1198.27$$

بهذا فإن القيمة الحقيقية للاستهلاك عام 2010 ستكون بين (1198.27 كحد أعلى و 916.5 كحد أدنى).

أي 1198.27> $\mathrm{Y}_{\mathrm{F(1998)}}$> 916.5 وهذا يعني أن الاستهلاك سيكون في العام (2010) وبحدود ثقة 95% بين (916.5) مليون دينار و (1198.27) مليون دينار. أما بالنسبة للاستهلاك للسنوات 2011-2015 ستكون كالآتي:

$$S_{YX(2011)} = 43.35\left[1+\frac{1}{10}+\frac{(1414.2-585)^2}{1370250}\right] = 69.44$$

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{Fmax(2011)}} = 1156.8 + (2.23)(69.44) = 1156.8 + 154.85 = 1311.65$$

$$Y_{Fmin(2011)} = 1156.8 - 154.85 = 1001.95$$

$$S_{YX(2012)} = 43.35\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(1541.2 - 585)^2}{1370250}\right] = 76.65$$

$$Y_{Fmax(2012)} = 1256.33 + 76.65(2.23) = 1256.33 + 170.92 = 1427.25$$

$$Y_{Fmin(2012)} = 1256.33 - 170.92 = 1085.41$$

$$S_{YX(2013)} = 43.35\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(1669.4 - 585)^2}{1370250}\right] = 84.89$$

$$S_{XY(2014)} = 43.35\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(1797 - 585)^2}{1370250}\right] = 94.16$$

$$S_{YX(2015)} = 43.35\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(1924.6 - 585)^2}{1370250}\right] = 104.46$$

$$Y_{Fmax(2013)} = 1355.89 + 84.89 = 1440.75$$

$$Y_{Fmin(2013)} = 1355.86 - 84.89 = 1270.97$$

جدول رقم (15.4) يبين العلاقة بين الدخل الحقيقي والاستهلاك لفترة عشر سنوات وأيضاً التنبؤ بالاستهلاك و الدخل الحقيقيين للسنوات من 2010-2015

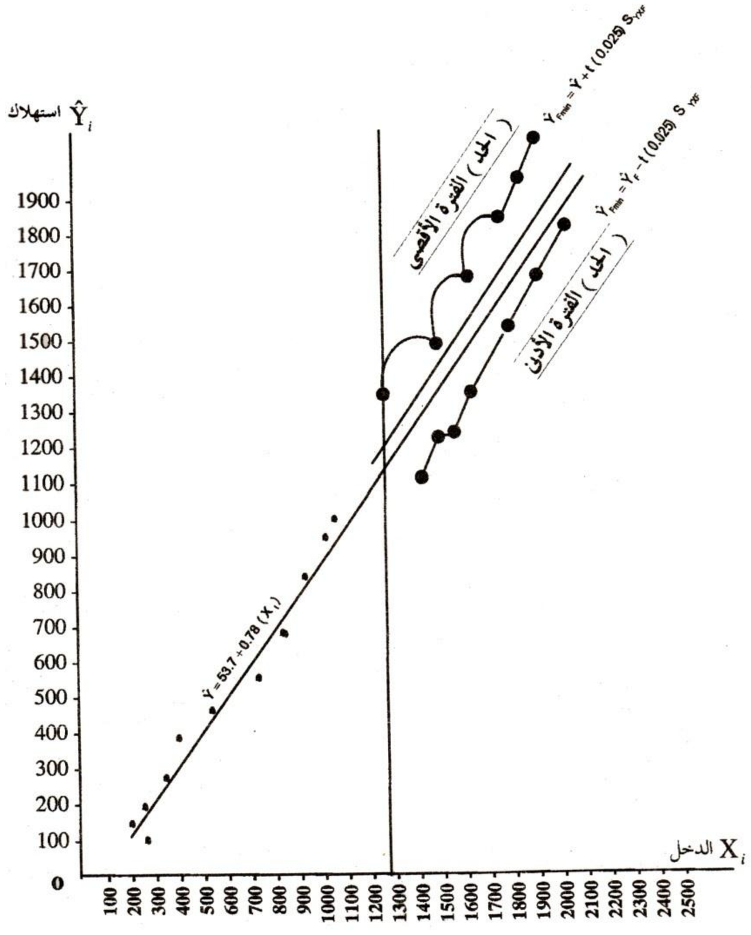
السنة	الزمن T	الاستهلاك Y_T	الدخل X_T	$x = X_i - \overline{X}$	$t = T - \overline{T}$	x^2	t^2	xt	$y = Y_i - \overline{Y}$	xy	$\hat{Y}$	$e_i = Y_i - \hat{Y}$	$e_i^2 = (Y_i - \hat{Y})^2$
2000	1	150	100	-485	-4.5	235225	20.25	2182.5	-360	174600	131.7	+18.3	334.89
2001	2	200	150	-435	-3.5	189225	12.25	1522.5	-310	134850	170.7	29.3	858.49
2002	3	250	250	-335	-2.5	112225	6.25	837.5	-260	87100	248.7	1.3	1.69
2003	4	250	300	-285	-1.5	81225	2.25	427.5	-260	74100	287.7	37.7	1421.29
2004	5	450	500	-85	-0.5	7225	0.25	42.5	-60	5100	443.7	6.3	39.69
2005	6	500	650	65	=0.5	4225	0.25	32.5	-10	-650	560.7	60.7	3684.5
2006	7	600	750	165	=1.5	27225	2.25	247.5	90	14850	638.7	-38.7	1497.69
2007	8	800	900	315	=2.5	99225	6.25	787.5	290	91350	755.7	44.3	1962.5
2008	9	900	1000	415	=3.5	172225	12.25	1452.5	390	161850	833.7	66.3	4395.7
2009	10	1000	1250	665	=4.5	442225	20.25	2992.5	490	325850	1028.7	-28.7	823.7
سنوات التنبؤ	$\sum T =$ 55	$\sum Y_T =$ 5100 $\hat{Y}_F$	$\sum X_T =$ 5850 $\hat{X}_F$	$\sum x = 0$	$\sum t = 0$	$\sum x^2 =$ 1370250	$\sum t^2 =$ 82.5	$\sum xt =$ 10525	$\sum Y = 0$	$\sum xy =$ 1069650	$\sum \hat{Y} =$ 5100	Y_{Fmin}	$\sum e_i^2 =$ 15020.14 Y_{Fmax}
2010	11	1057.27	1286.6									916.50	1198.87
2011	12	1156.8	1414.2									1001.95	1311.65
2012	13	1256.8	1541.8									1085.41	1413.60
2013	14	1355.86	1669.4									1270.97	1440.75
2014	15	1455.39	1797.0									1361.70	1550.02
2015	16	1554.92	1924.6									1450.46	1659.38
		تنبؤات النقطة										تنبؤات الفترة	

$$Y_{Fmax(2014)} = 1455.86 + 94.16 = 1538.3$$

$$Y_{Fmin(2014)} = 1455.86 - 94.16 = 1361.7$$

$$Y_{Fman(2015)} = 1554.92 + 104.96 = 1659.38$$

$$Y_{Fmin(2015)} = 1554.92 - 104.96 = 1450.46$$



شكل (15.4) تنبؤ الاستهلاك بنقطة وبفترة

بهذا وكما هو مبين في الجدول رقم (15.4) فإن (Y_F) الحقيقية ستكون بين الحد الأعظم والحد الأدنى وإذا ما جمعت القيمتين وقُسمت على (2) سيلاحظ أنها تكون هي قيم التنبؤ بنقطة وبدرجة ثقة 95%.

4- التنبؤ بأكثر من معادلة (نموذج متعدد المعادلات)[1]

Prediction With an Aggregate Multi – Equation Econometric Models

أحياناً يتطلب الأمر استخدام أكثر من معادلة واحدة في عملية التنبؤ وخاصة في تلك الحالات التي يُستدل فيها على التغير المطلوب في عملية التنبؤ بأكثر من معادلة واحدة كل منها تحدد متغير داخلي في المعادلة المطلوبة، فعلى سبيل المثال فإن الدخل التوازني في نماذج الدخل القومي يتحدد بالصيغة الآتية:

$$M_i - Y_i = C_i + I_i + G_i + E_i$$

حيث إن:

Y_i = الدخل

C_i = الاستهلاك

I_i = الاستثمار

G_i = إنفاق الدولة

E_i = الصادرات

M_i = الواردات

---

[1] A .Koutsoyiannis ، Theory of Econometrics ،The Macmillan Press LTD . 2nd edition 1981 ،PP 484 - 488.

وعليه فإن:

أولاً: الاستهلاك يتحدد بالصيغة الآتية:

$$C_i = a + b\,(Y_i - T_i) + u_i$$

حيث إن:

C = الاستهلاك الكلى

T_i = هي الضرائب واستقطاعات أخرى

Y_i = الدخل القومي

u_i = المتغير العشوائي

A = الاستهلاك التلقائي (الاستهلاك المنفصل عن الدخل المتاح) أو حد الكفاف

B = معامل الاستهلاك المحفز (الميل الحدي للاستهلاك)

ثانياً: الاستثمار يتحدد بالصيغة الآتية:

$$I_i = g + hY_t + wY_{t-1} + u_i$$

حيث إن:

Y_i = الدخل القومي الحالي

G = الاستثمار التلقائي

H = معامل الاستثمار المحفز لسنة الاحتساب (الدخل الجاري)

W = معامل الاستثمار المحفز لدخل سنة سابقة (Lagged Income) أو الدخل السابق

Y_{t-1} = دخل السنة السابقة

u_i = المتغير العشوائي

ثالثاً: الواردات تتحدد كالآتي:

$$M_i = m_0 + m_1Y_i + m_2P_{t-1} + u_i$$

حيث إن:

M_i = الواردات

M_0 = الواردات التلقائية

Y_i = الواردات المعتمدة على الدخل

P_{t-1} = الواردات المرتبطة بأسعار السنة السابقة

u_i = المعامل العشوائي

رابعاً: تتحدد الضرائب والنفقات التحويلية كالآتي:

$$T_i = dY + u_i$$

وتُقدر ثوابت المعاملات الأخرى لسلسلة زمنية معينة بقيم الثوابت الهيكلية.

مثال 3

بافتراض أنه تم تقدير الثوابت الهيكلية التالية[1]:

$$C_i = 20 + 0.8\,(Y_i - T_i) \qquad (1)$$

$$I_i = 2 + 0.1\,Y_i + 0.3\,Y_{i-1} \qquad (2)$$

$$T_i = 0.2\,Y_i \qquad (3)$$

$$M_i = 3 + 0.1\,Y_i + 0.1\,P_{i-1} \qquad (4)$$

[1] A. Kautsoyiannis OP. Cit PP485-486.

$$Y_i = C_i + I_i + G_i + E_i - M_i \qquad (5)$$

وعند الحصول على تقديرات الثوابت الهيكلية يمكن أن يتم التنبؤ بقيمة المتغيرات الداخلية لأية فترة، فإذا ما كان:

$$E = 10، \quad P_{i-1} = 110، \quad Y_{t-1} = 150، \quad G = 20$$

وبالتعويض عن هذه القيم في المعادلات الخمس الموضحة أعلاه وحل هذه المعادلات آنياً يتم الحصول على القيم التنبئية التالية:

$$C = 167.5، T = 46.1، I = 70، M = 37، Y = 230.5$$

تطبيق 2

بافتراض أنه تم القيام بتقدير النموذج الكينزى البسيط للدخل القومي على النحو التالي وذلك للفترة 1990-2005

$$\begin{aligned} \hat{C}_t &= 20 + 0.8Y_t \\ \hat{I}_t &= 2 + 0.1Y_t + 0.3Y_{t-1} \\ \hat{Y}_t &= \hat{C}_t + \hat{I}_t + G_t \end{aligned}$$

حيث أن :

C_t تمثل الاستهلاك الكلي

I_t تمثل الاستثمار الكلي

Y_t تمثل الدخل الكلي

G_t تمثل نفقات الدولة

والمطلوب هو تحديد القيم المتوقعة للمتغيرات الداخلية C_t، I_t، Y_t بمعلومية المتغيرات سابقة التحديد وذلك لعام 2009، إذا علمت أن:

$Y_{t-1} = Y_{(2000)} = 150$ مليون دينار

$G_{t(2001)} = 20$ مليون دينار

الحل

القيام أولاً بالتعويض بقيم المتغيرات سابقة التحديد في النموذج السابقة للحصول على:

$$\hat{C}_t = 20 + 0.8Y_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$\hat{I}_t = 2 + 0.1Y_t + 0.3(150)$$
$$\hat{I}_t = 47 + 0.1Y_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{I}_t + 20 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

ثم يتم حل المعادلات بالتعويض من المعادلة رقم (1) و (2) في (3)

$$\hat{Y}_t = 20 + 47 + 20 + 0.8Y_t + 0.1Y_t$$
$$\hat{Y}_t - 0.9Y_t = 87$$
$$\hat{Y}_t = \frac{87}{0.1} = 870$$

وبالتعويض عن قيمة $\hat{Y}_t$ في المعادلتين (1) ، (2) يتم الحصول على:

$$\hat{I}_t = 47 + 0.1(870) = 143$$

$$\hat{C}_t = 20 + 0.8(870) = 716$$

إذا القيم المتوقعة للمتغيرات الداخلية لعام 2009 هي:

الدخل الكلي = 870 مليار دينار.

الاستهلاك = 716 مليار دينار والاستثمار = 134 مليار دينار

هذا النوع من التنبؤ هو تنبؤ مشروط، حيث تعتمد قيمة المتغير التابع على قيم المتغيرات الداخلية (التفسيرية) وصحة تنبؤاتها، كذلك أن العلاقة بين المتغير التابع والتفسيري تبقى على حالها وتجدر الإشارة إلى أن الهدف من التنبؤ ليس هو العمل على تحقيق قيم المتغيرات الداخلية في المستقبل كما هي متوقعة بل قد يكون الهدف هو العمل على عدم تحقيقيه. فإذا أتضح من التنبؤ أن مستوى البطالة سوف يكون مرتفعاً فإن هذا قد يدفع الدولة لرفع مستوى الإنفاق عن 20 مليار وكذلك الاستثمار لتقليل مستوى البطالة عما هو متوقع[1].

من أسلوب التنبؤ أعلاه يلاحظ ما يلي[2]:

أولاً: أي تنبؤ مستند على نموذج قياسي هو تنبؤ مشروط حيث أن صحة القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع تكون مشروطة بصحة القيمة التي يأخذها المتغير التفسيري في فترة التنبؤ وكذلك فإن صحة هذا التنبؤ تتوقف على شرط أخر هو أن العلاقة الهيكلية المقدرة بين المتغير التابع والمتغير التفسيري يجب أن تبقي على حالها خلال فترة التنبؤ وبعبارة أخرى فإنه يتم افتراض أن المعلمات المقدرة سوف لا يعتريها أي تغيير بين فترة القياس وفترة التنبؤ. إضافة إلى أن عبارة كل شيء أخر باقي على حالة التي أخذ بها عند تقدير النموذج تبقي سارية المفعول خلال فترة التنبؤ.

---

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سبق ذكره، ص 599.

[2] A. Koutsoyiannis OP. Cit .PP.486- 487.

ثانياً: أن الأخطاء التي تشوب التنبؤات النقطية عبارة عن مجموع نوعين من الأخطاء الأول هو أن معالم النموذج المستخدمة في التنبؤ هي ليست المعالم الحقيقية ولكنها عبارة عن تقديرات للمعالم الحقيقية التي تم الحصول عليها باستخدام عينة من المحتمل أن تكون (أي العينة) عرضة الأخطاء المعانية. أما الخطأ الثاني فيظهر بسبب المتغير العشوائي (u_i) الذي افترضت قيمته مساوية للصفر في فترة التنبؤ ولكن قيمة هذا المتغير قد تختلف عن الصفر في فترة التنبؤ.

ثالثاً: إذا كان القيم التي تم افتراضها للمتغيرات الخارجية بالنموذج غير واقعية خلال فترة التنبؤ وبالتالي فإن التنبؤ في هذه الحالة سيكون غير منطقي (أو واقعي).

رابعاً: إذا حدث تغير في المعالم المقدرة خلال فترة التنبؤ فإن النموذج يجب تحويره وتعديله في كل مرة وإلا فإن معالم النموذج المقدر تكون غير مناسبة لإجراء التنبؤ.

خامساً: إذا حدث تغير في العوامل التي افتراض ثباتها في فترة التنبؤ مثل (الذوق، تعداد السكان، العوامل الاجتماعية) فإن النموذج يجب أن يُعدّل قبل إجراء عملية التنبؤ.

15.3 التحقق من القوة التنبئية للنموذج التقديري (Verification) أو اختبار القدرة التنبئية للنموذج القياسي أو الكفاءة التنبئية للنماذج المقدرة

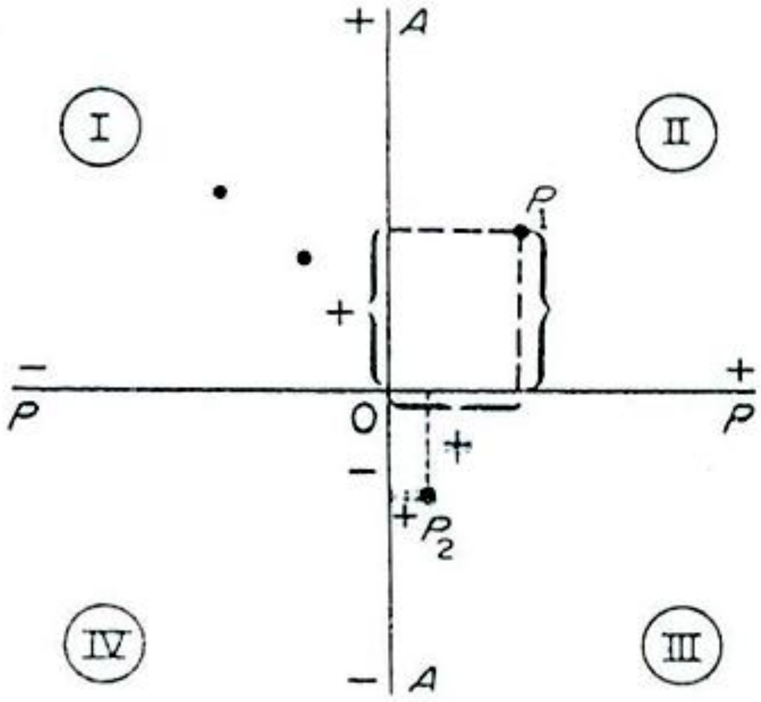
لأجل أن تكون التنبؤات التقديرية مستندة على أسس علمية وذات معنوية عالية تتيح للاقتصادي استخدامها بدون تردد أو خوف من صحة التنبؤات المشتقة به، فعلى النموذج أن يكون قد أُختبر بشكل دقيق لرفع معنوية التنبؤات. فقد يحدث أن تكون المقدرة التفسيرية مقاسه بمعامل التحديد (R^2) مرتفعة، وأن معلمات النموذج قد يكون لها معنوية إحصائية

كبيرة إلا أن مقدرة النموذج على التنبؤ قد تكون محدودة، ويعود سبب ذلك إلى احتمال حدوث تغيرات مفاجئة لم تكن في الحسبان، وعلى العكس قد لا تكون المقدرة التفسيرية (R^2) عالية وبعض المعلمات المقدرة غير معنوية إحصائياً لكن قدرة النموذج على التنبؤ كبيرة، ويعود ذلك إلى طبيعة النموذج ومتغيراته والفحوصات أو الاختبارات التي أُجريت عليه قبل وبعد التنبؤ. وهذه الاختبارات ذات أهمية كبيرة لرفع معنوية النموذج (Model Reliability) أو لتقييم الكفاءة التنبئية للنماذج المقدرة، وتقوم هذه الاختبارات على استخدام معايير معينة في قياس مقدرة النموذج على التنبؤ (تقييم الكفاءة التنبئية للنماذج المقدرة) وهي[1]:

1- الشكل البياني للقيم الفعلية التنبئية Prediction – Realization Diagrams

من الممكن فحص الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر باستخدام الشكل للقيم الفعلية التنبئية وذلك بتعيين نقاط الشكل البياني بدقة باستخدام القيم التنبئية المتحصل عليها والقيم الفعلية، حيث أن المحور الصادي للشكل البياني يمثل التغيرات في القيم الفعلية للظاهرة موضوع البحث بينما يمثل المحور السيني التغيرات في القيم التنبئية للظاهرة، فإذا وقعت النقاط في الربع الأول والثالث فهذا يعني أن القوة التنبئية للنموذج المقدر ضعيفة، أما إذا وقعت النقاط في الربع الثاني والرابع فإن ذلك يدل على أن التنبؤات المتحصل عليها باستخدام النموذج المقدر تأخذ تماماً نفس اتجاه التغير للظاهرة موضوع البحث و ذلك كما موضح بالشكل(15.5) التالي.

[1] A. Koutsoyiannis OP. Cit P.488.



شكل (15.5)

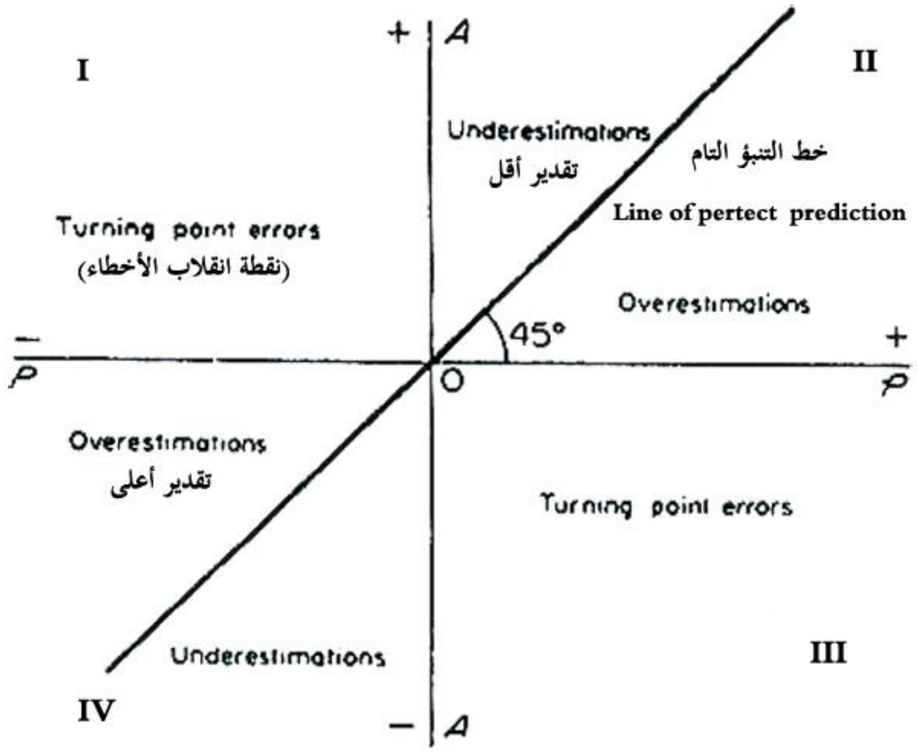
لغرض فحص الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر بصورة أوضح فإنه يتم القيام برسم خط له ميل موجب وبزاوية (45) يمر من خلال نقطة الأصل يطلق عليه خط التنبؤ التام شكل (15.6) the line of perfect prediction وإن أية نقطة تقع على هذا الخط تبين المساواة بين القيم التنبئية والقيم الفعلية للظاهرة موضوع البحث أي (الفرق الصفري Zero difference) بين القيم التنبئية والقيم الفعلية للظاهرة في حين أن نقاط الربع الثاني(II) التي تقع فوق خط التنبؤ التام توضح أن قيم الظاهرة موضوع البحث قد قدرت

من النموذج بصورة أقل من قيمتها الفعلية، أي أن النموذج المقدر قد قلل (under – estimated) قيم المتغير التابع.

بينما نقاط الربع الثاني التي تقع تحت خط التنبؤ التام توضح أن النموذج قد ضخم (over – estimated) قيم المتغيرات الداخلية بينما النقاط في الربع الرابع (IV) التي تقع تحت خط التنبؤ العام توضح أن قيم الظاهرة موضوع البحث التي تم تقديرها من النموذج قد قللت من قيم المتغير التابع، أي بصورة أقل من قيمتها الفعلية. في حين يوضح الربع الرابع (IV) أيضاً بأن النقاط الواقعة فوق خط التنبؤ التام تبين تقدير أعلى القيم للمتغير التابع مقارنة بقيمة الأصلية (الفعلية).

للحكم على الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر يمكن القول أنه كلما كانت النقاط التي تم تعينها باستخدام القيم التنبئية والقيم الفعلية للظاهرة موضوع البحث اقرب إلى خط التنبؤ التام كلما كانت الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر أحسن. ويجب التأكيد على أن استخدام الأسلوب الموضح أعلاه لا يمكن الركون إليه وذلك لكون هذا الأسلوب لا يعطي مقياساً (كمّياً) يمكن استخدامه في تقييم الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر، ولهذا يصبح من الضروري البحث عن أساليب أخرى لتقييم الكفاءة التنبئية للنموذج المقدر[1]

[1] كوتستيانس، نظرية الاقتصاد القياسي، ترجمة محمد عبد العال النعيمى وآخرون، مرجع سبق ذكه، ص ص 615-616.



شكل (15.5)

2- اختبار معنوية الفرق بين القيمة المتنبأ بها والقيمة الفعلية

(Test of Significance of the Difference between the Predicted Values and the Actual Values)

يعتمد هذا المعيار على التنبؤ بعد التحقق (Ex-post Prediction) في اختبار مقدرة النموذج على التنبؤ، ويقوم هذا الاختبار على اختبار (t) الذي يكتب بالصيغة الآتية:

$$t^* = \frac{Y_A - Y_F}{\hat{\sigma}_u \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(X_F - \overline{X}\right)^2}{\sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2}}}$$

حيث إن:

هذا الاختبار له التوزيع t بدرجات حرية مقدارها 2- n.

t * = قيمة t المحسوبة.

Y_A = القيمة الفعلية للمتغير التابع بعد التحقق.

$\hat{Y}_F$ = القيمة المقدرة للمتغيرY (المتنبأ بها من العلاقة الانحدارية، أي من استخدام النموذج).

X_F = القيمة الفعلية للمتغير (X) في فترة التنبؤ.

$\hat{\sigma}_u$ = قيمة التباين المقدر لـ u.

بهذا فإنه يتم القيام باختبار فرضيتين هما:

$$H_0 : \hat{Y}_F = Y_A$$

مقابل الفرض البديل:

$$H_1 : \hat{Y}_F \neq Y_A$$

حيث تقارن قيمة (t*) المحسوبة مع قيمة (t) الجدولية وبدرجات حريةn-2 أو n-3 ثم يتم إقرار فيما إذا كان الفرق جوهرياً بين $Y_A , \hat{Y}_F$ وذلك كالآتي:

أولاً:– إذا كانت قيمة (t*) أقل من (t) الجدولية (t*<t) فذلك يعني عدم وجود فروق جوهرية (معنوية) بين القيم المتنبأ بها والقيم الفعلية للمتغير Y. أي أن الفرق منسجم مع

العلاقة المقدرة وفي هذه الحالة يُقبل (عدم رفض) الفرض العدمي (الصفري) وستكون معنوية النموذج عالية في التنبؤ.

ثانياً: في حالة ما إذا كانت قيمة (*t) أكبر من (t) الجدولية ($t^* > t$) فهذا يعني وجود فرق معنوي وجوهري بين القيمة الفعلية والقيمة التنبئية (المتنبأ بها) للمتغير Y، وهذا يعني أن الفرق غير منسجم مع العلاقة المقدرة، وبهذا يُقبل (عدم رفض) الفرض البديل ويُرفض فرض العدم سوف تكون القيم التنبئية ذات معنوية منخفضة والنموذج كذلك.

ويمكن استخدام قيمة S_u بدلاً من $\hat{\sigma}_u$ في المعادلة الخاصة باختبار t. بهذه الطريقة يتم الحكم على قدرة النموذج التنبئية. وفي حالة وجود فرق معنوي بين القيم الفعلية والتنبئية يمكن اللجوء إلى بعض الحلول التالية:

الأول: زيادة حجم العينة مع تحديث البيانات الخاصة بالعينة أو السلسلة الزمنية.

الثاني: إضافة متغيرات جديدة للنموذج لتحسين قدراته التنبئية.

الثالث: إضافة معادلات أخرى ليكون النموذج متعدد المتعادلات.

الرابع: إضافة متغيرات وهمية (صورية) إلى النموذج الأصلي.

عدا ذلك على الباحث أن يقوم بدراسة الأسباب الحقيقية لوجود مثل هذه الانحرافات التي تُعزي في أغلب الأحيان إلى[1]

[1] كوتستيانس، مرجع سبق ذكره، ص 613.

أولاً: تعرض الظاهرة أو المتغير التابع أو المتغيرات المستقلة لظروف غير متوقعة (غير طبيعية)، لهذا يلاحظ أن المتغير يأخذ قيمة استثنائية عالية وليست انسيابية وخارج المدى لتباين هذا المتغير أو الفترة المتوقعة. والقبول بمثل هذه الحالة أمر اعتيادي، حيث لا توجد دواعٍ لتغير المتغيرات، أي يبقي النموذج المقدرة كما هذا فعلاً لأن الفرق بين القيمة المتنبأ بها والقيمة الفعلية للمتغير Y تنبع عن ظروف غير الطبيعية التي تعرضت لها فترة التنبؤ.

ثانياً: وجود أخطاء في قيم للمتغير التفسير (X_F) في فترة التنبؤ، حيث ستنعكس هذه الأخطاء على المتغير التابع. وعند فحص النموذج قد يظهر بأنه فعّال، إذا أن ضعف القوة التنبئية يعود إلى وجود أخطاء في قيمة التفسيره X_F وليس إلى خطأ في التوصيف للنموذج.

ثالثاً: حدوث تغيرات في هيكل العلاقة وفي هذه الحالة فإن ضعف القوة التنبئية يرجع إلى تغير الشروط بين فترة قياس النموذج وفترة التنبؤ، بهذا يصبح النموذج غير فعّال وعديم الفائدة ولا يمكن استخدامه في التنبؤ إلا بعد تعديله بالشروط الجديدة.

يمكن توضيح أسلوب الاختبار أعلاه وفقاً للمثال التالي والمتضمن دالة الاستهلاك في ليبيا.

تطبيق 4

إذا كان نموذج دالة الاستهلاك التنبئية في ليبيا(نموذج وحيد المعادلة) على أساس بيانات 1999 - 2009، تمثلها الدالة التالية:

$$Y = -3 + 0.928(X_i)$$

$$SE = (3.5) \quad (0.01)$$

$$t \quad = (086) \quad (92.8)$$

وكان الدخل المتاح المتوقع لعام (2009) هو (721) مليون دينار فإن الاستهلاك المتوقع لعام 2010 باستخدام هذا النموذج هو:

مليون دينار Y_F، $_{2010}$ = -3 + 0.928 (721) = 666

في حين أنه في عام 2010 تبين أن الاستهلاك الفعلي كان (539) مليون دينار، بهذا فإن الهدف هو اختبار معنوية الفرق بين $Y_A - \hat{Y}_F$، أو هل القوة التنبئية للدراسة جيدة؟ أم الفرق قد يعود إلى تغيرات في العلاقة الهيكلية بين فترة 1999- 2009 وسنة 2010.ويتم التحقق بالأمر كالآتي:

$$\overline{X} = 350 \qquad X_A = 721$$

$$\sum \left(X - \overline{X}\right)^2 = 3875.8 \qquad Y_A = 539$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-2}} = 4.48 \qquad \hat{Y}_F = 666$$

والخطأ المعياري للقيمة المتنبأ بها

[The Standard error of the Prediction ($\hat{Y}_F = 666$)]

يمكن حسابه كالآتي:

$$S_{\hat{Y}F} = \hat{\sigma}_u \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_A - \overline{X})^2}{\sum (X - \overline{X})^2}} = 4.48\sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{137.641}{3876}} \right) = 27$$

$$t^* = \frac{Y_A - Y_F}{S_{\hat{Y}F}} = \frac{539 - 666}{27} = - \ \ 4.7$$

لهذا فإن القيمة المحسوبة المطلقة لـ (t*) أكبر من (t) الجدولية بدرجة حرية (12–2=10) وبمستوى معنوية 5% تساوي 2.23-.وعليه فإنه يمكن القول بأن الفرق بين $\hat{Y}_F$ ، Y_A معنوي وأن القوة التنبئية لنموذج دالة الاستهلاك ذو معنوية منخفضة، وعليه يتطلب إعادة التقدير لمعالمها عن طريق زيادة حجم العينة وذلك من خلال إضافة مشاهدات حديثة للعينة الأصلية أو إعادة توصيف للنموذج أو إدخال متغيرات تفسيرية جديدة أو إضافة متغيرات وهمية (صورية) إلى النموذج الأصلي أو استخدام نموذج ذو أكثر من معادلة.

تطبيق 5

يُفترض أن دالة الاستهلاك المقدرة في ليبيا لسنة ما كانت على النحو التالي:

$$\hat{Y} = 1.105 + 0.719X$$

وكان الدخل القومي القابل للتصرف فيه لتلك السنة بنحو 8.22 مليار دينار، والاستهلاك الكلى في الاقتصاد الليبي لتلك السنة بنحو 8.23 مليار دينار، والوسط الحسابي للدخل القومي القابل للتصرف فيه هو 8.165 وبالتالي فإن:

$$\sum (X - \overline{X})^2 = \sum \chi^2 = 47.44845$$

$$\hat{\sigma} = 1.0696 \qquad \text{و} \qquad \sigma^2 = 1.144$$

ولتقدير قيمة $\hat{Y}$ لتلك السنة، فإن يتم استخدام معادلة الانحدار المقدرة مسبقاً

$$\hat{Y} = 1.105 + 0.719(8.22) = 7.015$$

وعند تقدير معنوية الفرق يتم استخدام اختبار t وكالتالي:

$$t = \frac{8.23 - 7.015}{1.0696 * \sqrt{1 + \frac{1}{18} + \frac{(8.22 - 8.163)^2}{47.44845}}} = 1.1056$$

عند مراجعة قيمة t الجدولية عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية 16، يلاحظ أن قيمتها تساوى 2.120، وحيث أن تلك القيمة أكبر من قيمة t المحسوبة (1.1056)، لذلك يتم عدم رفض (قبول) فرض العدم القائل بعدم معنوية الفرق بين القيمة المقدرة والقيمة الفعلية للإنفاق الاستهلاكي في ليبيا خلال تلك السنة (حسب النموذج) المقدر لدالة الإنفاق الاستهلاكي. أي أن أداء هذا النموذج جيد ويمكن استخدام معاملاته للتنبؤ بقيم الإنفاق الاستهلاكي الكلى في الاقتصاد الليبي في المستقبل[1].

2- تقييم الكفاءة التنبئية للنموذج باستخدام معامل ثايل

ويُعتبر معامل ثايل من المعايير الشائعة في قياس الكفاءة التنبئية للنموذج وعن طريقه يمكن التحقق من دقة التنبؤات باستخدام الصيغة الآتية:

---

[1] للمزيد من الإيضاح أنظر جعفر باقر علوش، الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ص 165-166.

$$T^2 = \frac{\sum (S_i - d_i)^2 \div n}{\sum d_i^2 \div n}$$

$$T = \sqrt{\frac{\sum (S_i - d_i)^2}{\sum d_i^2}}$$

حيث إن:

T = معامل ثايل.

S_i = التغير في القيمة المتوقعة للمتغير التابع أي التغير المتوقع في القيمة المتنبأ بها (للظاهرة – المتغير التابع).

d_i = التغير الفعلي في القيمة المتنبأ بها، أي للتغير الفعلي في قيمة المتغير التابع.

فإذا ما كانت التغير في القيمة المتوقعة (S_i) = التغير في القيمة الفعلية (d_i) فإن معامل ثايل يساوي صفراً وهذا يدل على مقدرة عالية للتنبؤ عند النموذج.

أما إذا ما كان التغير المتوقع (S_i) مساوياً للصفر فإن T = 1 وهذا يعكس ضعف قدرة النموذج على التنبؤ أو عدم إمكانية استخدامه وهذا يعني أن المتغير التابع سوف يكون ثابتاً عبر الزمن، أي أنه لا يوجد تغير متوقع عبر الزمن ويكون ثابتاً لهذا فإن $\hat{Y}_{F=a}$. وكلما زاد معامل ثايل عن الواحد عدد صحيح كلما انخفضت القدرة التنبئية للنموذج. ويمكن أن يأخذ T قيماً تختلف وكالآتي:

$$0 \leq T \leq \infty$$

فكلما كانت قيمة (T) أصغر ارتفعت القدر التنبئية للنموذج. فعندما يكون T صفراً فإن تنبؤات القيم المقدرة تامة وصحيحة 100% وعندما تزيد قيمة T على الواحد عدد صحيح زاد الشك في قدرة النموذج على التنبؤ، أي كلما قلت عن الواحد وصولاً إلى الصفر ارتفعت القوة التنبئية له.

تطبيق 5

بفرض أنه تم الحصول على البيانات الآتية والخاصة بالواردات المتوقعة والفعلية في ليبيا خلال عشرة سنوات، اختبر قدرة النموذج على التنبؤ.

جدول (15.5) يوضح واردات ليبيا للفترة 1999-2009

d_i^2	$(S_i-d_i)^2$	التغير المتوقع $=Y_n-Y_{n-1}=S_i$	التغير الفعلي $=\Delta Y_i=d_i$	القيمة المتوقع $\hat{Y}_i$	القيمة الفعلية Y_i	السنة
-	-	-	-	95	100	1999
100	25	5	10	100	110	2000
4	0	2	2	102	112	2001
49	9	-4	-7	98	105	2002
16	16	0	4	98	109	2003
9	16	1	-3	99	106	2004
26	4	4	6	103	112	2005
16	9	7	4	110	116	2006
16	4	-2	-4	108	112	2007
1	1	-2	-1	106	111	2008
4	1	2	3	108	114	2009
$\sum d_i^2=256$	$\sum(S_i-d_i)^2=85$					

وبحساب معامل ثايل من بيانات الجدول (15.3) يلاحظ الآتي:

$$T=\sqrt{\frac{85}{256}}=\sqrt{0.33}=0.58$$

وبما أن T < 1 يمكن القول أن مقدرة النموذج على التنبؤ جيدة.

3- تقييم الكفاءة التنبئية باستخدام معامل عدم التساوي لثايل Theil's Inequality coefficient:

هو من المعايير المستخدمة وأحياناً يعرف بمعامل تباين ثايل ويتميز هذا المعيار بإمكانية استخدامه وأحياناً يعرف بمعامل تباين ثايل ويتميز هذا المعيار بإمكانية استخدامه لمقارنة دقة التنبؤات المتحصل عليها من طرق مختلفة ويتم حسابه باستخدام القانون التالي:

$$u^2 = \frac{\frac{\sum (P_i - A_i)^2}{n}}{\frac{\sum A_i^2}{n}} = \frac{\sum (P_i - A_i)^2}{\sum A_i^2}$$

حيث إن:

P_i = التغير المتوقع في القيمة المتنبأ بها للظاهرة موضوع البحث أو في المتغير التابع.

A_i = التغير الفعلي في القيمة المتنبأ بها للظاهرة موضوع البحث أو في المتغير التابع.

إن قيم هذا المعامل (u) تأخذ الحدود من صفر إلى ∞، فكلما كانت قيمة (u) أصغر، كلما كانت الكفاءة التنبئية للنموذج المكرر أفضل وأحسن. فعندما A = P فإن (u) تساوي صفر في هذه الحالة يمكن القول بأن التنبؤات المتحصل عليها باستخدام النموذج المقدر تكون تامة. أما إذا كانت P تساوي صفر فإن (u) تساوي واحد صحيح وبالتالي فإن التنبؤ للنموذج يكون غير جيد. أما إذا كان قيمة (u) أكبر من الواحد صحيح فإن التنبؤ في هذه الحالة يكون غير جيد ولا يمكن الاعتماد عليه. أما إذا كانت قيمة u أقل من الواحد صحيح فإن القدرة التنبئية للنموذج تكون جيدة.

كما يمكن تحليل هذا المعامل للحصول على مصادر خطأ التنبؤ وكالآتي:

يتكون بسط المعادلة أعلاه من ثلاثة قيم وهي:

$$\frac{1}{n}\sum(P_i - A_i)^2 = (\overline{P} - \overline{A})^2 + (S_P - S_A)^2 + (1 - r_P)S_P S_A$$

حيث إن:

$\overline{P} = \frac{1}{n}\sum P_i$ = متوسط القيم المتنبأ بها للظاهرة موضوع البحث أو المتغير التابع.

$\overline{A} = \frac{1}{n}\sum A_i$ = متوسط القيم الفعلية للقيم المتنبأ بها للظاهرة موضوع البحث.

$S_P^2 = \frac{1}{n}(P_i - \overline{P})^2$ = الانحراف المعياري للقيم المتنبأ بها.

$S_A^2 = \frac{1}{n} = (A - \overline{A})^2$ = الانحراف المعياري للقيم الفعلية.

$r_{PA} = \frac{\sum(P_i - \overline{P})(A_i - \overline{A})}{nS_P A_P}$ = معامل الارتباط بين تغيرات القيم المتنبأ بها وتغيرات القيم الفعلية.

ويمثل $\frac{1}{n}\sum(\overline{P_i} - \overline{A_i})^2$ متوسط مربع الفرق بين القيم المتنبأ بها وقيمها الفعلية (تباين القيم).

ويمثل $(S_P - S_A)^2$ = الفروقات بين الانحرافات المعيارية للقيم المتنبأ بها والقيم الفعلية.

ويمثل $2(1\text{-}r_P)S_P S_A$ = معامل الارتباط بين القيم المتوقعة والتغيرات الفعلية.

أما عن الثلاث مكونات الناتجة من مصادر خطأ التنبؤ تسمى معاملات التفاوت الجزئية أو المعاملات الجزئية غير المتساوية، حيث يُمثل (يُظهر) الناتج الأول أن سبب التناقص أو التعارض (discrepancy) بين القيم الفعلية والتنبئية هو الفرق بين متوسطهما (أي الفرق بين متوسطات هذه القيم) وهو ما يُعرف بمكوّن أو مقدار التحيز

(bias Component)، أما عن السبب الثاني وراء هذا التعارض بين A_i،P_i ما يُعرف بمقدار أو جزء مكوّن التباين وهو عبارة عن الفرق بين التباينين للقيم الفعلية بالقيم التنبئية. في حين كان المصدر الثالث للتناقض (التعارض) بين القيم الفعلية والتنبئية (P_i وA_i) يرجع إلى التباين المشترك غير التام، وهذا ما يعرف بمكوّن التباين المشترك (Covariance Component) للمعاملات الجزئية غير المتساوية.

يعتبر المصدر الثالث من مصادر التناقص بين Pi و Ai من أخطر المصادر لخطأ التنبؤ، حيث لا يمكن الحصول على تنبؤات يعتد بها عندما يكون هناك ارتباط عالٍ بين القيم التنبئية والقيم الفعلية، وفي هذه الحالة لا يمكن عمل الشيء الكثير للتقليل من خطر هذا المصدر. أما المصدران الآخران لخطأ التنبؤ فيمكن التقليل منهما (أي التقليل من خطرهما) عن طريقة إضافة بيانات جديدة للعينة الأصلية المستخدمة في تقدير النموذج ومن ثم إعادة عملية التقدير مرة أخرى باستخدام البيانات الموسعة.

يمكن تحويل هذه المقادير، أي الطريقة المثلي لعرض المصادر المختلفة لخطأ التنبؤ هي بالتعبير عن كل مصدر كنسبة من خطأ التنبؤ الكلي، أي إلى مقدار القيمة الأصلية وهي $\frac{1}{n}\sum(P_i - A_i)^2$ وكالآتي[1]:

نسبة التحيز = bias proportion $= u_m = \dfrac{(\bar{P}-\bar{A})^2}{\dfrac{\sum(P_i - A_i)^2}{n}}$

[1] A. Koutsoyiannis .OP.Cit ، PP .494-495.

$$u_s = \frac{(S_P - S_A)^2}{\frac{\sum (P_i - A_i)^2}{n}}$$ = Variance Proportion نسبة التباين

نسبة التغاير (التباين المشترك) = Covariance Proportion

$$u_c = \frac{2(1 - r_{PA})\ S_P S_A}{\frac{\sum (P_i - A_i)^2}{n}}$$

ومجموعها يساوي

$$u_m + u_s + u_c = 1$$

تطبيق 6

الجدول (15.6) يبين قيمة الواردات المتنبأ بها (المتوقعة) في ليبيا للسنوات 1998-2008 (مع اعتبار سنة 1998 سنة أساس)، والتي قدرت باستخدام نموذج وحيد المعادلة مع القيم الفعلية لهذه القيم المتنبأ بها حدد مصادر الخطأ في النموذج[1].

[1] هذا المثال مقتبس بتصرف من A. Koutsoyiannis مرجع سبق ذكره ، ص 495.

جدول (15.6) يبين مصادر الأخطاء في النموذج التنبؤي للواردات

السنة	القيمة المتنبأ بها للواردات	القيمة الفعلية	التغير في القيمة المتنبأ عنها P_i $\Delta Y_F = \hat{Y}_{Fn} - \hat{Y}_{Fn-1}$	التغير في القيمة الفعلية A_i $\Delta Y_i = \hat{Y}_n - \hat{Y}_{n-1}$	A_i^2	$(p_i - A_i)^2$	$(A_i - \overline{A})^2$	$(p_i - \overline{P})^2$
1998	95	100	-	-	-	-	-	-
1999	100	100	+5	+10	100	25	73.96	13.69
2000	102	112	+2	+2	4	0	0.36	0.49
2001	98	105	-4	-7	49	9	70.56	28.09
2002	98	109	0	+4	16	16	6.76	1.69
2003	99	106	+1	-3	9	16	19.36	0.09
2004	103	112	+4	+6	36	4	21.16	7.29
2005	110	116	+7	+4	16	9	6.76	32.49
2006	108	112	-2	-4	16	4	29.16	10.89
2007	106	111	-2	-1	1	1	5.76	10.89
2008	108	114	+2	+3	9	1	2.56	0.49
$\sum$	1126	1207	$\sum P_i = 13$	$\sum A_i = 14$	$\sum A_i^2 = 256$	$\sum (P_i - A_i)^2 = 85$	$\sum (A_i - \overline{A})^2 = 236.4$	$\sum (P_i - \overline{P})^2 = 106.1$

$$\overline{P} = \frac{13}{10} = 1.3$$

$$P_i = \Delta\hat{Y}_F = \hat{Y}_{Fn} - \hat{Y}_{Fn-1} \qquad A_i = \Delta Y_i = Y_n - Y_{n-1}$$

$$\overline{A} = \frac{14}{10} = 1.4$$

الحل

من معطيات الجدول يمكن حساب الآتي:

$$u^2 = \frac{\sum\left(P_i - A_i\right)^2}{\sum A_i^2} = \frac{101}{256} = 0.4$$

$\boxed{S_A^2 = 23.64}$ $\boxed{S_P^2 = 10.61}$

$\boxed{S_A = 4.86}$ $\boxed{S_P = 3.26}$

$$u = \sqrt{0.4} = 0.666 \qquad r_{PA} = 0.813$$

$$u_m = \frac{\left(\overline{P} - \overline{A}\right)^2}{\frac{\sum\left(P_i - A_i\right)^2}{n}} = \frac{\left(1.3 - 1.4\right)^2}{\frac{85}{10}} = 0.001$$

$$u_s = \frac{\left(S_P - S_A\right)^2}{\frac{\sum\left(P_i - A_i\right)^2}{n}} = \frac{(3.26 - 4.86)^2}{8.5} = 0.301$$

$$u_c = \frac{2(1 - r_{PA})S_A S_P}{\frac{\sum\left(P_i - A_i\right)^2}{n}} = \frac{2(1 - 0.813)(4.86)(3.26)}{8.5} = 0.708$$

$$\frac{1}{n}\sum\left(P_i - A_i\right)^2 = \left(\overline{P} - \overline{A}\right)^2 + \left(S_P + S_A\right)^2 + 2\left(1 - r_{PA}\right)\ S_P S_A$$

$$= (1.3 - 1.4)^2 + (3.26 - 4.86)^2 + 2(1 - 0.813)(3.26)(4.86)$$

$$\frac{1}{n}\sum\left(P_i - A_i\right)^2 = 0.01 + 2.56 + 5.92 = 8.5$$

من هنا فإن مصدر الخطأ الأكبر (5.92) ناتج عن الارتباط العالي بين القيم الفعلية (A_i) والمتنبأ بها (P_i) وهذا ناتج عن الخطأ الذي لا يمكن تصحيحه لتحسين كفاءة النموذج التنبئية.

4- معامل جيناس (Janus Quotient): وهو يقيس الكفاءة التنبئية للنموذج باستخدام الصيغة الآتية:

$$J = \sqrt{\frac{\sum_{i=n+1}^{n+m}\left(P_i - A_i\right)^2 / m}{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(A_i - P_i\right)^2}{n}}} \rightarrow (Janus \quad quotient)$$

حيث إن:

$\sum_{i=n+1}^{n+m}(P_i - A_i)^2$ = مجموع مربعات الفروق بين قيم التنبؤات المستقبلية (خارج مجال العينة المستخدمة في تقدير النموذج) والقيم المستقبلية للظاهرة موضع البحث.

$\sum_{i=1}^{n}(A_i - P_i)^2$ = مجموع مربعات الفروقات بين قيم التنبؤات (في فترة العينة المستخدمة لتقدير النموذج) والقيم الفعلية للظاهرة موضع البحث.

M = الفترة التنبئية للمستقبل.

N = حجم العينة.

P_i = التغير المتوقع في القيمة المتنبأ للمتغير التابع.

A_i = التغير الفعلي في القيمة المتنبأ للمتغير التابع.

كما يمكن توضيح كل من البسط والمقام لهذا المعامل كالتالي:

حيث يشير المقام إلى الفروق المحسوبة من بيانات العينة التي تم تقدير النموذج على أساسها بافتراض حجم العينة وهو يساوي n من المشاهدات. أما البسط فهو يشير على الفروقات المحسوبة من بيانات تخص الفترة التي تلي فترة العينة ويُفترض أن طولها (m) سنة وتُسمى فترة التنبؤ.

وهذا المعامل يقيس مقدرة النموذج على التنبؤ خلال فترة العينة (n) ويستكمل للفترة ما بعد العينة (m) وتتراوح قيمته بين الصفر وما لا نهاية.

$$0 \leq J \leq \infty$$

وكلما زادت قيمة هذا المعامل كلما دل ذلك على ضعف مقدرة النموذج على التنبؤ.

وعندما يكون $J = 1$ فإن هذا يعني أن مقدرة النموذج على التنبؤ في الماضي تتساوي معها في المستقبل.

أما إذا زادت قيمته عن الواحد صحيح فإن ذلك يوحي بتغير العلاقة الهيكلية للنموذج للمقدر.

5- متوسط مربع الخطأ MSE [1]

بافتراض أن الصيغة التالية قد تم استخدامها في تقدير العلاقة بين المتغيرين Y و X خلال جزء من فترة معينة:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X_t + u_t$$

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، مرجع سبق ذكره، ص ص 609-610.

عندئذ يتم استخدام هذه الصيغة في الحصول على تنبؤات محققة خارج العينة بحيث:

$\hat{Y}_A$ = القيمة الفعلية للمتغير التابع في الفترة خارج العينة.

Y_F = القيمة المتوقعة للمتغير التابع خلال الفترة خارج العينة ثم يتم حساب MSE كالتالي:

$$MSE = \frac{\sum (Y_F - Y_A)^2}{n-k} = \frac{101}{256} = 0.4$$

حيث:

n : تمثل عدد المشاهدات في فترة خارج العينة.

k : تمثل عدد المعلمات المقدرة في نموذج التنبؤ.

بحساب MSE لعدد من النماذج من خلال الصيغة أعلاه، يكون النموذج الأفضل في التنبؤ هو صاحب أقل متوسط لمربعات الأخطاء.

6- علاقة المقدر بالفعلي:

يتم القيام بتقدير الصيغة $Y_A = a + bY_F + u$

فإذا كان التنبؤ تام في دقته، فإن من المتوقع أن يكون قيمة a تساوي صفر وقيمة b تساوي الواحد، ولذا فإنه يتم اختبار هذين الفرضين باستخدام إحصائية t. وإذا تم قبول فرض العدم تكون مقدرة (قدرة) النموذج على التنبؤ عالية، وإذا ما تم رفضه (أي فرض العدم) فإن مقدرته على التنبؤ تكون منخفضة.

15.4: التطبيقات والتمارين

15.4.1: التطبيقات

لقد تم ذكرها في متن البحث وقد تضمنت دراسات اقتصادية.

15.4.2: التمارين

1- اشرح مفهوم التنبؤ القياسي وأنواعه وأهميته.

2- بافتراض أن البيانات المتنبأ بها للدخل القومي في ليبيا للسنوات (2001 - 2010) والمشاهدات المتحققة له كانت كالآتي:

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
الدخل المتنبأ به	500	535	580	650	710	800	900	920	1100	1300
الدخل المتحقق	480	450	500	530	580	615	700	820	900	990

حدد القدرة التنبئية للنموذج وحدد مصادر الخطأ باستخدام المعاملات المختلفة.

3 - ما الفرق بين التنبؤ بمعادلة والتنبؤ بأكثر من معادلة، حدد ذلك باستخدام البيانات في السؤال (2) والبيانات الآتية عن الاستهلاك الكلي للفترة قبل الفترة التنبئية.

السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الاستهلاك الكلي	210	250	280	290	300	320	340	360	370	400

علماً بأن قيمة $b = 0.9$ و $a = 15$

4- استخدم البيانات الواردة في السؤال (3) عن الاستهلاك والدخل للتنبؤ بفترة للسنوات 2011 - 2020 واختبر تلك التنبؤات.

الفصل السادس عشر

16- حالات دراسية: (العرض والطلب وتوازن السوق)

16.1 التحليل الإحصائي لدالة العرض

16.1.1 مفهوم دالة العرض وتحليلها الإحصائي

16.2 التحليل الإحصائي للطلب

16.2.1 المفهوم الإحصائي لدالة الطلب

16.2.2 أنواع دوال الطلب

16.3 دالة الطلب الخطية البسيطة (معادلة الانحدار الخطي البسيط)

16.4 دالة الطلب الخطية المتعددة المتغيرات (معادلة الانحدار المتعدد)

16.5 التوازن الإحصائي ومعادلة انحدار توازن السوق

16.6 التمارين

16 حالات دراسية: العرض والطلب وتوازن السوق

Case Studies

مما سبق ذكره للأساليب والطرق الإحصائية المستخدمة في الدراسات الاقتصادية، فإنه من المهم إعطاء حالة دراسية (تطبيقية) موسعة وميدانية موضحة الإجراءات والخطوات الميدانية لاستخدام تلك الأساليب ولتكون مثالاً يمكن الاستفادة منه في الدراسات التي يقوم بها البحاث، وأهم وأبسط هذه الدراسات هي دراسة حالة توازن السوق الناجمة عن تفاعل عناصر العرض مع عناصر الطلب لتكوين سعر التوازن وهذا ما سيتم شرحه في هذا الفصل.

16.1 التحليل الإحصائي لدالة العرض Supply Function

16.1.1 مفهوم دالة العرض

دالة العرض هي النموذج الإحصائي والرياضي الذي يبين العلاقة بين المتغيرات الرئيسة لهذه الدالة، كما يقيس العوامل المؤثرة على المتغير التابع (الكمية المعروضة) من خلال المعلمتين a، b.فالعرض مثلاً يعتمد قبل كل شيء على السعر والكلفة وغيرهما من العوامل الرئيسة. فالعرض ومنحناه مثلاً قد يعبران عن علاقة الكمية المعروضة بالكلفة الحدية والكلفة الثابتة عندما يعمل المشروع بخسارة مثلاً.

1- إذا ما تم أخذ مثلاً علاقة العرض بالسعر فإن شكل الدالة سيكون شكلاً مستقيماً أو منحنياً، ونموذجه الإحصائي كالآتي:

(الشكل الخطي) .... $S_i = a + bX_i$

أو (الشكل غير الخطي) .... $S_i = a + bX_i + cX_i^2$

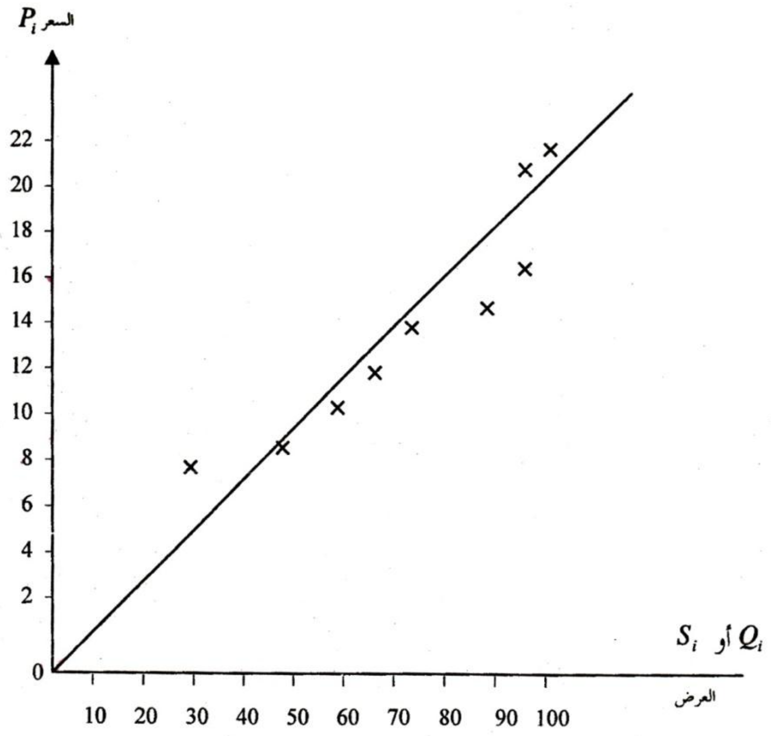
وغيرها من النماذج الخاصة بالعرض.

2- تحليل النموذج

يتألف النموذج الخطي البسيط من متغير تابع (S) وهي الكمية المعروضة ومعلمتين هما a و b وهما معلمتي الانحدار (X_i) أو (P_i) وهو المتغير المستقل المأخوذ من خارج النموذج. وتعكس (a) كمية السلع المعروضة عندما يكون السعر صفراً. ويزداد العرض مع زيادة السعر. ولا يعني هذا أن المنتج سيعرض إنتاجه مجاناً بل إنه ينتج تلك الكمية لحين ارتفاع السعر بحيث يبدأ يغطي التكاليف المتغيرة.

3- كيفية الحل

يبدأ الحل برسم الشكل الانتشاري عن المعلومات المتوفرة ومن ثم توفيق المعادلة المناسبة ويُستخرج منها ($\hat{a}$ و $\hat{b}$) معلماتها وتُختبر معنوياتها وهكذا.



شكل (16.1) الشكل الانتشاري بخط الانحدار

تطبيق 1

إذا كان لديك المعلومات الآتية عن عرض مادة العسل وسعر الكيلو الواحد بالدينار، وفق المعادلة المناسبة لها.

جدول (16.1) يوضح العلاقة بين الكميات المعروضة وسعرها من سلعة العسل

السعر X_i أو P_i	الكميات المطلوبة (Q_i) أو S_i	PS	P^2	$\hat{S}$
8	30	240	64	42.8
11	60	660	121	57.4
12	65	780	144	62.3
10	50	500	100	52.5
13	70	910	169	67.2
21	100	2100	441	106.2
16	89	1424	256	81.8
14	80	1120	196	72.1
15	85	1275	225	76.9
20	95	1920	400	101.3
18	87	1866	324	91.5
$\sum P_i = 158$	$\sum S_i = 812$	$\sum PS = 12495$	$\sum P^2 = 2440$	

الحل

يتم توفيق المعادلتين الآنيتين وكالآتي:

(وذلك بسبب أن الشكل الانتشاري يبين وجود علاقة خطية بين الكمية المعروضة وسعرها.

(أنظر شكل 14.1 السابق).

$$\sum S = na + b\sum p$$

$$\sum P\ S = a\sum b + b\sum p^2$$

$$\hat{a} = \frac{\sum P^2 \sum S - \sum P \sum PS}{n\sum P^2 - (\sum P)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum PS - \sum P \sum S}{n\sum P^2 - (\sum P)^2}$$

وبالتعويض بالأرقام للحصول على:

$$812 + 11a + 158b$$
$$12495 = 158a + 2440b$$
$$\therefore \hat{a} = \frac{(2440)(812) - (158)(12495)}{11(2440) - (1581)} = 3.76$$

$$\therefore \hat{b} = \frac{137445 - 128256}{1876} = 4.877$$

ومن هنا فإن دالة الانحدار للعرض تساوي:

$$\therefore \hat{S} = 3.76 + 4.877 \text{ Pi}$$

ومن هنا يمكن القول:

أن ($\hat{a}$) تساوي 3.76 وهي تساوي كمية السلعة التي يعرضها المنتج عندما يكون السعر (P) صفراً.

($\hat{b}$) رمز ميل خط العرض ويساوي النسبة المئوية التي يزداد بها العرض للسلعة عند كل زيادة في السعر بنسبة 1%، أو بمعني آخر أن زيادة السعر لسلعة العسل بمقدار وحدة نقدية واحدة، فإن عرضها سوف يزداد بمقدار 4.877 وهذا ما يُعرف بالأثر الحدي ($\frac{d\hat{S}}{d\hat{P}} = 4.877$).

وعند تعويض (P) يتم الحصول على ($\hat{S}$) وكما هو مبين في الجدول (14.1) وسيترك عمل ذلك للدارس لكي يساهم في التطبيق.

ويمكن من خلال هذه الأرقام أن تعرف كم هو السعر الذي سيصل إليه عند أية كمية من العرض من خلال المعادلة الآتية:

$$P^* = \frac{\hat{S} - 3.76}{4.877}$$

فإذا كان المنتج قد حسم أمره على عرض 100 وحدة عند ذاك سيكون السعر المتوقع كالآتي:

$$\hat{P} = \frac{100 - 3.76}{4.877} = \frac{96.24}{4.877} \cong 19.7$$

وإذا ما كان السعر معلوماً فإنه يمكن التوقع أن يعرض المنتج كمية من السلع تعادل $(\hat{S})$.

فإذا ما كان السعر (25) دينار فإن العرض سيكون:

$$\hat{S} = 3.76 + 4.877(25) \approx 126$$ وحدة

16.2 التحليل الإحصائي (لدالة انحدار الطلب)

Statistical Analysis of Demand Function

1- المفهوم الإحصائي لدالة الطلب

دالة الطلب هي النموذج الإحصائي الاقتصادي الذي يبين ويحدد العلاقة الاقتصادية بين الكميات المطلوبة (D وهي المتغير المستقل) والعوامل الرئيسية المؤثرة وهي:

السعر (P) والدخل (Y_i) وأسعار السلع الأخرى (P_1). ويقيس قوة واتجاه هذه العلاقات (الكلية والجزئية) من خلال المعالم المختلفة ومعاملات الارتباط والانحدار فالطلب يعتمد على خمسة عوامل رئيسة وهي:

أ- عدد المستهلكين.

ب- السعر P_i.

جـ- الدخل المتاح Y_d.

د- أسعار السلع الأخرى (البديلة) أو (المكملة) أو P_1.

هـ- الذوق T.

إن السعر والدخل وأسعار السلع الأخرى هي متغيرات إحصائية يمكن الحصول عليها من الأسواق المختلفة لسلعة أو مجموعة سلع، لسنة أو لعدة سنوات، وهي قابلة للقياس الكمي. أما الذوق (T) فهو متغير وصفي (وهمي) وهو يصعب قياسه وتقديره.

عادة تكون العلاقة بين الطلب والمتغيرات الأخرى كالآتي:

(1) العلاقة مع السعر

تكون العلاقة عكسية للسلع الاعتيادية، أي يزداد الطلب كلما انخفض السعر، وينخفض الطلب مع ارتفاع السعر (عدا السلع الدنيا) فهي عكس السلع الاعتيادية، فهي تزداد مع زيادة السعر وتنخفض مع انخفاضه. وكذلك سلع التفاخر، فهي تزداد مع زيادة السعر وتنخفض بانخفاضه.

(2) العلاقة مع الدخل

هي علاقة طردية تزداد فيها الكمية المطلوبة مع زيادة الدخل وتنخفض مع انخفاضه عدا السلع الدنيا، حيث تنخفض بارتفاع الدخل وتزداد بانخفاضه.

(3) العلاقة مع السلع الأخرى

وهي على نوعين:

الأولى: هي علاقة السلعة مع السلع البديلة، وهي علاقة طردية، حيث يزداد الطلب على السلعة مع زيادة أسعار السلع البديلة وينخفض الطلب على السلعة مع انخفاض السلع

البديلة، مثل الشاي والقهوة.

الثانية: هي علاقة السلعة بالسلع المكملة، وهي علاقة عكسية، حيث يزداد الطلب على السلعة مع انخفاض أسعار السلع المكملة، وينخفض الطلب على السلعة مع زيادة أسعارها (السلع المكملة).

16.2.2– أنواع دوال الطلب: للطلب عدة الأنواع من الدوال أهمها:

(أ) **الدالة الخطية البسيطة**: هي علاقة تأخذ شكل خط مستقيم مثل المتغير التابع على سلعة والسعر لها، لأنها علاقة مع متغير واحد، وهي تمثل سلعاً ذات مرونة متكافئة أو مرنة نسبياً.

(**ب**) **الدالة الخطية المتعددة**: هي علاقة تأخذ شكل خط مستقيم للطلب مع أكثر من متغير مستقل مثل (السعر أو الدخل) أو (السعر والدخل وأسعار السلع الأخرى).

(**ج**) **الدالة غير الخطية البسيطة**: هي علاقة غير خطية بين الطلب ومتغير واحد مثل السعر، لكن السعر وتأثيره لا يأخذ شكل خط مستقيم، وذلك بسبب أن مرونة السلعة تكون عالية جداً فكلما كانت المرونة عالية كانت زيادة الطلب أكبر نسبياً من انخفاض السعر نسبياً، لهذا فإن شكلها غير مستقيم أو منحنى، ومن الدرجة الثانية.

(**د**) **الدالة المتعددة غير الخطية**: هي العلاقة بين الطلب وأكثر من متغير واحد وتأخذ شكلاً منحنياً وغير خطي، بسبب المرونات العالية للسعر والدخل وأسعار السلع الأخرى.

والدوال المختلفة بهذا المعنى تأخذ الأشكال أو النماذج الإحصائية الآتية:

$$D_i = a - bP_i + u$$

$$bP_i + cP_2 + u - D_i = a$$

$$D_i = a - b_iP_i + c_iY_i + gP_2 + u_i$$

$$D_i = a - b_iP_i + cY_i^2 + gP_2 + u$$

$$D_i = a + b_iY_i + u_i$$

حيث إن:

D_i= كمية السلع المطلوبة.

P_i = سعر السلع المعنية.

P_2 = سعر السلع البديلة.

Y_i = دخل الفرد أو الأسرة.

a = الحد الأعلى للطلب عندما يكون السعر صفراً.

b_i = ميل منحنى الطلب = ظل تمام الزاوية، ويساوي الزيادة المطلقة في الكمية المطلوبة (ΔD) مقسوماً على الزيادة المطلقة في السعر (ΔP) أي:

$$b = \frac{\Delta D}{\Delta P}$$

أو رياضياً فإنه يمثل المشتقة كالآتي:

$$\hat{b} = \frac{dD}{dP}$$

وهو حد من حدود المرونة حيث إن المرونة السعرية تساوي:

$$E = b * \frac{P}{Q}$$

16.3 دالة الطلب الخطية البسيطة (الكمية المطلوبة مع السعر)

دالة الانحدار الخطية البسيطة (Simple Regression Linear Function) وهي عبارة عن دالة تبين انحدار الكمية المطلوبة من سلعة معينة قياساً للمتغير الأول وهو السعر.

تطبيق 2

يبين الجدول أدناه الكميات المطلوبة من مادة العسل المر في سوق البيضاء وأسعار المفرد منها للسنوات 1999-2009، أوجد معادلة انحدار الطلب على السعر، ومعلمات الانحدار والارتباط والتحديد، واختبر مقدرة النموذج على التنبؤ من خلال التقديرات الكمية والسعرية لنفس النموذج وبالأسعار الجارية وكما هي مبينة في الجدول أدناه:

جدول (16.2) يوضح كميات وأسعار العسل المر في مدينة البيضاء للفترة 1999-2009

السنة	الكمية المطلوبة الفعلية بالكيلوجرام D	السعر بالدينار/الكيلوجرام P	PD	P^2	D^2	$\hat{D}_E$	$\hat{P}_E$
1999	100	8	800	64	10000	110	5
2000	90	11	990	121	8100	120	6
2001	85	12	1020	181	7225	130	7
2002	87	10	870	200	7569	140	8
2003	80	13	1040	169	6400	100	9
2004	30	21	630	441	900	40	10
2005	60	16	960	256	3600	70	11
2006	72	14	1008	196	5184	80	12
2007	70	15	1050	225	6300	30	13
2008	50	18	900	324	2500	25	14
2009	40	20	800	400	1600	60	15
$\sum$	$\sum D =$ 764	$\sum P =$ 158	$\sum PD =$ 10068	$\sum P^2 =$ 2440	$\sum D^2 =$ 57978		

الحل

أ- يتم رسم الشكل الانتشاري للعلاقة وكما هي مبينة في الشكل (16.2).

ب- يتم توفيق المعادلة التي تُعطى علاقة مقاربة للشكل الانتشاري.

جـ- يتم تقدير المعلمتين $(\hat{a})$ و $(\hat{b})$.

د- التعويض لاستخراج القيم (الكميات المعدلة) المقدرة.

هـ- اختبار جودة الاستدلال للمعلمات والانحدار وتقدير إمكاناتها للتنبؤ.

إذن

أ- أنظر الشكل الانتشاري (16.2).

ب- توفيق المعادلة الانحدارية باستخدام المعادلتين الآنيتين لدالة انحدارية خطية بسيطة شكلها العام كالآتي:

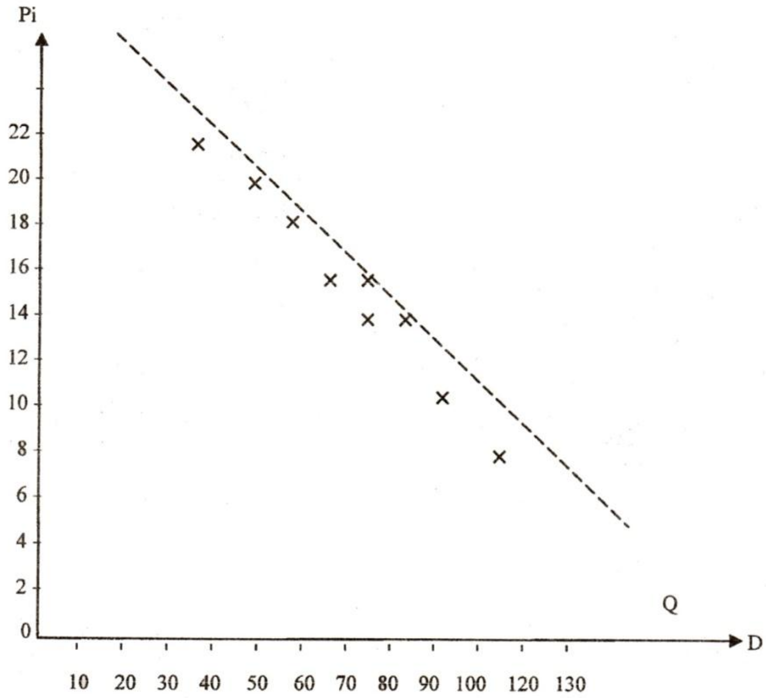
دالة الطلب الخطية

$$\because D_i = a + bP_i$$
$$\therefore \ \sum D_i = na + b_i \sum P_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$\therefore \ \sum P_i D_i = a \sum P_i + b \sum P_i^2 \ldots\ldots\ldots(2)$$

بالتعويض في المعادلتين وكالآتي:

$$764 = 11\,a + 158\,b \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1).$$

$$10068 = 158\,a + 2400\,b \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2).$$



شكل (16.2) الشكل الانتشاري يبين الكميات المطلوبة مع السعر

بضرب المعادلة (1) في 158 وطرحها من المعادلة (2) بعد ضربها في (11) يتم الحصول على:

$$110748 = 1738\ a + 26840\ b$$
$$120712 = 1738\ a + 24964\ b$$
$$-964 = 1876\ b \therefore \hat{b} = -5.31$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين للحصول على $(\hat{a})$

$$764 = 11\ a + 158\ (-5.31) 11\ a = 1603 \therefore \hat{a} = 145.72$$

بهذا تكون معادلة الانحدار كالآتي:

$$\therefore \hat{D} = 145.72 - 5.31\,P$$

ويمكن كذلك الحصول على نفس النتائج بشكل مباشر كالآتي:

$$\hat{a} = \frac{\sum P^2 \sum D}{N \sum P^2 - (\sum P)^2} = \frac{(2440)(764)}{11(2440) - (158)^2} = 145.72$$

إن معامل الانحدار $(\hat{b})$ له إشارة سالبة وهذا يعني وجود علاقة عكسية بين السعر والكمية المطلوبة، وهي علاقة إحصائية تتفق مع المنطق الاقتصادي التي تفيد بوجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة والسعر في السلع الاعتيادية، وتعني (5.31-) أن خفض السعر بدينار واحد أو زيادته سيزيد من الطلب أو يخفضه بمقدار (5.31) وحدة أو دينار. أما المعلمة $(\hat{a})$ فهي تعني أن الطلب الأقصى هو (145) وحدة (كيلو جرام) عندما يكون السعر صفراً.

ج. اختيار جودة الاستدلال (**المعنوية**)

أولاً: الخطأ المعياري لـ $(\hat{b})$.

وبما أن $\hat{\sigma}$ غير موجودة للمجتمع فإن الخطأ المعياري للتقدير سوف يفي بالغرض (S_{dp}) .

$$S_{dp} = \sqrt{\frac{\sum D^2 - a\sum D - b\sum PD}{n}} = \sqrt{\frac{\left(D - \hat{D}\right)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{57978 - 145.72(764) - (5.31)(10068)}{11}} = 3.1$$

$$S_{dp} = \sqrt{\frac{\sum P^2}{n} - \left(\frac{\sum D}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{2440}{11} - \left(\frac{158}{11}\right)^2} = \sqrt{15.485} = 3.8$$

ومنه فإن الخطأ المعياري للتقدير $(\hat{b})$ هو:

$$S_{\hat{b}} = \frac{3.1}{[illegible]} = 0.2719$$

حيث أن الأصح هو أخذ درجة الحرية n-2 بنظر الاعتبار، وهذا يعني أنه وبحدود ثقة 95%

فإن (B) للمجتمع ستقع بين:

$$-5.31 - 2.26(0.27193) \quad \text{و} \quad -5.31 + 2.26(0.27193)$$

أي بين 4.69544 − و 5.92456+

هذا يعني أن المجتمع (الطلب على سلعة العسل) المأخوذ منه العينة سيزداد أو ينخفض بمقدار من (4.67) إلى (5.98) كيلوجرام عندما ينخفض السعر بمقدار دينار واحد فقط.

* يترك للطالب استخراج $(S_{\hat{a}})$ وتفسيره.

(c) استخراج معاملي الارتباط والتحديد

$$\because r = \frac{n\sum PD - \sum P \sum D}{\sqrt{\left[n\sum P^2 - (\sum P)^2\right]}\sqrt{\left[n\sum D^2 - (\sum D)^2\right]}}$$

$$= \sqrt{\frac{11(10068) - (158)764}{\sqrt{11(2440) - (158)^2}\sqrt{11(57978) - (764)^2}}} = \frac{110748 - 120712}{\sqrt{1876}\sqrt{54062}}$$

$$\therefore r = -0.98$$

وهذا يدل على وجود ارتباط عكسي قوي جداً.

أما معامل التحديد فهو $\quad \therefore r^2 = -(98.0)^2 = 0.96$

وهو يعني أن التغيير في السعر يفسر 96% من التغيير في الكمية المطلوبة و 4% الباقية لعوامل أخرى (عشوائية) للطلب ذاته أو خطأ في جمع البيانات في السعر أو خطأ الحذف (بقاء العوامل الأخرى على حالها).

ه. اختبار جودة الاستدلال (**اختبار t**)

بما أن العينة أقل من (30) وحدة، بهذا يتم القيام باختبار (t) وكالآتي:

$$t^* = \frac{\hat{b} - B}{\hat{b}}$$

وبما أن (B) غير موجودة فإن قيمتها تساوي صفراً و σ_b غير موجود وبالتالي يتم التعويض عنه بـ $(\hat{S}_b)$.

$$\therefore t^* = \frac{\hat{b} - 0}{\hat{S}_b} = \frac{-5.31 - 0}{0.27193} = \frac{-5.31}{0.27193} = -19.527$$

وحيث أن القيمة المطلقة (t^*) المحسوبة أكبر من (t) الجدولية البالغة 2.26 بمستوى معنوية 5%(مستوى ثقة 95%)، وبالتالي فهي إذن ذات دلالة (معنوية) إحصائية، أي أن bتختلف جوهرياً عن الصفر (يُرفض فرض العدم).

وإذا ما تم اعتبار بأن $B = -5.984$ كما تم حسابه لفترة الثقة سيتم الحصول على:

$$r = \frac{-5.31 - 5.984}{0.27193} = - \quad 41.533$$

ومنه يتم التعرف أن القيمة المطلقة لـ t^* المحسوبة أكبر من (t) الجدولية بدرجة حرية: 11-2=9 وهذا يعني أن (B) للمجتمع لا تختلف جوهرياً عن $(\hat{b})$ المحسوبة.

إذا ما أريد استخدام النموذج للتنبؤ فإنه يمكن أن يتم التعويض بأقيام (P) المستقبلية أو

المتوقعة ويتم حساب الطلب، وبفرض أن السعر هو (20) و (25) دينار سيتم الحصول على الحدود العليا والدنيا للطلب على هذه السلعة و كالآتي:

$$28.394(25) = 9544D\ max_1 = 145.72 – 4.6$$
$$2.394(25) = – 2456D\ min_1= 145.72 – 5.9$$
$$(20) = 52.324.69544D\ max_2= 145.72 –$$
$$D\ min_2= 145.72 – 5.92456(20) = 27.2288$$

يُستخدم هذا النموذج في حالة الاحتكار والمنافسة الاحتكارية. أما في حالة المنافسة التامة فإن قيمة $(\hat{b})$ ستساوي صفراً. لأن منحنى الطلب هو خط مستقيم مواز لمحور الكميات وليس له ميل بهذا فإن الكمية القصوى تساوي (145) وحدة كحد أقصى.

كما يمكن اختبار مقدرة النموذج على التنبؤ بمعامل (ثايل). (يقوم القارئ بحسابه كما جاء في فصل التنبؤ).

16.4 دالة الطلب الخطية المتعددة (دالة الانحدار المتعددة الخطية)

(Linear Multiple Demand Regression Function)

هي دالة تكون العلاقات فيما بين المتغير التابع (الطلب) وأكثر من متغير مستقل واحد مثل (السعر P والدخل Y). بهذا تكون الصيغة العامة للدالة:

$$D_i = a - b_iP_i + c_iY_i$$

تطبيق 3

لو فرض أن هناك البيانات الإحصائية عن الأسعار P_i والدخل (متوسط دخل الفرد Y والكميات المطلوبة (D_i) كما هو مبين في الجدول (14.5)، أوجد دالة الانحدار (D) على (P) و (Y). واختبر جودة الاستدلال واحسب معاملي الارتباط والتحديد، وتأكد من قدرة

النموذج على التنبؤ.

جدول (16.3) يوضح الطلب وعلاقته بالسعر والدخل

السنة	الطلب D	السعر Pدينار	الدخل Yدينار	PD	DY	PY	Y^2	P^2
1999	40	20	36	800	1440	720	1296	400
2000	50	18	40	900	2000	720	1600	324
2001	70	15	44	1050	3080	600	1936	225
2002	72	14	48	1008	3456	672	2304	156
2003	60	16	46	960	2700	736	2116	256
2004	30	21	38	630	1140	798	1444	441
2005	80	13	42	1040	3360	546	1764	169
2006	87	16	45	870	3915	450	2025	100
2007	85	12	45	1020	3825	540	2025	144
2008	90	11	45	990	4320	528	2304	121
2009	100	8	50	800	5000	400	2500	64
$\sum$	$\sum D =$ 764	$\sum P =$ 158	$\sum Y =$ 482	$\sum PD =$ 10068	$\sum DY =$ 34296	$\sum PY =$ 6770	$\sum Y^2 =$ 21314	$\sum P^2 =$ 2440

الحل

1- النموذج النظري لمعادلة الانحدار المتعدد والخطي هي الآتية:

$$D_i = a - b_i P_i + c_i Y_i$$

وتُحل بواسطة المعادلات الآنية الثلاثة الآتية:

$$\sum D_i = na + b_i \sum P_i + cY_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\sum P_i D_i = a \sum P_i + b \sum P_i^2 + c_i \sum P_i Y_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\sum Y_i D_i = a \sum Y_i + b \sum Y_i P_i + c_i \sum Y_i^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

وبالتعويض يتم الحصول على:

$$764 = 11\,a + 158\,b + 482\,c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$10068 = 158\,a + 2440\,b + 6770\,c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$34296 = 482\,a + 6770\,b + 21314\,c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

وبحل هذه المعادلات يُلاحظ الآتي:

$$\therefore \hat{c} = 0.086 \qquad \therefore \hat{b} = -5.234 \qquad \therefore \hat{a} = 140.865$$

بهذا فإن معادلة الانحدار تأخذ الشكل الآتي:

$$\therefore \hat{D} = 140.865 - 5.234\ P + 0.086\ Y$$

يعني هذا النموذج أن الطلب الأقصى هو (140.9) وحدة تقريباً عندما يكون السعر صفراً، وكلما يزداد السعر بدينار واحد ينخفض الطلب بنحو (5.234) وحدة (بافتراض ثبات الدخل) بهذا فإن العلاقة للكمية المطلوبة هي علاقة عكسية مع السعر. أما الدخل فيؤثر بصورة طردية، حيث يزداد الطلب بزيادة الدخل بمقدار 8.6 وحدة لكل 100 دينار زيادة في الدخل (بافتراض ثبات السعر)، أي أن الدخل عندما يزداد بدينار واحد سيزداد الطلب بحوالي (0.086) وحدة، بهذا فإن السعر كعامل يؤثر أكثر من تأثير الدخل على الطلب.

معامل الارتباط المتعدد $r_{dpy} = 0.9614$ وهو معامل كبير وقوي.

معامل التحديد المتعدد $r^2_{dpy} = 0.9243$ وهو يعني أن العوامل المؤثرة (المستقلة P و Y تفسر نسبة 92% من التغير في الطلب (D).

معامل الارتباط البسيط لـ D مع P فقط = $r_{DP} = -0.98$

معامل الارتباط البسيط لـ Dمع Y فقط = $r_{DY} = 0.84$

معامل الارتباط البسيط لـ Y مع P فقط = $r_{YP} = 0.84$

معامل الارتباط الجزئي لـ D مع Y مع تثبيت P = $r_{DY.P} = 0.16$

الخطأ المعياري لتقدير علاقة D مع P = $S_{DP} = 4.209$

الخطأ المعياري للتقدير لمعادلة الانحدار المتعدد $\hat{\sigma}_u = S_{DpY} = 4.1551$

(t) الجدولية بدرجة حرية 8 ومستوى معنوية 5 %= 2.306.

ومنه يلاحظ أن فترات الثقة لتقدير دالة الطلب عند السعر (15) دينار و دخل (44) دينار تساوي: (4.155)2.306 ± 66.139*أو 65.558 <D> 75.72 .

أي أن الكمية المتوقعة من الطلب على هذه السلعة هي ما بين 65.558 و 75.72.

2- اختبار معنوية المعلمات

من نتائج التقدير باستخدام الحاسوب، يتم الحصول على قيمتي $S_{\hat{c}}$ و $S_{\hat{b}}$ وتساوي 0.65 و 0.691 على التوالي.

وبالتالي يمكن الحصول على قيمتي t المحسوبة للمعلمتين كالتالي:

$$t_1^* = \frac{-5.234 - 0}{0.691} = -7.57$$

ومنه يُفهم أن القيمة المتعلقة بـ t^* المحسوبة أكبر من t الجدولية 2.306 + وبالتالي ترفض فرضية العدم وهي أن b = 0 ولا ترفض (تقبل) الفرضية بأن b تختلف جوهرياً عن الصفر مما يعني أن للسعر تأثير معنوي على التغير في الطلب على تلك السلعة و لا يعود ذلك إلى أسباب عضوية أو للصدفة.

$$t_2^* = \frac{0.086 - 0}{0.65} = 0.132$$

هنا يُلاحظ بأن t الجدولية 2.306 أكبر من t المحسوبة لـ (c) لهذا فإن (c) لا تختلف جوهرياً عن الصفر وهي غير معنوية إحصائياً عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية تساوي 8 (مما يعني أن العلاقة بين الدخل والطلب مع السلعة علاقة غير جوهرية وتعود

---

* $\hat{D} = 140.856 - 5.234(15) + 0.086(44) = 66.139$

للصدفة، أي يتم عدم رفض (قبول) فرض العدم بأن c تساوى صفر.

3- حدود B يساوي:

$$-5.234 \pm 2.306\ (0.691) = (-3.641 \text{ و } -6.827)$$

من الممكن تحليل دالة الطلب لسلعة مرنة جداً حيث تكون غير خطية بالأسلوب ذاته.

تطبيق 4

في الجدول (16.4) مبين طلب السمك وأسعاره ومتوسط دخل الفرد.

جدول (16.4) يوضح طلب السمك وأسعاره ومتوسط دخل الفرد

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y	6	8	8	7	7	12	9	8	9	10	10	11	9	10	11
X_1	9	10	8	7	10	4	5	5	6	8	7	4	9	5	8
X_2	8	13	11	10	12	16	10	10	12	14	12	16	14	10	12

أوجد الآتي:

أ- معادلة انحدار الطلب على السعر والدخل.

ب- احسب جودة الاستدلال (المعنوية).

جـ- معلمات الارتباط والتحديد.

الحل

(أ) إيجاد معادلة انحدار الطلب على السعر والدخل بمساعدة الجدول (16.4) الذي يوضح الحسابات اللازمة لتقدير معادلة انحدار OLS للمتغير Y على المتغيرين X_1 و X_2والمعادلات الآتية، حيث تُشير الأشكال الانتشارية على وجود علاقة خطية بينها:

$$\hat{Y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2$$

$$\hat{b}_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_2 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(-28)(74)-(38)(-12)}{(60)(74)-(12)^2}$$

$$= \frac{-2,072+456}{4,440-144} \cong -0.38$$

$$\hat{b}_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(38)(60)-(-28)(-12)}{(60)(74)-(12)^2}$$

$$= \frac{2,280-336}{4,440-144} \cong 0.45$$

$$\hat{b}_0 = \overline{Y} - \hat{b}_1 \overline{X}_1 - \hat{b}_2 \overline{X}_2 \cong 9-(-0.38)(7)-(0.45)(12) = 9+2.66-5.40 \cong 6.26$$

وعليه فمعادلة OLS لانحدار Y على X_1 و X_2 هي:

$$\hat{Y} = 6.26 - 0.38X_{1i} + 0.45X_{2i}$$

تشير نتائج المعادلة بأن الكمية المطلوبة من السلعة تربطها علاقة عكسية مع سعرها وطردية مع متوسط دخل الفرد، بمعني أن نقص السعر للسلعة بمقدار وحدة واحدة ينتج عنه زيادة في الكمية المطلوبة بمقدار 0.38 كيلوجرام (بافتراض ثبات الدخل)، في حين زيادة في متوسط دخل الفرد بمقدار وحدة واحدة يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة من السلعة بمقدار 0.45 كيلوجرام (بافتراض ثبات السعر).

جدول (16.5) يبين الحسابات اللازمة لتقدير المعالم لبيانات جدول 16.4

n	Y	X_1	X_2	y	x_1	x_2	x_1y	x_2y	x_1x_2	x_1^2	x_2^2	$\hat{Y}$	e	e^2
1	6	9	8	-3	2	-4	-6	12	-8	4	16	6.44	-0.44	0.1936
2	8	10	13	-1	3	1	-3	-1	3	9	1	8.31	-0.31	0.0961
3	8	8	11	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	8.17	-0.17	0.0289
4	7	7	10	-2	0	-2	0	4	0	0	4	8.10	-1.10	1.2100
5	7	10	12	-2	3	0	-6	0	0	9	0	7.86	-0.86	0.7396
6	12	4	16	3	-3	4	-9	12	-12	9	16	11.94	0.06	0.0036
7	9	5	10	0	-2	-2	0	0	4	4	4	8.86	0.14	0.0196
8	8	5	10	-1	-2	-2	2	2	4	4	4	8.86	-0.86	0.7396
9	9	6	12	0	-1	0	0	0	0	1	0	9.38	-0.38	0.1444
10	10	8	14	1	1	2	1	2	2	1	4	9.52	0.48	0.2304
11	10	7	12	1	0	0	0	0	0	0	0	9.00	1.00	1.0000
12	11	4	16	2	-3	4	-6	8	-12	9	16	11.94	-0.94	0.8836
13	9	9	14	0	2	2	0	0	4	4	4	9.14	-0.14	0.0196
14	10	5	10	1	-2	-2	-2	-2	4	4	4	8.86	1.14	1.2996
15	11	8	12	2	1	0	2	0	0	1	0	8.62	2.38	5.6644
$n=15$	$\sum Y=135$ $\bar{Y}=9$	$\sum X_1=105$ $\bar{X}_1=7$	$\sum X_2=180$ $\bar{X}_2=12$	$\sum y=$ 0	$\sum x_1=$ 0	$\sum x_2=$ 0	$\sum x_1y=$ 28	$\sum x_2y=$ 38	$\sum x_1x_2=$ -12	$\sum x_1^2=60$	$\sum x_2^2=74$		$\sum e=0$	$\sum e^2=$ 12.2730

(ب) لحساب جودة الاستدلال يتم الحاجة إلى σ_u^2 هو تباين حدا لخطأ في العلاقة بين X_{1i} و X_{2i} و Y_i . ولكن $s^2 = \hat{\sigma}_u^2 = \sum e_i^2 /(n-k)$ هي تباين البواقي وهي تقدير غير متحيز للتباين غير المعلوم σ_u^2 . k هي عدد المعالم المقدرة. في حالة الانحدار المتعدد ذي المتغيرين، k = 3 . وعليه n-k = n -3 =df.

$$\mathrm{Var}\hat{b}_1 = \sigma_u^2 \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

بينما

$$\mathrm{Var}\hat{b}_2 = \sigma_u^2 \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

إن تبايني $\hat{b}_1$ و $\hat{b}_2$ (أو تقديراتها) مطلوبة لاختبار الفروض وتكوين فترات الثقة لكل من b_1 و b_2.

$$S_{\hat{b}_1}^2 = s^2 \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{\sum e_i^2}{n-k} \cdot \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$S_{\hat{b}_2}^2 = s^2 \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{\sum e_i^2}{n-k} \cdot \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

حيث أن $S_{\hat{b}_1}^2$ و $S_{\hat{b}_2}^2$ هما على الترتيب، تقديران غير متحيزين لتباين b_1 وتباين b_2 غير المعلومين حيث أن σ_u^2 غير معلومة، و $S_{\hat{b}_1} = \sqrt{S_{\hat{b}_1}^2}$ و $S_{\hat{b}_2}^2 = \sqrt{S_{\hat{b}_2}^2}$. $S_{\hat{b}_1}$ و $S_{\hat{b}_2}$

هما على الترتيب، الانحراف المعياري لكل من $\hat{b}_1$ و $\hat{b}_2$ ويسميان بالأخطاء المعيارية.

وبالتالي فإن قيمة σ_u^2 يمكن حسابه كالتالي:

$$s^2 = \hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{12.2730}{15-3} \cong 1.02$$

باستخدام قيمة S^2 السابق إيجادها وقيم جدول (16.5) يتم الحصول على:

$$S_{\hat{b}_1}^2 = s^2 \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \cong 1.02 \frac{74}{(60)(74)-(-12)^2} \cong 0.02$$

$$S_{\hat{b}_1} \cong \sqrt{0.02} \cong 0.14$$

$$S_{\hat{b}_2}^2 = s^2 \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \cong 1.02 \frac{60}{(60)(74)-(-12)^2} \cong 0.01$$

$$S_{\hat{b}_2} \cong \sqrt{0.01} \cong 0.10$$

ومنها اختبار b_1 عند مستوي 5% سيكون كالتالي:

$$t_1 = \frac{\hat{b}_1 - b_1}{S_{\hat{b}_1}} = \frac{-0.38-0}{0.14} \cong 2.71$$

حيث أن قيمة t_1 المطلقة تتجاوز القيمة الجدولية $t= 2.179$ بمستوى معنوية 5 % (اختبار ذو ذيلين)، $n-k = 15 -3 = 12$ df ، فإنه يتم استنتاج أن b_1 معنوية إحصائياً عند مستوى معنوية 5 % (أي أنه لا يمكن رفض H_1، بأن $b_1 \neq 0$). أما عن اختبار b_2 عند مستوى 5% سيكون كالتالي:

$$t_2=\frac{\hat{b}_2-b_2}{S_{\hat{b}_2}}=\frac{0.45-0}{0.10}\cong 4.50$$

أي أن b_2 معنوية إحصائياً عند مستوى معنوية 5% (وأيضاً عند مستوى 1%) (أي أنه لا يمكن رفض H_1 بأن $b_0\neq 0$).أما عن فترة الثقة 95 % لكل من b_1 و b_2.

1- فترة الثقة 95 % للمعلمة b_1:

$$b_1=\hat{b}_1\pm 2.179\,S_{\hat{b}_1}=-0.38\pm 2.179(0.14)=-0.38\pm 0.31$$

أي أن b_1 بين 0.69- ، 0.07- (أي $-0.69\leq b_1\leq -0.07$) (بدرجة ثقة 95 %).

2- فترة الثقة 95% للمعلمة b_2:

$$b_2=\hat{b}_2\pm 2.179\,S_{\hat{b}_2}=-0.45\pm 2.179\,(0.10)=-0.45\pm 0.31$$

أي أن b_2 بين 0.23 ، 0.67(أي $0.23\leq b_2\leq 0.67$) بدرجة ثقة 95 %.

(ج) في حين معامل التحديد المتعدد فيتم حسابه كالتالي:

باستخدام $\sum e_i^2=12.2730$ و $\sum y_i^2=40$ يتم الحصول على

$R^2=1-\sum e_i^2/\sum y_i^2=1-12.2730/40\cong 0.6932$ أو 69.32 %

كما يمكن حساب معامل التحديد كالتالي أيضاً:

باستخدام $b_1=0.38$ و $b_2=0.45$ ، $\sum yx_1=-28$ و $\sum yx_2=38$ ، $\sum y_i^2=40$

من الجدول (16.5)يتم الحصول على:

$$R^2 = \frac{\hat{b}_1 \sum yx_1 + \hat{b}_2 \sum yx_2}{\sum y^2}$$

$$= \frac{(-0.38)(-28) + (0.45)(38)}{40} \cong \frac{27.74}{40} = 0.6935 \quad \text{أو} \; 69.35\%$$

تختلف قيمة R^2 هذه قليلاً عن تلك السابق إيجادها مسبقاً كنتيجة لأخطاء التقريب.

كما يمكن باستخدام $\sum \hat{y}_i^2 = 27.727$ و $\sum e_i^2 = 12.2730$ الحصول على قيمة F كالتالي :

$$F_{2.12} = \frac{27.727/2}{12.273/12} \cong 13.59$$

حيث أن القيمة المحسوبة للنسبة F تفوق القيمة الجدولية $F = 3.88$ عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية 5، 12 (انظر ملحق 7)، فإنه يتم عدم رفض الفرض البديل بأنه ليست كل قيم b_i تساوي الصفر عند مستوى معنوية 5 %.

كما يمكن استخدام قيمة $R^2 = 0.6932$ للحصول على قيمة F وكالتالي:

$$F_{2.12} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{0.6932/2}{(1-0.6932)/12} \cong 13.54$$

وبالتالي يتم قبول (عدم رفض) الفرض أن R^2 تختلف معنوياً عن الصفر عند مستوي معنوية 5 %.

(د) لإيجاد $r_{YX_1.X_2}$ فإنه تلزم الحاجة أولاً إلى إيجاد r_{YX_1} ، r_{YX_2} و $r_{X_1X_2}$.

وباستخدام القيم من الجدول (16.5)، يتم الحصول على:

$$r_{YX_1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2}\sqrt{\sum y^2}} = \frac{-28}{\sqrt{60}\sqrt{40}} \cong -0.5715$$

$$r_{YX_2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2}\sqrt{\sum y^2}} = \frac{38}{\sqrt{74}\sqrt{40}} \cong 0.6984$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{\sum x_2 x_2}{\sqrt{\sum x_2^2}\sqrt{\sum x_1^2}} = \frac{-12}{\sqrt{74}\sqrt{60}} \cong -0.1810$$

وبالتالي:

$$r_{YX_1.X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1-r_{X_1X_2}^2}\sqrt{1-r_{YX_2}^2}}$$

$$= \frac{(-0.5715) - (0.6984)(-0.1801)}{\sqrt{1-(-0.1810)^2}\sqrt{1-(-0.6984)^2}} \cong -0.6331$$

باستخدام قيم r_{YX_1} ، r_{YX_2} ، $r_{X_1X_2}$ السابق حسابها يتم الحصول على:

$$r_{YX_2.X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1-r_{X_1X_2}^2}\sqrt{1-r_{YX_1}^2}} = \frac{(0.6984) - (-0.5715)(-0.1801)}{\sqrt{1-(-0.1810)^2}\sqrt{1-(-0.5715)^2}} \cong 0.8072$$

حيث أن $r_{YX_2.X_1}$ تتجاوز القيمة المطلقة للمعامل $r_{YX_1.X_2}$ ، فإنه يتم الاستنتاج بأن X_2 تساهم أكثر من X_1 في القدرة التفسيرية للنموذج.

تطبيق 5

يبين الجدول رقم (16.6) بيانات فرضية عن الكمية المطلوبة من إحدى السلع Y، سعر السلعة X_1، دخل المستهلك X_2 وسعر السلعة البديلة X_3 خلال الفترة (1994-2009). والمطلوب هو تقييم الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة في تحديد تباين المتغير التابع[1].

جدول رقم (16.6) الكمية المطلوبة Y، سعر السلعة X_1، دخل المستهلك X_2 وسعر السلعة البديلة X_3

Y	X_1	X_2	X_3
30	14	500	15
35	13	600	19
40	14	700	17
45	13	800	18
50	12	900	16
60	11	1000	20
55	11	1100	21
55	13	1200	22
65	10	1300	27
65	10	1400	24
70	10	1500	25
90	8	1600	28
80	9	1700	23
85	8	1800	29
75	9	1900	26
$\overline{Y} = 60$	$\overline{X}_1 = 11$	$\overline{X}_2 = 1200$	$\overline{X}_3 = 22$
$S: 18.1265$	2.0702	447.2136	4.4721

الحل

باستخدام بيانات الجدول (16.6) ومن خلال البرنامج الإحصائي SPSS ، تم تقدير معاملة انحدار Y على X_1 ، X_2،X_3 وكانت النتائج كالتالي:

[1] هذا التطبيق مقتبس بتصرف من عبد الرزاق شربجي، مرجع سبق ذكره، ص ص 155-171.

$$\hat{Y} = 91.2826 - 4.9281X_1 + 0.0159X_2 + 0.17498X_3$$
$$(3.0388) \qquad (2.1457) \qquad (0.2745)$$

$$R^2 = 0.951 \qquad F = 71.133 \qquad n = 15$$

توضح نتائج المعادلة بأن السعر تربطه علاقة عكسية مع الكمية المطلوبة وطردية مع دخل المستهلك وأسعار السلع البديلة.

لاشك أن أفضل طريقة تُمكن من إيضاح كيفية الحصول على القيم الواردة في نتائج المعادلة وتفسيرها تتم بتقديم الحل المفصل لتحليل الانحدار المتعدد لهذا المثال الافتراضي. علماً بأنه يمكن تقييم الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة في تحديد (تفسير) الاختلافات الكلية للمتغير التابع بإتباع الخطوات الآتية:

أولاً: الحصول على مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات

مصفوفة معاملات الارتباط بين متغيرات الجدول رقم (16.6)

	Y	X_1	X_2	X_3
Y	1.00000	-0.96125	0.94722	0.8895
X_1	-0.96125	1.00000	-0.91811	-0.88724
X_2	0.94722	-0.91811	1.00000	0.88571
X_3	0.88995	-0.88724	0.88571	1.00000

ثانياً: الحصول على معاملات الارتباط الجزئية

لقد سبق الذكر بأن الهدف الأساسي من الحصول على معاملات الارتباط الجزئية، هو معرفة فيما إذا كانت العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية، علاقاتٍ حقيقية أم زائفة. فعلى سبيل المثال، قد تكون العلاقة $r_{y3} = 0.88995$ ، زائفة وناتجة عن تأثير المتغيرات الأخرى (X_1 و X_2) على كلٍ من Y وX_3، وما أن نُدخل الرقابة الإحصائية حتى تنعدم

العلاقة الظاهرية بين Y و X_3. إضافة إلى ذلك، فإن معاملات الارتباط الجزئية تُعتبر من أهم الوسائل الإحصائية المستخدمة في تقييم الأهمية النسبية للمتغير المستقل بعد حذف تأثير المتغيرات المستقلة الأُخرى، حيث تجدر الإشارة هنا على الصلة الوثيقة بين معامل الارتباط الجزئي (والمستخدم في الرقابة الإحصائية)، و بين معامل الارتباط نصف الجزئي (والمستخدم في تقييم الأهمية النسبية للمتغير المستقل في تفسير اختلافات المتغير التابع).

فمن مقارنة صيغة معامل الارتباط نصف الجزئي:

$$r_{y(1.2)} = \frac{r_{y1} - r_{y2}r_{12}}{\sqrt{1 - r_{12}^2}}$$

مع صيغة معامل الارتباط الجزئي:

$$r_{y1.2} = \frac{r_{y1} - r_{y2}r_{12}}{\sqrt{1 - r_{y2}^2}\sqrt{1 - r_{12}^2}}$$

ومنها إلى أن:

$$r_{y1.2}^2 = \frac{r_{y(1.2)}^2}{1 - r_{y2}^2} = \frac{R_{y.12}^2 - R_{y.2}^2}{1 - R_{y.2}^2}$$

بمعنى أن القيمة المربعة لمعامل الارتباط نصف الجزئي تقيس الزيادة المطلقة في قيمة التحديد والناتجة عن إضافة المتغير المستقل X_1 إلى معادلة الانحدار التي تتضمن أساساً المتغير المستقل X_2. في حين أن القيمة المربعة لمعامل الارتباط الجزئي تقيس الزيادة النسبية في قيمة معامل التحديد والناتجة عن إضافة X_1 إلى معادلة الانحدار التي تتضمن أساساً المتغير X_2. وبمعنى

أدق فإن $r_{y1.2}^2$ تقيس مساهمة X_1 في تفسير اختلافات إضافية في Y، مُعبرٌ عنها كنسبة من الاختلافات التي لم تُفسر أساساً بالمتغير X_2 أي أن X_1 تقيس نسبة الانخفاض في قيمة الاختلافات الغير مُفسرة في Y.

أما بالنسبة لما ورد بالمثال عن الكمية المطلوبة، فيمكن إيجاد معاملات الارتباط الجزئية (وبالاعتماد على مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات)، كالآتي:

$$r_{y1.23}=\frac{r_{y1.2}-r_{y3.2}\,r_{31.2}}{\sqrt{1-r_{y3.2}^2}\sqrt{1-r_{31.2}^2}}$$

$$r_{y1.2}=\frac{r_{y1}-r_{y2}\,r_{12}}{\sqrt{1-r_{y2}^2}\sqrt{1-r_{12}}}$$

$$r_{y1.2}=\frac{-0.96125-(0.94722)(-0.91811)}{\sqrt{1-(0.94722)^2}\sqrt{1-(-0.91811)^2}}=-0.7209425$$

$$r_{y3.2}=\frac{r_{y3}-r_{y2}\,r_{32}}{\sqrt{1-r_{y2}^2}\sqrt{1-r_{32}^2}}$$

$$r_{y3.2}=\frac{0.88995-(0.94722)(0.88571)}{\sqrt{1-(0.94722)^2}\sqrt{1-(0.88571)^2}}=0.3425959923$$

$$r_{y31.2}=\frac{r_{31}-r_{32}\,r_{12}}{\sqrt{1-r_{32}^2}\sqrt{1-r_{12}^2}}$$

$$r_{y31.2}=\frac{-0.88724-(0.88571)(-0.91811)}{\sqrt{1-(0.88571)^2}\sqrt{1-(-0.91811)^2}}=-0.4025389128$$

$$r_{y1.23}=\frac{-0.7209425-(0.34259923)(-0.4025389128)}{\sqrt{1-(0.34259923)^2}\sqrt{1-(-0.4025389128)^2}}$$

$$r_{y1.23}=r_{y1.32}=-0.67794268$$

علماً بأنه يمكن الحصول على $r_{y1.23}$ باستخدام معاملات التحديد كطريقة بديلةٍ، كالآتي:

$$r^2_{y1.23}=\frac{R^2_{y1.23}-R^2_{y.23}}{1-R^2_{y.23}}$$

$$r^2_{y1.23}=\frac{0.956-0.90927538}{1-0.90927538}=46\%$$

$$r^2_{y1.23}=\sqrt{0.46}\approx 0.6779$$

آخذين في الاعتبار أن الإشارة الجبرية لمعامل الارتباط الجزئي $r_{y1.23}$ تكون شبيهة بالإشارة الجبرية لمعامل الانحدار الجزئي $b_{y1.23}$، كما وأن تراتيب المتغيرات الرقابية لا يؤثر على قيمة معامل الارتباط الجزئي، بمعني أن $r_{y1.23}=r_{y1.32}$ ، ذلك لأن معامل الارتباط الجزئي $r_{y1.23}$ لا يعدو عن كونه معامل للارتباط البسيط بين ما تبقى من Y وما تبقى من X_1 بعد حذف تأثير المتغيرات الرقابية X_2 و X_3.

وبإتباع نفس الأسلوب السابق يتم الحصول على*:

$$r_{y2.13} = 0.567845904،$$

$$r_{y3.12} = 0.0825837$$

ومن مقارنة معاملات الارتباط الجزئية يُلاحظ أن

$$> r_{y2.13} > r_{y1.23}\, r_{y3.12}$$

لذلك يتوجب إدخال المتغير X_1 قبل غيره في معادلة الانحدار، ثم يتم إدخال X_2 ثم X_3 ، فيصبح نموذج الانحدار المتعدد، كالآتي:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

ثالثاً: الحصول على معاملات الانحدار الجزئية بالوحدات المعيارية

$$R^{-1} * V = \beta$$

حيث أن R^{-1} هي مقلوب مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة، و V هو الموجه الذي يتضمن معاملات الارتباط بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة، أما β فهو الموجه الذي يتضمن معاملات الانحدار بالوحدات المعيارية. علماً أن مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة هي كالآتي:

مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة

R

* تجدر الإشارة إلى أن معامل الارتباط البسيط $r_{y3} = 0.8899$ ، قد انخفض بشكل كبير إلى $r_{y3.12} = 0.08$ نتيجة إدخال الرقابة الإحصائية، علماً أن إدخال الرقابة الإحصائية يُمكّن الباحث من الحصول على العلاقة الحقيقية بين متغيرين أو أكثر.

$$\begin{bmatrix} 1.00000 & -0.91811 & -0.88724 \\ -0.91811 & 1.00000 & 0.88571 \\ -0.88724 & 0.88571 & 1.00000 \end{bmatrix}$$

ويمكن الحصول على مقلوب المصفوفة R^{-1} بإتباع الخطوات الآتية:

(أ) يتم استبدال كل عنصر (Element) في المصفوفة R بمرافق العنصر (Cofactor)، علماً أن مُرافق العنصر هو عبارة عن المحيدد مع الأخذ في الاعتبار الإشارة الجبرية لموقع ذلك العنصر (Singned Minor). أما الإشارة الجبرية للعنصر فتتحدد بجمع رقم الصف مع رقم العمود الذي يقع فيه العنصر، فإذا كان حاصل الجمع فردياً كانت الإشارة سالبة، لذلك تكون إشارة العنصر a_{32} سالبة، في حين تكون إشارة العنصر a_{22}موجبة.

$$\begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} 1.00000 & 0.88571 \\ 0.88571 & 1.00000 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -0.91811 & 0.88571 \\ -0.88724 & 1.00000 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -0.91811 & 1.00000 \\ -0.88724 & 0.88571 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -0.91811 & -0.88724 \\ 0.88571 & 1.000000 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1.00000 & -0.88724 \\ -0.88724 & 1.00000 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1.00000 & -0.91811 \\ -0.88724 & 0.88571 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} -0.91811 & 0.88724 \\ 1.00000 & 0.88571 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1.00000 & -0.88724 \\ -0.91811 & 0.88571 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1.00000 & -0.91811 \\ -0.91811 & 1.00000 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

ب- يتم الحصول على المحدد (Determinant) للمصفوفة R:

$$\Delta = (1.0)\left[(1.0)^2 - (0.88571)^2\right] - (-0.91811)\left[(-0.91811)(1.0) - (0.88571)(-0.88724)\right]$$
$$+ (-0.88724)\left[(-0.91811)(0.88571) - (1.0)(-0.88724)\right] = 0.0283672474$$

جـ- يتم قسمة المصفوفة المحورة (Transpose)'A^* على المحدد Δ فيتم الحصول على مقلوب مصفوفة معاملات الارتباط R^{-1}.

د- بعد الحصول على مقلوب مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات المستقلة وأصبح

بالإمكان الحصول على معاملات الانحدار الجزئية بالوحدات المعيارية $R^{-1} * V = \beta$.

كما يمكن بسهولة الانتقال من معاملات الانحدار الجزئية بالوحدات المعيارية إلى معاملات الانحدار الجزئية بالوحدات الخام، كالآتي:

$$b = \beta\left(\frac{S_y}{S_x}\right)$$

$$b_1 = (-0.56282)\left(\frac{18.1265}{2.0702}\right) = -4.928$$

$$b_2 = (0.39229)\left(\frac{18.1265}{447.2136}\right) = 0.0159$$

$$b_3 = (0.04317)\left(\frac{18.1265}{4.4721}\right) = 0.17498$$

$$b_0 = 60 - (-4.928)(11) - (0.0159)(1200) - (0.17498)(22)$$

$$b_0 = 91.27844$$

$R^{-1}V\beta$

$$\begin{bmatrix} 7.597062355 & 4.662471854 & 2.610819658 \\ 4.662471854 & 7.501441973 & -2.507370642 \\ 2.610819658 & -2.507370642 & 5.537226884 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.96125 \\ 0.94722 \\ 0.88995 \end{bmatrix} * =$$

$$\begin{bmatrix} -0.56282 \\ 0.39229 \\ 0.04313 \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_y = -0.56282 \quad Z_{X1} \quad + 0.39229 \quad Z_{X2} + 0.04313 \quad Z_{X3}$$

$$\hat{Y} = 91.27844 - 4.928X_1 + 0.0159X_2 + 0.17498X_3$$

وهي ذات القيم لمعاملات الانحدار الجزئية.

ويمكن تفسير معاملات الانحدار الجزئية، بالوحدات المعيارية، على أن تغير سعر السلعة X1 بانحراف معياري واحد سوف يُحدث أكبر تغير في الكمية المطلوبة من السلعة في حين أن تغير سعر السلعة البديلة X_3، بانحراف معياري واحد، سيؤدي على أقل تغير في الكمية المطلوبة، مفترضين في ذلك ثبات (حذف) تأثير بقية المتغيرات (Ceteris Paribus).

أما معاملات الانحدار الجزئية بالوحدات الخام، فكلٍ منها يقيس تأثير المتغير المستقل على الكمية المطلوبة بعد حذف تأثير بقية المتغيرات المستقلة. فعلى سبيل المثال ، يمكن تفسير $b_{y1.32}$ 4.928 - = على أنه إذا تغير (المتغير المستقل) سعر السلعة X_1، بوحدة قياس واحدة، فإن الكمية المطلوبة من السلعة ستتغير في الاتجاه المعاكس بقيمة 4.928 من وحدة قياس المتغير التابع، مع بقاء تأثير بقية المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتاً. علماً أن المقصود بتثبيت أثر بقية المتغيرات هو حذف تأثير بقية المتغيرات إحصائياً. فلو تم أخذ X_1 دالة في X_2 و X_3، ثم أخذ Y دالة في المتبقي من X_1 بدون تفسير عن طريق X_2 و X_3ليتم الحصول على $b_{ye1} = b_{y1.23}$

الجدير بالذكر، أنه غالباً ما يُقاس المتغير التابع Y بوحدات قياس مختلفة عن الوحدات التي يُقاس بها المتغير المستقل، لذلك فإن معامل الانحدار الجزئي بالوحدات المعيارية يكون

أفضل من معامل الانحدار الجزئي بالوحدات الخام. كذلك تجدر الإشارة إلى أن تراتيب المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار لا يؤثر على قيم معاملات الانحدار الجزئية، فعلي سبيل المثال، يُلاحظ أن النموذجين:

$$\hat{Y} = b_0 + b_{y1.23}X_1 + b_{y2.13}X_2 + b_{y3.12}X_3$$

$$\hat{Y} = b_0 + b_{y3.12}X_3 + b_{y1.23}X_1 + b_{y2.13}X_2$$

يعطيان نفس القيم لمعاملات الانحدار الجزئية، بمعنى أن قيم معاملات الانحدار الجزئية لا تتأثر بإدخال X_1 أو غيرها في بداية أو في نهاية معادلة الانحدار، ذلك لأن احتساب معاملات الانحدار الجزئية يتم عن طريق استخدام البواقي (Residuals). كما وتجدر الإشارة إلى أن تراتيب المتغيرات المستقلة لا تؤثر على قيمة معامل التحديد للنموذج التام، وإنما تؤثر في تقييم الأهمية النسبية للمتغير المستقل في تحديد تباين المتغير التابع. فإذا تم إدخال X_1 في بداية معادلة الانحدار، فإن X_1 سيحدد من اختلافات Y نسبةً أكبر من التي يحددها فيما لو أُدخل المتغير X_1 في نهاية معادلة الانحدار.

رابعاً: احتساب المرونة

أ- المرونة السعرية للطلب

تقيس التغير النسبي في الطلب نتيجة التغير النسبي في السعر

$$\eta_{X_1} = b_1 * \frac{\overline{X}_1}{\overline{\overline{Y}}}$$

$$\eta_{X_1} = -4.928 \left(\frac{11}{60}\right) \approx -0.90$$

تشير الإشارة السالبة إلى العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعر السلعة. في حين تشير القيمة 0.90 إلى أن المرونة قريبة من المرونة المتكافئة، فارتفاع الثمن بنسبة 10% يخفض الطلب بنسبة 9%.

ب- المرونة الدخلية

وتقيس التغير النسبي في الطلب نتيجة التغير النسبي في الدخل

$$\eta_{X_2} = b_2 * \frac{\overline{X}_2}{\overline{\overline{Y}}}$$

$$\eta_{X_2} = 0.0159 \left(\frac{1200}{60}\right) = 0.318$$

وتشير القيمة أعلاه إلى أن مرونة الدخل موجبة لكنها ضعيفة.

ج- مرونة التقاطع

تقيس مرونة التقاطع (Cross- effect) التغير النسبي في الطلب نتيجة التغير النسبي في سعر السلعة البديلة أو المتممة.

$$\eta_{X_3} = b_3 * \frac{\overline{X}_3}{\overline{Y}}$$

$$\eta_{X_3} = 0.17498 \left(\frac{22}{60}\right) = 0.064$$

تشير الإشارة الجبرية لمرونة التقاطع إلى كون السلعة بديلة، في حين تشير القيمة الصغيرة للمرونة إلى أن المرونة ضعيفة جداً.

16.5 التوازن الإحصائي ومعادلة انحدار توازن السوق

1- مفهوم توازن السوق

يُقصد بتوازن السوق هو تلك النقطة التي يتقاطع فيهات عرض منتج معين مع طلبه وفيها يتحدد سعر التوازن وكمية التوازن. وهي النقطة التي يقبل فيها العارضون (المنتجون) ببيع الكمية التوازنية بالسعر التوازني أو المشترون (المستهلكون) بشراء الكمية التوازنية بالسعر التوازني.

2- طرق تحقيق التوازن

هناك عدة طرق لتحقيق التوازن وهي:

أ- الطريقة البيانية: وهي رسم منحنيات العرض والطلب من خلال البيانات المتوفرة عنها، وعند التقائها تتحدد نقطة التوازن وهي طريقة غير دقيقة.

ب- الطريقة الرياضية - الإحصائية: وهي طريقة تعتمد مقاطعة دالتي العرض والطلب وإيجاد نقطة التوازن.

ويتم ذلك من خلال استخدام القيم المتاحة عن الأسعار والعرض والطلب وتوفيق

معادلاتها بطريقة المربعات الصغرى وكالآتي:

$$\because D = a + bX_i ....(1)$$
$$\because S = a - bX_i ....(2)$$

وتقع نقطة التوازن بدمج المعادلتين ومساواتها كالآتي:

$$\because D - S = 0$$
$$\therefore Q_1 = a + bP - a - bP$$

تطبيق 6

الجدول التالي يوضح العرض والطلب على سلعة الطماطم، أوجد السعر التوازني والكمية التوازنية لهذه السلعة.

جدول (16.5) يوضح العرض والطلب على سلعة الطماطم

السعر دينار P	الطلب طن D	العرض طن S	Dp	P^2	Sp	$\hat{D}$	$\hat{S}$
1	30	8	30	1	8	27.4	4.8
2	25	10	50	4	20	25.9	11.9
3	22	15	66	9	45	24.4	19.0
4	20	27	80	16	108	22.9	26.1
5	25	35	125	25	175	21.4	33.2
$\sum P =$ 15	$\sum D =$ 122	$\sum S =$ 95	$\sum Dp =$ 351	$\sum P^2 =$ 55	$\sum SP^2 =$ 356	$\sum \hat{D} =$ 122	$\sum \hat{S} =$ 95

الحل

جانب الطلب

$$\sum D = na + b\sum P$$

$$\sum PD = a\sum P = b\sum P^2$$

$$122 = 5a + 15b$$

$$351 = 15a + 55b$$

366 = 15a + 45b

351 = 15a + 55b

-15 = 10b

b = -1.5

366 = 15a + 45(-1.5)

a = (366 + 67.5)/15= 19.9

جانب العرض

$$\sum S = na + b\sum P$$

$$\sum PS = a\sum P = b\sum P^2$$

$$95 = 5a + 15b$$

$$356 = 15a + 55b$$

285 = 15a + 45 b

356 = 15a + 55b

71 = 10b

b = 7.1

95 = 5a + 7.1 (15)

95 = 5a + 106.5

a = (95-106.5)/5 = − 2.3

$$\hat{D} = 19.9 - 1.5P$$

$$\hat{S} = -2.3 + 7.1P$$

شرط التوازن يتحقق عندما D – S = 0

28.9-1.5P-(-2.3)-7.1P=0

28.9+2.3-8.6 P=0

31.2 = 8.6 P→ P=3.63

D = 28.9 – 1.5(3.63)

= 23.46

∴ نقطة توازن السوق هي عندما يكون:

$P = 3.63$ السعر التوازني

$Q = 3.63$ الكمية التوازنية

يرسم القارئ نقطة التوازن ليحصل على سعر وكمية التوازن. ويُعتبر ذلك بمثابة تمرين للطالب.

16.6 : التمارين

1 ـ الجدول التالي يمثل كميات وأسعار سلعة ما

P	10	8	12	13	11	9	7	10	14	15	16	20
Q	80	90	65	60	70	85	100	80	65	55	56	50

أ – ارسم الشكل الانتشاري لعلاقة بين السعر والكمية.

ب – وفق العلاقة بين السعر والكمية.

جـ – اختبر جودة الاستلال للمعاملات وللانحدار وتقدير إمكاناتها للتنبؤ.

2- الجدول التالي يوضح العرض والطلب على سلعة ما، أوجد كل من السعر التوازني والكمية التوازنية لهذه السلعة.

السعر (P)	2	4	6	8	10	12	14	16
الطلب (D)	40	35	32	30	27	25	22	20
العرض (S)	8	10	12	16	18	20	25	30

الفصل السابع عشر

17 تحليل السلاسل الزمنية

17.1 مقدمة

17.2 مفهوم وطبيعة السلسلة الزمنية وأنواعها

17.3 التحليل الإحصائي للسلسلة الزمنية

17.4 منحنى الدالة ومعامل الخشونة

17.5 تحديد خط الاتجاه العام

17.5.1 مفهوم الاتجاه العام وطرق تحديده

17.5.2 طريقة التمهيد باليد

17.5.3 طريقة الأوساط المتحركة

17.5.4 طريقة الأوساط النصفية

17.5.5 الطريقة الرياضية

17.5.6 استبعاد اثر الاتجاه العام في السلاسل الزمنية

17.6 قياس التغييرات الموسمية

17.6.1 مفهوم التغيرات الموسمية

17.6.2 قياس أثر التغيرات الموسمية

17.7 قياس التغيرات الدورية والعرضية

17.7.1 مفهوم التغيرات الدورية والعرضية

17.7.2 تقدير التغيرات الموسمية

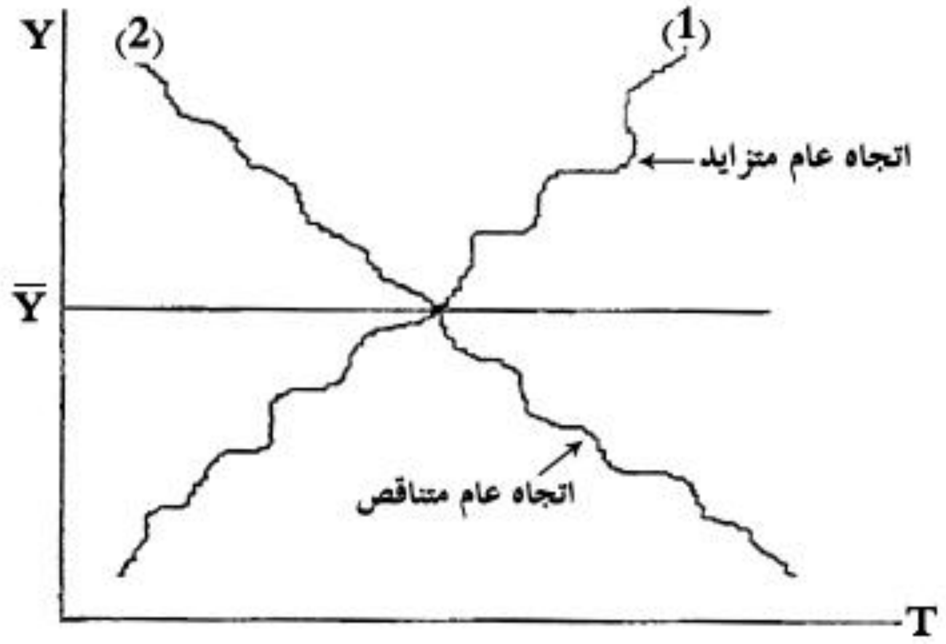
17.7.3 تقدير التغيرات الدورية

17.7.4 تقدير التغيرات العرضية

17.8 التمارين

17.1 مقدمة

تعتبر السلاسل الزمنية أحد المواضيع الأساسية والتطبيقية لفكرة الانحدار الخطي البسيط حيث يتضمن العنصر المستقل فيها (T_i) جميع المتغيرات التي تؤثر على المتغير التابع خلال الزمن Time، وعليه فإن شكل الدالة فيها يأخذ الصورة الآتية $Y_i = f(T_i)$. وتفترض كل الدراسات التطبيقية التي تستخدم بيانات سلسلة زمنية أن هذه السلسلة مستقرة أو ساكنة. وصفة الاستقرار أو السكون تلك تتحدد ببعض الخصائص الإحصائية التي سوف يتم التعرض لها فيما بعد. وفي حالة غياب صفة الاستقرار (Stationarity) فإن الانحدار الذي يتم الحصول عليه من متغيرات السلسلة الزمنية يكون غالباً زائفاً (Spurious) بالرغم من كون معامل التحديد (R^2) عالياً. ويرجع هذا إلى أن البيانات الزمنية غالباً ما يوجد بها عامل الاتجاه (Trend) الذي يعكس ظروفاً معينة تؤثر على جميع المتغيرات، إما في نفس الاتجاه أو اتجاهات متعاكسة. ويلاحظ أنه في حالة وجود اتجاه عام بالتزايد أو بالتناقص في بيانات السلسلة الزمنية فإنه من الصعب الاعتماد على قيمة المتوسط في التنبؤ كما يتضح بالشكل (17.1) التالي.



شكل (17.1) عدم استقرار السلسلة

ففي حالة الاتجاه العام المتزايد لا يمكن استخدام قيمة متوسطة واحدة ($\bar{Y}$) للتعبير عن جميع قيم السلسلة الزمنية سوءاً كانت القيم المنخفضة في بداية السلسلة أو القيم المرتفعة في نهاية السلسلة. ويلاحظ أن الاعتماد على القيمة المتوسطة ($\bar{Y}$) في التنبؤ سوف يعطي قيماً أقل من الواقع. أما في الاتجاه العام المتناقص فإن الاعتماد على القيمة المتوسطة في التنبؤ يعطى قيماً أعلى من الواقع، ومن ناحية أخرى يُعبّر التباين عن درجة عدم التأكد في التنبؤ، فإذا اختلف التباين من مجموعة قيم لأخرى بالنسبة لنفس السلسلة فإن هذا يجعل متوسط القيم ذات التباين الأعلى أضعف من متوسط القيم ذات التباين الأقل في التنبؤ، ذلك لأن درجة عدم التأكد في الحالة الأولى تكون أكبر منها في الحالة الثانية، ولذا فإن ثبات التباين

خاصية من خصائص الاستقرار والسكون[1].

كما أن الاتجاه العام يتولد عن وجود ارتباط ذاتي قوي بين قيم نفس المتغير، ولذا عندما يكون هذا الارتباط الذاتي منعدماً أو ضعيفاً أو متناقصاً بدرجة كبيرة مع زيادة الفجوة الزمنية فإن ذلك يساعد على استقرار أو سكون السلسلة.

17.1.1: الخصائص الإحصائية لصفة السكون للسلسلة[2]

تعتبر سلسلة زمنية ما ساكنة Stiontionary إذا توافرت (تحققت) الخصائص التالية:

أ- ثبات متوسط القيم عبر الزمن $E(Y_t) = \mu$

ب- ثبات التباين عبر الزمن $\operatorname{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$

جـ- أن يكون التغاير بين أي قيمتين لنفس المتغير معتمداً على الفجوة الزمنية بين القيمتين وليس على القيمة الفعلية للزمن الذي يُحسب عنده التغاير.

$$\mathrm{Cov}_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$$

حيث على سبيل المثال تغاير A عند الفجوة A يشير إلى التغاير (التباين المشترك بين قائمتين من قيم Y تفصل بينهما فجوة زمنية طولها A، فإذا كانت A تساوى صفر، فإن التغاير يشير إلى تباين Y، حيث:

$$\frac{\sum (Y_t - \mu)(Y_t - \mu)}{n} = \frac{\sum (Y_t - \mu)^2}{n}$$

---

[1] عبد القادر محمد عبد القادر عطية، الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، مرجع سبق ذكره، ص 613.

[2] نفس المرجع السابق ص ص 614-615.

ويضم هذا الفصل التطرق إلى مفهوم وإلى مركبات السلسلة الزمنية وكيفية عرضها للظاهرة المدروسة خلال الزمن.

17.2 مفهوم وطبيعة السلسلة الزمنية وأنواعها

تأخذ المتغيرات العشوائية كقاعدة عامة قيماً متذبذبة متصاعدة أو متنازلة وبشكل تدريجي خلال فترة (مدة)، أو حقبة زمنية معينة وضمن وحداتها القياسية كالسنين والفصول، والأشهر، والأسابيع، والأيام، والساعات وغيرها، ومثل هذه البيانات تضم أيضاً مظاهر الطبيعة كالأمطار ودرجات الحرارة وغيرها. وترتبط الظواهر الاقتصادية بالزمن أيضاً حيث يُعتبر أحد أبعاد الظاهرة الاقتصادية، وتتلازم معه تلازماً وثيقاً. فعندما يقال بأن "الظواهر الاقتصادية تتغير عبر الزمن" فإنه يعنى وبلغة إحصائية بسيطة بأن الزمن متغير مستقل تتأثر به الظاهرة الاقتصادية فهو يضم في ثنياته تأثير كل المتغيرات المفسرة أو المستقلة على سلوك الظاهرة في الماضي والحاضر والمستقبل، فالسلسلة الزمنية تخضع في تكوينها إلى مجموعة من المتغيرات هي تحدد قيمتها بمرور الزمن، هذه المتغيرات تكون ناتجة عن قوى اقتصادية وقوى اجتماعية وقوى أخرى.

فالبيانات الإحصائية عموماً والزمنية منها على وجه الخصوص هي بيانات تخص سلوك متغير اقتصادي معين في فترات زمنية متتابعة إن كانت هذه البيانات سنوية أو فصلية أو شهرية أو أسبوعية أو يومية وأجزاء اليوم. فالدخل القومي وعدد السكان ومعدلات النمو الاقتصادي والادخار ومستويات الأسعار (الأرقام القياسية للأسعار) وحجم الإنتاج والمبيعات وغيرها من الظواهر الاقتصادية وهي متغيرات سنوية وفصلية وشهرية، والأرقام

القياسية لأسعار المستهلك هي شهرية وأسبوعية، وصادرات ومبيعات النفط هي يومية، وتغيرات أسعار الصرف بالساعة. وهكذا فإن تقدير وتحليل السلاسل الزمنية يمثل دراسة الظاهرة في حركتها أي دراسة التحليل الديناميكي للظاهرة إضافة إلى التحليل الساكن المرتبط بالحاضر أو في لحظات زمنية معينة والذي يرتبط بالتحليل الساكن المقارن وهكذا. أما الهدف النهائي من كل هذا فهو "التنبؤ بسلوك الظاهرة مستقبلاً.

تنقسم المتغيرات المكونة لأي سلسلة زمنية إلى نوعين رئيسين هما:

أ– متغيرات منتظمة: هي تلك المتغيرات التي تحدث بانتظام وعلى فترات زمنية محددة، ومنها تلك المتغيرات طويلة الأجل أو متوسطة الأجل وأخيراً قصيرة الأجل وكلها متغيرات منتظمة، وتعتبر المتغيرات قصيرة الأجل تلك المتغيرات التي تكرر في فترة أقصاها سنة، أما متوسطة الأجل بفترة أدناها خمسة سنوات وطويلة الأجل لا يظهر تأثيرها إلا على فترة لا تقل عن عشر سنوات.

ب– متغيرات غير منتظمة: هي تلك المتغيرات التي تحدث عشوائياً أو فجائياً مثل تأثير الزلازل أو البراكين أو الفيضانات أو انتشار أحد الأوبئة على مسار السلسلة الزمنية مما يؤثر عليها تأثيراً لم يحسب له، أي إن التغيرات العرضية أو الفجائية تنتج عن مؤشرات طارئة لا تحدث طبقاً لقاعدة أو ضابط قد يتكرر أو لا يتكرر وهي تؤثر في الاتجاه العام إما بالزيادة أو النقصان وتتصف بأنها غالباً قصيرة الأجل لا تستمر طويلاً.

17.2.1 الطبيعة الإحصائية للسلسلة الزمنية

السلسلة الزمنية لأي متغير اقتصادي هي بيانات اقتصادية إحصائية تعتمد عموماً على

الحصر الشامل ولا ترتبط عادة بالعينات العشوائية. فمثل هذه البيانات لا يتم الحصول عليها من خلال السحب العشوائي لعينات من مجتمع معين، بل غالباً تصف كل المجتمع. فهي لهذا مشاهدات مرتبة وبيانات دون أن يكون للباحث دخل في جمعها وتبويبها. ومن هذا المنطلق يعدها بعض الإحصائيين على أنها سلسلة من الإحصاءات الشاملة وليست إحصاءات عينة، ومنها فإن معلمة الزمن Time يعتبر في مثل هذه المعاملات معلمة للمجتمع Parameter وليست إحصاءه له Statistic[1] لكن هذا لا ينكر ربط السلاسل الزمنية بالعينة مثل دراسة ميزانية الأسرة والأرقام القياسية لأسعار المستهلك أو مبيعات مجموعة من الشركات الداخلة في الرقم القياسي لداوجونز، وعادة ما يستهدف التحليل الإحصائي لأية سلسلة زمنية وباستخدام المقاييس المناسبة من أجل تحديد ما يلي:

(1): الاتجاه العام للظاهرة أي إذا كان ذلك نمواً أو تناقصاً أو ثباتاً.

(2): اكتشاف العوامل المؤثرة وتحديدها وقياس أثرها على الظاهرة.

(3): اكتشف وتحديد طبيعة السنن القانونية التي تحدث للظاهرة كوجود الدورات الاقتصادية الزمنية أو التغييرات الموسمية الناتجة عن عوامل محددة أو أثر العوامل العشوائية.

(4): تحديد معدلات النمو أو الضمور والتنبؤ بما ستؤول إليه الظاهرة في فترة زمنية لاحقة (مستقبلية) وبما يخدم عملية اتخاذ القرار.

وينقسم التحليل الاقتصادي – الإحصائي إلى ثلاثة (مراحل) زمنية وكالآتي:

---

[1] Edward C. Bryant- Statistical Analysis – McGraw Hill Book Co.، New York، 2nd Edn.، 1966، p. 182.

أ) المرحلة التاريخية أو التحليل التاريخي Historical Analysis

تُدرس الظاهرة انطلاقاً من سنة معينة وتُعتبر سنة الشروع أي انطلاقاً من الماضي باتجاه الحاضر، وتشمل فترة زمنية طويلة، وانطلاقاً من الزمن الحاضر (t_0) رجوعاً إلى الزمن الماضي (t-n) والتي يستفيد منها الباحث في:

أولاً: دراسة سلوك الظاهرة عبر سلسلة زمنية طويلة مسجلاً في ذلك التغييرات الموجبة والسالبة عن السنة التي سبقتها أو لحقتها أو عن سنة أساس معينة وتحديد العوامل المؤثرة.

ثانياً: تبيان الأثر الكلي والجزئي على الظاهرة والتغيرات التي تحدث خلالها وأسبابها، ويهدف تحليل سلوك الظاهرة لتبيان الأثر الكلي والجزئي للمتغيرات المفسرة التي تؤثر على حركة الظاهرة وتذبذبها وسلوكها العام والجزئي بالتلازم مع الزمن.

ثالثاً: اكتشاف الدورات التي تحدث فيها والتي تفيد في دراسة الحاضر والمستقبل.

رابعاً: تشخيص الأسباب والعوامل والقوى المؤثرة وقياسها.

ب) المرحلة التشخيصية (التحليل التشخيصي Diagnostic Analysis)

تتمثل في دراسة الظاهرة في الفترة الحاضرة بالارتباط مع الزمن الماضي لتفسير سلوك الظاهرة في الوقت الحاضر باستخدام التحليل الساكن أو الساكن المقارن ومستوى الظاهرة وطبيعة علاقاتها وقوة هذه العلاقات والعوامل المؤثرة، وهي مرحلة ضرورية وبسيطة لتحديد سلوك مسار الظاهرة مستقبلاً ومن خلال ما يُسمي بالاستدلال الإحصائي (Statistical Inference).

ج) مرحلة التنبؤ المستقبلي Prediction

تتم دراسة واختبار سلوك ومسار الظاهرة المستقبلي أو التنبؤ Prediction بسلوكها مستقبلاً، وهو الهدف الرئيسي من الدراسات الإحصائية والتطبيقية والنظرية على حد سواء. والهدف الأهم هنا هو استخدام كل هذه المعلومات لأغراض المساعدة في اتخاذ القرارات.

17.2.2 أنواع السلاسل الزمنية

للسلاسل الزمنية عدة أنواع هي:

1- سلاسل زمنية عقدية (عشرية) وتحدث أو تصمم أو تدرس لكل عشرة سنوات مثل التعدادات السكانية والزراعية والصناعية.

2- سلاسل زمنية سنوية حيث تكون المشاهدات سنوية كإنتاج الحبوب والفواكه والدخل القومي والمبيعات والإنتاج الصناعي.

3- سلاسل زمنية فصلية مثل استهلاك المشروبات الغازية والملابس القطنية أو الصوفية أو استهلاك الكهرباء والعصائر.

4- سلاسل زمنية شهرية مثل إحصاءات السياحة.

5- سلاسل زمنية أسبوعية مثل إحصاءات الاستخدام والأسهم والسندات وأسعار الصرف.

17.3 التحليل الإحصائي للسلسلة الزمنية

1- التغيرات الزمنية والعوامل المؤثرة

التغيرات الزمنية للظاهرة هي التغيرات التي تحدث على متغير اقتصادي معين (أو عدة متغيرات) تابع يرمز له إحصائياً بـ (Y) ومتغير مستقل واحد عن الظاهرة (الزمن) ويُرمز له بـ

(t). والزمن (t) ليس بمتغير مؤثر بحد ذاته، لكن تأثيره يظهر مجازياً باعتباره انعكاس لمحصلة قوى فعلية أثرت على الظاهرة لكنها غير منظورة أو مشاهدة في العلاقة أو لا يمكن حسابها على حدة. لهذا يظهر الزمن كمتغير مستقل يدلل على محصلة القوى الحقيقية المؤثرة غير المعروفة (وأحياناً المعروفة) لكنها مندمجة مع المتغيرات غير المعروفة.

العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية أو عناصر السلسلة الزمنية تنعكس بآثار وأساليب مختلفة. فالعوامل الدورية والموسمية لها أثر معين مثل العطل السنوية والموسمية، ودرجات الحرارة والرطوبة، والعادات والمناسبات الدينية والقومية والاستثمار وعوامل الدورات الاقتصادية وغيرها. لهذا يمكن تصنيف السلسلة الزمنية إلى أربعة مجموعات رئيسية وكالآتي:

أ- عوامل الاتجاه العام (T)Secular Trend

هي تأثير المتغيرات طويلة الأجل ذات الطبيعة الصعودية أو الهبوطية لقيم الظاهرة أو الزيادة ثم النقصان أو العكس وعلى مدار فترة طويلة من الزمن (لا تقل عن 10 سنوات). ومعنى ذلك أن خضوع الظاهرة للمؤثرات الاتجاهية يجعلها تتبع في مجراها قاعدة ثابتة ومستمرة مدة طويلة، والاتجاه العام قد يكون خطيّاً، أي يمكن تمثيله بيانياً بمستقيم أو غير خطى ويمكن تمثيله بمنحنى من الدرجة الثانية أو أكثر. ومثال على ذلك أعداد طلبة الجامعات الليبية المقيدين خلال العشرة سنوات الماضية.

ب- التغيرات الموسمية (S) Seasonal Variation

هي تأثيرات التغيرات قصيرة الأجل لا تتعدى السنة وهي التي يترتب عليها ظهور تقلبات روتينية تطرأ على الظاهرة على مدار المواسم المختلفة للفترة الزمنية موضوع الدراسة.

وقد تكون الفترة يومية أو أسبوعية أو شهرية أو فصلية، على سبيل المثال يزداد ضغط المرور يومياً في فترتي الصباح وفترة العودة من العمل أو انخفاض درجة الحرارة في الصباح وارتفاعها في وقت الظهر.

جـ- التغييرات الدورية (C) Cyclical Variation

هي متغيرات متوسطة الأجل يحدث أثرها بفعل تتابع فترات الكساد والانتعاش على مدار فترات من العام الواحد بكثير وعادة تكون على مدار فترة طولها خمس سنوات تقريباً، أي لا يظهر لها أثر ملموس بين سنة وأخرى وهي تكرر نفسها وتستعيد سيرتها على مدار تلك الفترات المتوسطة، وقد تختلف الدورات المتتالية في الطول أو الحدة أو التباعد عن بعضها البعض، أي أن هذه التغيرات لا تخضع لنظام ثابت في تغيرها بمعنى أن التغيرات الدورية المتتالية قد تختلف في الطول أو الحدة أو التباعد عن بعضها البعض.

د- التغيرات العرضية أو العشوائية: (I) Irregular Variation

هي التغيرات الغير منتظمة التي سبق التطرق إليها.

2- عناصر (مركبات) السلسلة الزمنية Components of Time Series

التغيرات أو المؤثرات التي تشترك في التأثير على سلسلة زمنية لظاهرة ما لا تحدث منفصلة عن بعضها، وإنما يمكن أن تحدث جميعها في وقت واحد أو أوقات متقاربة، حيث يعمل كل من ناحيته على التأثير على الظاهرة بدرجة معينة واتجاه معين، وبذلك يمكن اعتبار أن التغير في الظاهرة من فترة زمنية إلى فترة زمنية أخرى هو محصلة التأثيرات المختلفة لعناصر السلسلة الزمنية للظاهرة. والهدف من دراسة السلسلة الزمنية لظاهرة ما هو التعرف على سلوك

الظاهرة في الماضي للتنبؤ بسلوكها في المستقبل، والتنبؤ يتم مستقلاً لتأثير كل عنصر من عناصر السلسلة والتحليل الإحصائي للسلسلة الزمنية يعمل على قياس التغيرات الناتجة عن عناصر السلسلة، ومن خلاله يمكن عزل(استبعاد) تأثير متغير أو أكثر[1].

فالتغييرات الزمنية للظاهرة هي دالة في المتغير المستقل وهو الزمن (t) وهي دالة سلوكية تصف سلوك المتغير التابع في الماضي إلى الحاضر وترتبط بمتغير مستقل واحد وهو الزمن لهذا يمكن أن تُطور العلاقة الجبرية والإحصائية لهذه الدالة كالآتي:

حيث أن:

$Y_t = F(t)$

Y_t = قيم المتغير التابع زمنياً.

t = الزمن مقاساً بوحدات زمنية معينة كالسنة (أو العقد) أو الفصل أو الشهر، أو الأسبوع، أو اليوم ... إلى آخره، ويظهر تأثير الزمن بأشكال مختلفة تعبر عن طبيعة العوامل والعناصر المؤلفة للقوى الزمنية المؤثرة إلى أربعة وهي:

أ- عنصر مركبة الاتجاه العام Long-Term Trend or Secular Movement

ب- التغيرات الموسمية Seasonal Movement

جـ- التغيرات الدورية Periodic or Cyclical Movement

د- التغيرات العرضية أو العشوائية Irregular (or) Random Movement

---

[1] نبيل غنيم وعبد الهادي الأحمدي وعبد الغنى الحربي، مقدمة في الإحصاء الوصفي والتطبيقي، منشورات مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة ، ج.م.ع، 2000، ص ص 222-223.

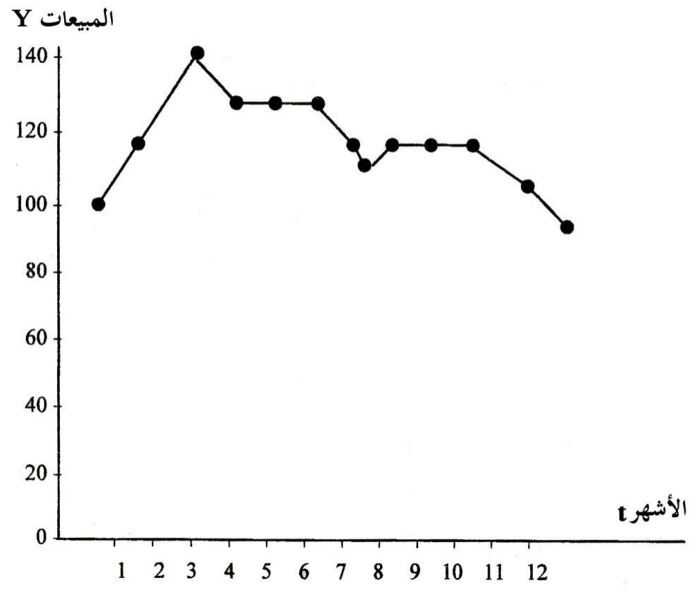
3– شكل الدالة الإحصائية – الاقتصادية (الزمنية)

شكل الدالة أو منحنى الدالة يمثله نموذج الانحدار الخطي أو غير الخطي. حيث (t) بدلاً من (X_i) كمتغير مستقل يمثل الزمن، و Y_t يمثل قيم المتغير تابع، وبافتراض أن هناك الجدول (17.1) الذي يوضح علاقة المبيعات في أحد الأسواق خلال عام 2009 كالآتي:

جدول (17.1) يوضح المبيعات الشهرية لعام 2009

قيمة المبيعات	100	120	140	135	130	130	120	110	115	115	110	112
الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

فإنه يمكن تمثيل هذه العلاقة بيانياً كما هو موضح بالشكل (17.2).



الشكل البياني (17.2) يوضح المبيعات لعام 2009

4- قوى الاتجاه العام

تضم قوى الاتجاه العام المتغيرات أو التذبذبات الاتجاهية والتي تنعكس في شكل واتجاه المنحنى العام للظاهرة عبر الزمن ويُرمز لها بـ (D) أما القوى الموسمية (التغيرات الموسمية) فيُرمز لها بـ (S) وهي تعبر عن أثر الزمن كمقطع جزئي (موسم أو فصل أو شهر). ويُرمز للمتغيرات الدورية بـ (C) وللقوى العرضية بـ (I) ومنها فإن نسبة أي متغير اقتصادي تابع هو عبارة عن ناتج أثر كل العناصر (D وS وC وI). ومن الناحية الإحصائية فيمكن التعبير عن هذه العلاقة كالآتي:

$$Y_t = D + C + S + I$$

وهو النموذج الجمعي لحساب تأثير المركبات.

أما العلاقة

$$Y_t = D * S * C * I$$

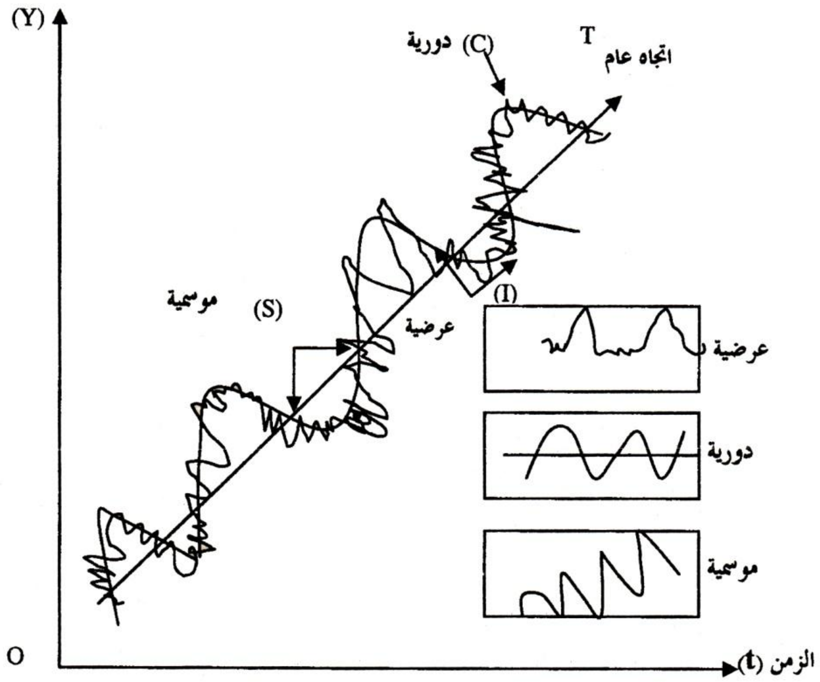
فهو نموذج ضرب المركبات وهو الأكثر استخداماً في تحليل السلاسل الزمنية، ويمكن كتابة نموذج الضرب باستخدام اللوغاريتم كالآتي:

$$\mathrm{Lny} = \mathrm{LnD} + \mathrm{LnS} + \mathrm{LnC} + \mathrm{LnI}$$

ويمكن التعبير بيانياً عن علاقة هذه المتجهات كما هو وارد في بيانات الجدول (17.2) والشكل (17.3).

جدول (17.2) يوضح النموذج الجمعي لعناصر السلسلة الزمنية

السنة والفصل		القيم المشاهدة	القيم الاتجاهية	الأثر الموسمي	الأثر الدوري	الأثر العشوائي	القيم الفعلية (المشاهدة)
السنة	الفصل	Y_t	D	S	C	I	$Y=D+S+C+I$
2004	1	130	140	5	-13	-2	$0Y_1=140+5-13- 2=13$
	2	127	141	-10	-12	8	$Y_2=141-10-12+8=127$
	3	135	142	-3	-10	6	$Y_3=142-3-10+6=135$
	4	140	143	8	-5	-6	
2005	1	132	144	5	-2	-15	
	2	129	145	-10	-1	-5	
	3	145	146	-3	0	2	
	4	158	147	8	2	1	
2006	1	153	148	2	4	-4	
	2	146	149	-10	8	-1	
	3	164	150	-3	12	5	
	4	170	151	8	16	-5	
2007	1	170	152	5	12	1	
	2	152	153	-10	9	0	
	3	159	154	-3	5	3	
	4	168	155	8	4	1	
2008	1	165	156	5	3	1	
	2	145	157	-10	1	-3	
	3	153	158	-3	0	-2	
	4	166	159	8	-2	1	
2009	1	159	160	5	-4	-2	$Y_{21} = 160 +5 – 4 – 2 = 159$
	2	152	161	-10	-5	6	$Y_{22} =161 – 10 – 5 + 6 = 152$
	3	153	162	-3	-10	4	$Y_{23} = 162 - 3 - 10 + 4 = 153$
	4	163	163	8	-12	4	$Y_{24} =163 + 8–12+ 4= 163$



شكل (17.3) يوضح النموذج التجميعي لعناصر السلسلة الزمنية

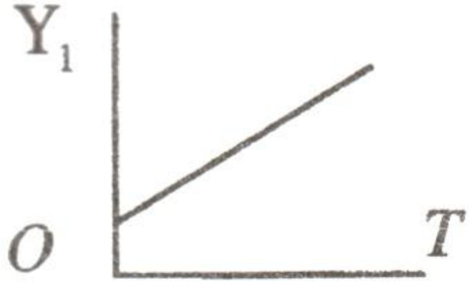
إن فكرة استبعاداً أثر عنصر (أو أكثر) من عناصر السلسلة الزمنية (من الاتجاه العام) ومع افتراض أن نموذج السلسلة الزمنية هو نموذج حاصل ضرب تعتمد على قسمة كل قيمة من القيم الأصلية للظاهرة على أثر ذلك العنصر فيتم تخليص القيمة الاصلية من تأثير ذلك العنصر مع بقاء تأثير العناصر الأخرى. فمثلاً عند الرغبة في استبعاد اثر الاتجاه العام، تُقسم كل قيمة أصلية على القيمة الاتجاهية المناظرة، فيتم تخليص القيمة الأصلية من اثر الاتجاه العام مع بقائها خاضعة لتأثير كل من التغيرات الموسمية والتغيرات الدورية والتغيرات العرضية، أي $\frac{Y}{D} = S*C*I$.

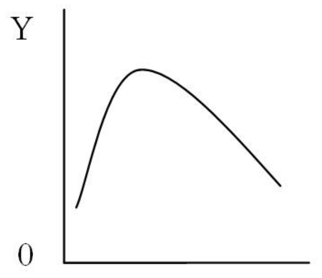
أيضاً عند الرغبة في استبعاد أثر كل من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية، يتم قسمة كل

قيمة أصلية على القيمة الاتجاهية المناظرة واثر التغيرات الموسمية المناظر(الدليل الموسمى المناظر) فيتم تخليص القيمة الأصلية من تأثير العنصرين المذكورين مع بقائها خاضعة لتأثير العنصرين الآخرين أي $\frac{Y}{D*S} = C*I$.

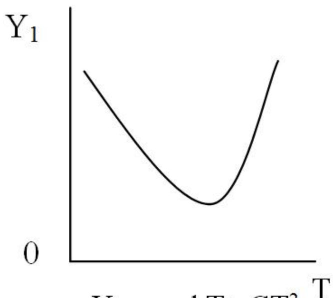
17.4 منحنى الدالة ومعامل الخشونة

أ– منحنى الدالة: منحنى الدالة الزمنية (السلسلة الزمنية) هو منحنى شبيهة بمحنى الدالة الانحدارية، عدا أن المتغير الوحيد هنا هو الزمن (t) ويمكن للدالة أن تأخذ شكل خط مستقيم ومعادلتها: $Y_t = a + bT + U_t$

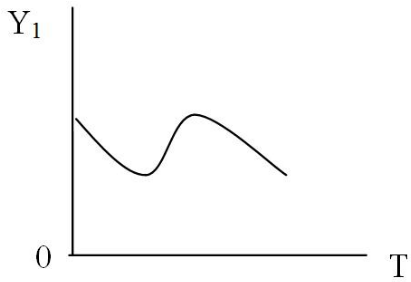


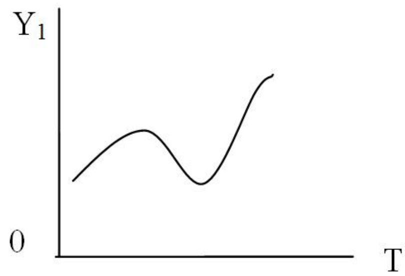


$Y_1 = a + bT - CT^2$

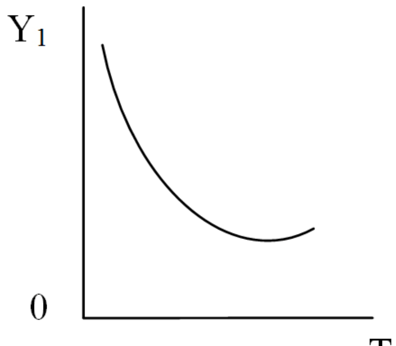


$Y_1 = a - bT + CT^2$

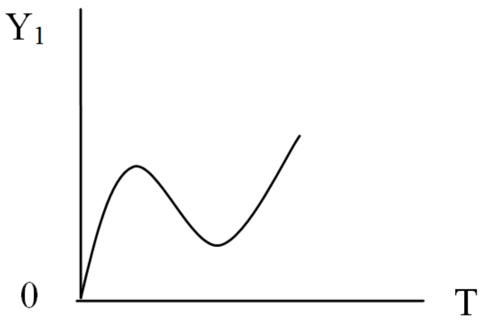




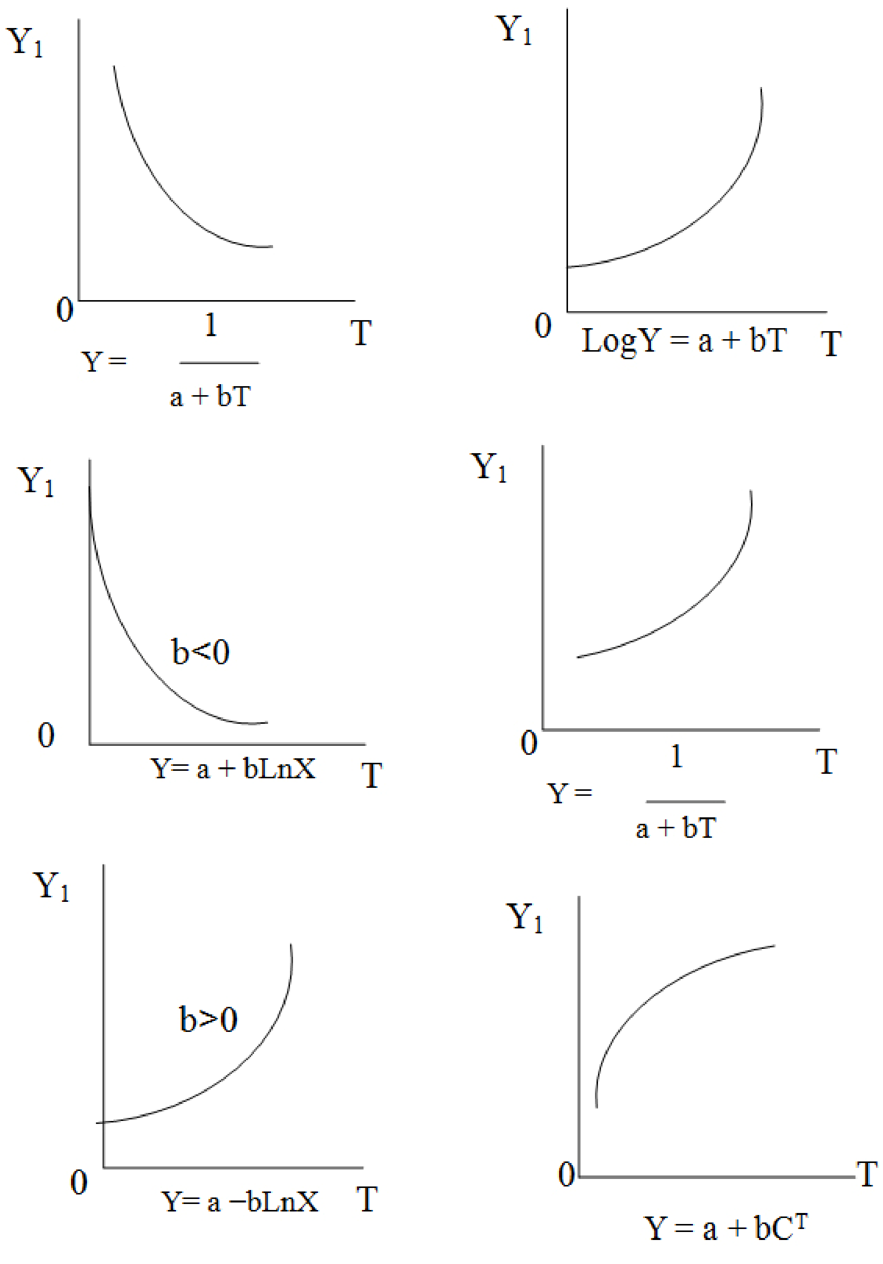
كما يمكنها أن تأخذ أي شكل آخر غير الخط المستقيم مثل:



$\text{Log}Y = a - bT$



$Y_1 = bT + CT^2 + dT^3$


Y1
0
T
Y = 1 / (a + bT)
Y1
0
LogY = a + bT
T
Y1
b<0
0
Y= a + bLnX
T
Y1
0
T
Y = 1 / (a + bT)
Y1
b>0
0
Y= a −bLnX
T
Y1
0
T
Y = a + bC^T

في كثير من الأحيان قد يهتم الاقتصادي بمعدل نمو المتغير السنوي بدلاً من مستوى التغير، فقد تشير النظرية الاقتصادية إلى تطور معدل النمو لمتغيرات اقتصادية كرأس المال والناتج الإجمالي المحلي وغيرها. في مثل هذه الحالات فإن النموذج القياسي المناسب سيختلف عن النماذج الخطية البسيطة واللوغارتمية، في هذا المجال يعتبر النموذج ألأُسيExponential هو المناسب للتقدير:

$$Y = e^{a+bX}$$

حيث e^a هو مقطع الدالة العامة ويكون موجباً في حين يكون الميل سالباً أو موجباً اعتماداً على إشارة المعلمة b. فإذا كانت $b > 0$ فإن ميل الدالة سيكون موجباً، أما إذا كانت $b < 0$ فإن ميل الدالة سيكون سالباً.

يُعتبر هذا النموذج مفيد في الحالات التي يكون فيها المتغير المستقل X لمثل الزمن. فمثلاً في حالة المتغير التابع Y يمثل الناتج الإجمالي المحلي كدالة في الزمن، فإن ميل دالة الانحدار b يمثل معدل النمو في الناتج المحلي الإجمالي عبر الزمن (معدل التزايد في الناتج المحلي الإجمالي إذا كانت $b > 0$ أو معدل التناقص في الناتج الإجمالي المحلي إذا كانت $b < 0$) ولذلك يُطلق اسم نموذج الانحدار ثابت النمو Constant growth model.

وباستخدام تطور أعداد الماعز بالدولة الليبية من الجدول (17.3) خلال الفترة 1985-2007 كمثال على النموذج الأسي، فإنه يتضح من المعادلة المقدرة التالية:

$$\hat{Y} = 933.63e^{0.029T}$$

$$(4.91)$$

$$R^2 = 0.40 \quad F = 12.84$$

جدول (17.3) أعداد الثروة الحيوانية والأسماك المنتجة في ليبيا خلال الفترة 1985-2007

السنوات	الأغنام (ألف رأس)	الماعز (ألف رأس)	الأبقار (ألف رأس)	الأسماك (طن)
1985	4000	1031	191	2170.0
1986	5500	950	200	3062.5
1987	5550	1172	140	1756.0
1988	4577	960	140	5151.0
1989	5750	1000	139	10202
1990	5800	1100	180	12771
1991	5850	1200	180	19206
1992	5500	1200	128	23788
1993	5600	1250	135	26685
1994	6000	1920	140	33500
1995	6249	1350	149	25810
1996	6560	1200	148	30202
1997	6720	1250	148	36854
1998	6820	1250	150	37000
1999	6980	1263	150	38000
2000	8265	1246	148	19617
2001	5643	1146	142	21567
2002	7973	1265	130	19831
2003	8416	1263	142	2275.0
2004	4500	1720	140	46000
2005	8500	1720	145	46000
2006	6000	2500	146	39220
2007	6500	2500	103	20000
المجموع	143253	31456	3414	520667.7
المتوسط	6228	2621	148	22637.71

المصدر: صالح أحمد الصالح عبد العزيز، دراسة اقتصادية تحليلية للعوامل المؤثرة على إنتاج دجاج اللحم في القطاع الخاص بشعبية سبها، ليبيا، رسالة ماجستير، قسم الاقتصاد الزراعي، كلية الزراعة، جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2009، ص 42.

إن معدل التغير النسبي (معدل النمو السنوي المركب) في أعداد الماعز قد تزايد في المتوسط خلال الفترة المذكورة بنحو 2.9%، كما أوضحت نتائج التحليل أن معامل التحديد قد قُدر بنحو 40%، وأن قيمة F قد قُدرت بحوالي 12.84.

أما عن النموذج الآخر المشابه لنموذج النمو الثابت فهو النموذج الخطي The Linear Trend Model والذي يمثله النموذج القياسي التالي $Y= a + bT = u$. أي أن الاستجابة الآن هي علاقة خطية مع متغير الزمن ويُسمى متغير الزمن في هذه الحالة بمتغير الاتجاه Trend variable وتعني كلمة اتجاه وجود ميل مستمر لقيم المتغير للتحرك للأعلى أو الأسفل عبر الزمن. فإذا تبين من التقدير أن $b > 0$ فإن ذلك يعني أن هناك اتجاه للتزايد في Upward Trend Y، أما في حين أن $b < 0$ تعني أن هناك اتجاه للتناقص Downward Trend في الاستجابة لـ Y.

لتطبيق هذا النموذج القياسي تم استخدام بيانات إنتاج الأسماك في ليبيا لتقدير تطوره خلال الفترة 1985-2007 وذلك كما هو مبين بالمعادلة التالية:

$$\hat{Y} = 5317.67 + 1301.06T$$
$$t \ = (1.05) \qquad (3.74)$$
$$R^2 = 0.038 \qquad F = 13.09$$

حيث:

$\hat{Y}$: تمثل إنتاج الأسماك المقدر بالطن.

T: تمثل عامل الزمن، الأرقام بين الأقواس تمثل قيمة t المحسوبة.

لقد أوضحت نتائج المعادلة أن إنتاج الأسماك قد تزايد في المتوسط (زيادة مطلقة) قدرها 1301 طن خلال فترة الدراسة، (أي أن هناك اتجاهاً تزايديا (Upward Trend) في إنتاج الأسماك في ليبيا خلال الفترة المشار إليها.

كما يمكن أيضاً ملاحظة أن هناك تناقص في المتوسط(تناقص مطلق) قدره 0.367

ألف رأس في أعداد الأبقار بليبيا، أي أن هناك اتجاهاً تناقصياً (downward) في أعداد الأبقار في ليبيا خلال الفترة 1985 - 2007 وذلك كما توضحه المعادلة التالية:

$$\hat{Y} = 169.64 - 0.367T$$
$$t = (21.89) \quad (-3.13)$$
$$R^2 = 0.31 \qquad F = 9.78$$

حيث:

$\hat{Y}$: تمثل إنتاج أعداد الأبقار المقدرة بالألف رأس.

وقد يحتاج الباحث في مجال الاقتصاد إلى استخدام المعادلة من الدرجة الثانية على الشكل الآتي:

$$Y = a + bT + CT^2$$

وتُمثل هذه المعادلة بخط بياني له التواء واحد، فيكون محدباً إذا كانت b_2 سالبة ويكون مقعراً إذا كانت b_2 موجبة في المعادلة، وكمثال على هذه الدالة، معادلة الاتجاه الزمني العام لبيانات أعداد الأغنام في ليبيا من واقع الجدول (17.2) (الصورة التربيعية) حيث توضحها المعادلة التالية:

$$\hat{Y} = 4151.65 - 8.15T + 300.73T^2$$
$$t = (6.30) \quad (-1.59) \quad (2.38)$$
$$R^2 = 0.44 \qquad F = 5.03$$

حيث:

$\hat{Y}$: تمثل أعداد الأغنام المقدرة بالألف رأس.

T: عنصر الزمن.

وتوضح نتائج المعادلة أن أعداد الأغنام قد قُدر بنحو 4.152 مليون رأس عندما T تساوي صفر أي عند أول شهر(يناير) من سنة 1985، ثم بعد ذلك تناقص ذلك العدد بنحو 8.15 ألف رأس، أي ميل المنحنى عندماT = صفر[1]، ثم بدأ العدد في التزايد بمعدل 300.73 ألف رأس كل نصف سنة أو تزايد بمعدل 601.46 ألف دينار سنوياً، أي العدد الذي يتغير به ميل المنحنى[2]

كما قد يحتاج الباحث إلى استخدام الدالة التكعيبية كما سبق شرحه مسبقاً ولتطبيق هذا النموذج، فقد تم استخدام بيانات إنتاج الفاكهة في ليبيا خلال الفترة من 1980-2005 الموضحة بالجدول رقم (17.4) التالي:

جدول (17.4) إنتاج الفاكهة في ليبيا خلال الفترة 1980-2005

السنة	الإنتاج بالألف طن	السنة	الإنتاج بالألف طن	السنة	الإنتاج بالألف طن
1980	473.5	1989	325.1	1998	623.7
1981	473.8	1990	347.1	1999	531.0
1982	403.0	1991	357.1	2000	538.5
1983	416.6	1992	485.2	2001	405.0
1984	256.0	1993	597.7	2002	650.0
1985	265.0	1994	599.5	2003	650.0
`986	390.0	1995	599.5	2004	650.0
1987	278.0	1996	494.7	2005	650.0
1988	284.0	1997	543.0	**المتوسط**	472.6

المصدر: المنظمة العربية للتنمية الزراعية، الكتيب السنوي للإحصائيات الزراعية، الخرطوم، السودان، أعداد متفرقة.

[1] ميل المنحنى (slope) = $\frac{d\hat{Y}}{dT}$ = -8.15 + 300.73T

[2] العدد الذي يتغير ميل المنحنى = $\frac{d^2\hat{Y}}{dT^2}$ = 46601.

لقد تم الحصول على المعادلة التالية من خلال استخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية:

$$\hat{Y} = 531.1 - 64.3X + 6X^2 - 0.13X^3$$
$$t = (2.74)\ (-7.12)\ (3.01)\ (-2.79)$$
$$R^2 = 0.62 \qquad F = 14.8$$

حيث:

$\hat{Y}$: تمثل الإنتاج المقدر من الفاكهة بالألف طن.

و X: تمثل عنصر الزمن.

تبين من المعادلة المقدرة أن الكمية المتوقعة من إنتاج الفاكهة قد قُدرت بنحو 531.1 ألف طن عندما X = صفر، أي عند بداية سنة 1980، ووضحت المعادلة وجود تناقص قُدر بنحو 64.3 ألف طن، أي ميل المنحنى عندما X=0 [1] ثم تزايدت كمية الإنتاج من الفاكهة بمقدار 12 ألف طن عندما X=0 أي الكمية التي يتغير بها ميل المنحنى[2]. ثم بعدها يبدأ المنحنى في التناقص، أي تناقص كمية الإنتاج من الفاكهة بمقدار 0.78، أي الكمية التي يتغير بها* ميل الميل[3]

---

[1] ميل المنحنى (The slope) = $\frac{dY}{dX} = -64.3 + 12X - 0.39X^2$

[2] الكمية التي يتغير بها ميل المنحنى = $\frac{d^2Y}{dX} = 12 - 0.78X$

* للمزيد من الإيضاح نأمل الاطلاع على عبد الرزاق شربجي، الاقتصاد القياسي التطبيقي (مرجع سبق ذكره)، ص ص244250-، وأيضاً وليد السيد، فيصل شلوف، صائب جواد، أساسيات الاقتصاد القياسي التحليلي، دار الأهلية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004، ص 338 و ص 346.

[3] الكمية التي يتغير بها ميل الميل = $\frac{d^3Y}{dX^3} = -0.78$.

في حين يمكن أيضاً حساب كميتي الإنتاج من الفاكهة الصغرى والعظمى من معادلة الدرجة الثانية وكالتالي:

$$\frac{dY}{dX} = -64.3 + 12X - 0.39X^2$$ هي الزمن $\longrightarrow X$ باعتبار أن

لحل المعادلة من الدرجة الثانية، يتم استخدام القانون التالي:

$$X = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-12 + \mp\sqrt{144 - 4(-0.39)(-64.3)}}{2 * (-0.39)}$$
$$= \frac{-12 + \mp\sqrt{144 - 100.31}}{-0.78}$$

إما $X = 23.86$ أو $X = 6.9$

لمعرفة أو لتحديد نوع النهاية (إما عظمى أو صغرى) لكل من القيمتين المتحصل عليهما، فإنه يتعين الرجوع إلى المشتقة الثانية للدالة والتي تقيس التغير في الميل، فهي إما تكون نهاية عظمى (أي قيمة X) في حالة $d^2Y/dX^2 < 0$ أو نهاية صغرى في حالة $d^2Y/dX^2 > 0$:

$$d^2Y/dX^2 = 12 - 0.78\ X = 12 - 0.78\ (23.86) = 12 - 18.61 = -6.61 < 0$$
$$d^2Y/dX^2 = 12 - 0.78\ X = 12 - 0.78\ (6.9) = 12 - 5.38 = 6.62 > 0$$

أي عندما $X = 23.86$ تُعطي نهاية عظمى.

وعندما $X = 6.9$ تُعطي نهاية صغرى.

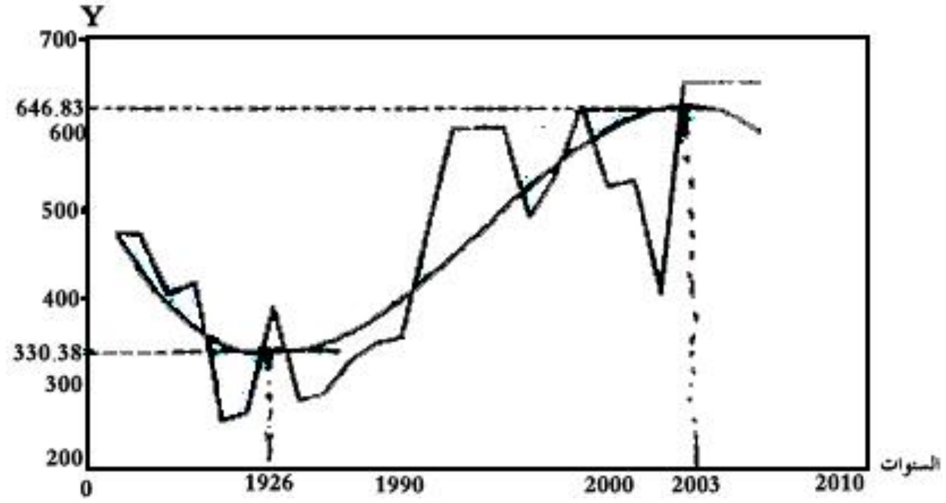
وحيث أن:

$$Y = 531.1 - 64.3\ X + 6X^2 - 0.13X^3$$

بالتعويض عن قيمتي X يتم الحصول على قيمتي Y الصغرى والعظمى كما يلي:

$$Y_{(x=23.86)}=531.1 - 64.3\,(23.86) + 6\,(23.86)^2 - 0.13(23.86)^3$$
$$= 646.85$$
$$Y_{(x=6.9)} = 531.1 - 64.3\,(6.9) + 6\,(6.9)^2 - 0.13\,(6.9)^3$$
$$= 330.38$$

الشكل رقم (17.4) يوضح السلسلة الزمنية لإنتاج التفاح في ليبيا وكل من النهايتين العظمى والصغرى لذلك الإنتاج خلال الفترة المذكورة.



شكل (17.4) معادلة الدرجة التكعيبية لإنتاج التفاح

كما تجدر الإشارة إلى أن معادلة الاتجاه الخطي البسيط تفترض أن المتغير ينمو بمقدار سنوي ثابت: $\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1} = b$ ، في حين تفترض الدالة الآسية أن الزيادة السنوية تكون ثابتة لذلك فإن

$$\hat{Y}_t \div \hat{Y}_{t-1} = b$$

أما في معادلة الدرجة الثانية فيلاحظ أن الفروقات الثانية للقيم المتوقعة تكون ثابتة وكالآتي:

$$(\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1}) - (\hat{Y}_{t-1} - \hat{Y}_{t-2}) = 2b_2$$

أما القيم الخاصة بالسلسلة الزمنية فهي تأخذ قيماً قريبة من متوسطاتها الساكنة إذا ما كانت منحنياتها شبه أفقية، ومتصاعدة إذا كانت لها علاقة طردية مع الزمن، ومتنازلة إذا ما كانت لها علاقة عكسية مع الزمن وقد تأخذ قيماً بعيدة عن هذه المتوسطات بتطرف موجب أو سالب وعندما توصل أزواج القيم بخطوط مستقيمة أو منحنية يلاحظ أن شكلها العام (عند وجود تذبذب ما) يمتاز بوجود خشونة معينة Roughness وهذه الخشونة تبين شكل التذبذب وكلما زاد التذبذب كلما زادت الخشونة.

ب- معامل الخشونة

يُقاس معامل الخشونة بمقياس معين يُسمى بمعامل الخشونة (CR) Coefficient of Roughness ويُقاس بالصيغة الآتية:

$$RC = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - X_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=2}^{n}\left(X_t - \bar{X}_t\right)^2}$$

حيث أن:

X_t = القيمة اللاحقة للمشاهدة

X_{t-1} = لقيمة السابقة للمشاهدة

$\bar{X}$ = متوسط قيم المشاهدات الحسابي (الوسط الحسابي للمشاهدات)

وكلما زادت قيمة هذا العامل زاد معامل الخشونة، وكلما انخفض هذا العامل اتجه

المنحنى نحو المنحنى الممهد الخالي من التذبذبات الزمنية.

تطبيق (1)

احسب معامل الخشونة للسلسلة الزمنية الآتية:

الزمن (t)	1	2	3	4	5	6	7	8
القيمة (X_t)	10	15	14	13	12	14	16	15

الحل

يتم تكوين الجدول الآتي بالاعتماد على صيغة معامل الخشونة وكما يلي:

جدول (17.5) يوضح مراحل حساب معامل الخشونة

الزمن t	X_t	X_{t-1}	X_t-X_{t-1}	$(X_t - X_{t-1})^2$	$(X_t - \overline{X})$	$(X_t - \overline{X})^2$
1	10	-	-	-	-	-
2	15	10	15-10=5	25	1.345	1.841
3	14	15	14-15=1	1	0.345	0.141
4	13	14	13-14=1	1	-0.625	0.391
5	12	13	12-13=1	1	-1.625	2.641
+	14	12	14-12=2	4	0.375	0.141
7	16	14	16-14=2	4	2.375	5.641
8	15	16	15-16=1	1	1.375	1.881
T=8	$\sum X_t = 109$			$\sum (X_t - X)^2 = 37$		$\sum (X_t - \overline{X})^2 =$ 12.427

$$\overline{X} = \frac{109}{8} = 13.625$$

$$R_c = \frac{37}{12.427} = 2.977$$

معاملة الخشونة هنا أكثر من 2 وهذا يعني أن السلسلة خشنة، بمعنى أنه كلما زاد معامل الخشونة كان تحليل البيانات صعباً ولا يمكن استخدام النموذج للتنبؤ ولهذا يُصار إلى تمهيد وإزالة الخشونة في السلسلة لتحويلها إلى سلسلة ملساء نسبياً وذلك باستخدام مختلف

الطرق الخاصة بالتمهيد، وكلما اقترب معامل الخشونة من الصفر كلما زادت معنوية المشاهدات وقابليتها للتنبؤ، وكلما زادت قيمته عن ذلك قلت هذه المعنوية[1].

أي بمعنى إذا كان معامل الخشونة كبيراً، فإن تحليل البيانات المعطاة يكون صعباً. لهذا يتم اللجوء إلى إتباع بعض الأساليب الإحصائية لتحويل السلسلة إلى سلسلة ملساء نسبياً، وذلك عن طريق ما يسمى بالمعدلات المتحركة (moving averages) بطول محدد. فمثلاً إذا تم أخذ السلسلة المعطاة في التطبيق (1) وإذا كانت الرغبة في حساب المعدل المتحرك بطول 2 فإنه يُلاحظ $(X_t + X_{t+1})/2$ لكل قيم t الممكنة، لهذا فهذه المعدلات هي:

$$\frac{10+15}{2},\frac{15+14}{2},\frac{14+13}{2},\frac{13+12}{2},\frac{12+14}{2},\frac{14+16}{2},\frac{16+15}{2}$$

أي أنها: 12.5، 14.5، 13.5، 12.5، 13، 15، 15.5 لاحظ أن المعدلات المتحركة تُشكل سلسلة جديدة أقصر من السلسلة الأصلية.

تطبيق (مثال2)

احسب سلسلة المعدلات المتحركة بطول 3 للسلسلة الواردة في التطبيق (1)، أي 10، 15 ، 14، 13، 12، 14، 16، 15 ثم احسب معامل الخشونة لسلسلة المعدلات المتحركة [2]

الحل

يتم حساب كافة المعدلات

[1] محمد صبحى أبو صالح وعدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء، مرجع سبق ذكره، ص 271.

[2] محمد صبحى أبو صالح وعدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء، مرجع سبق ذكره، ص ص 272- 274.

$$\frac{X_t + X_{t+1} + X_{t+2}}{3}$$

لكل قيم T الممكنة. لهذا يلاحظ الآتي:

$$\frac{10+15+14}{3} = 13$$

$$\frac{15+14+13}{3} = 14$$

$$\frac{14+13+12}{3} = 13$$

$$\frac{13+12+14}{3} = 13$$

$$\frac{12+14+16}{3} = 14$$

$$\frac{14+16+15}{3} = 15$$

الجدول التالي يوضح خطوات حساب معامل الخشونة لهذه المسلسلة. لاحظ أن $\overline{X} = 13.7$.

t	X_t	X_{t-1}	$X_t - X_{t-1}$	$X_t - \overline{X}$	$(X_t - X_{t-1})^2$	$(X_t - \overline{X})^2$
1	13	-	-	-	-	-
2	14	13	1	0.3	1	0.09
3	13	14	-1	-0.7	1	0.49
4	13	13	0	-0.7	0	0.49
5	14	13	1	0.3	1	0.09
6	15	14	1	1.3	1	1.69
-	-	-	-	-	4	2.85

لهذا فإن معامل الخشونة لسلسلة المعدلات المتحركة يساوي:

$$\frac{\sum(X_T - X_{T-1})^2}{\sum(X_T - \overline{X})^2} = \frac{4}{2.85} = 1.404$$

لاحظ أن هذا المعامل أقل من معامل خشونة السلسلة الزمنية الذي تم إيجاده في التطبيق (1) وهو 2.90. أي أن هذا المثال يدعم ما تم ذكره سابقاً من أن المعدلات المتحركة تستعمل للحصول على سلسلة أملس من السلسلة الأصلية.

من أهم فوائد المعدلات المتحركة استخلاص مركبة التذبذب في السلسلة وتعرف هذه المركبة على أنها والمشاهدة في السلسلة – المعدل المتحرك المقابل، لاسيما وأن عدد المعدلات المتحركة أقل من عدد المشاهدات الأصلية وهنا تنشأ حالتان هما[1]

أ- إذا كان طول المعدل المتحرك فردياً فمثلاً تؤخذ المفردات:

$$X_t \quad 2 \quad 6 \quad 4 \quad 8 \quad 6 \quad 7 \quad 2$$

$$\frac{2+7+6}{3} \quad , \quad \frac{7+6+8}{3} \quad , \quad \frac{6+8+4}{3},.........,\frac{4+6+2}{3}$$

وبالتالي يكون المعدل المتحرك بطول 3 هو:

4 6 6 7 5

لاحظ أنه يتم وضع قيمة المعدل المتحرك في منتصف الفترة الممثلة لطوله. لهذا يتم الحصول على الأزواج المتقابلة التالية:

7	6	8	4	6	
5	7	6	6	4	
2	-1	2	-2	2	وعندها تكون مركبة التذبذب =

[1] محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء، مرجع سبق ذكره، ص ص 274- 275.

ب- إذا كان طول المعدل المتحرك زوجياً فإنه يتم اللجوء إلى إيجاد المعدل المركزي المتحرك فمثلاً لتؤخذ نفس البيانات في (أ) ويُحسب المعدل المتحرك بطول 4.

2	7	6	8	4	6	2	X_t

المشاهدة

$$\frac{8+4+6+2}{4}\ ,\ \frac{6+8+4+6}{4}\ ,\ \frac{7+6+8+4}{4}\ ,\ \frac{2+7+6+8}{4}$$

وبالتالي يكون المعدل المتحرك بطول 4 هو:

5.75 6.25 6 5

لاحظ أنه أيضاً يتم وضع المعدل المتحرك في النقطة التي تقابل نصف طوله ولكن للأسف لا تقابله نقطة من المشاهدات الأصلية بهذا يتم اللجوء الآن إلى حساب المعدل المتحرك المركزي وهو المعدل المتحرك بطول 2 للمعدلات المتحركة السابقة. فيتم الحصول على ترتيب كالتالي:

المشاهدات:

2 7 6 8 4 6 2

معدل متحرك بطول 4:

5.75 6.25 6 5

المعدل المتحرك المركزي:

6 6.13 5.5

ولهذا يتم الحصول فقط على ثلاثة أزواج متقابلة من البيانات والمعدلات المركزية المتحركة:

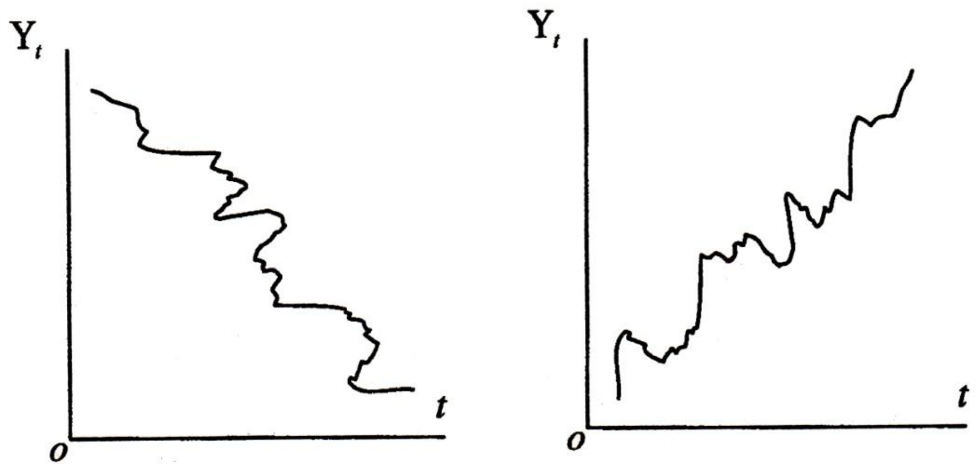
	6	8	4
	6	6.13	5.5
وتكون مركبة التذبذب هي	0	1.87	-1.5

من الجدير بالذكر أن التذبذبات ليست المركبات الوحيدة في المسلسلة الزمنية لهذا عند دراسة أية متسلسلة زمنية كان لزاماً أن يتم وضع نموذجاً رياضياً يمثل هذه المسلسلة ومن ثم القيام بتحليل هذا النموذج إلى مركباته الأساسية بالاعتماد على البيانات المعطاة.

17.5 تحديد خط الاتجاه العام Trend Movement

17.5.1 مفهوم الاتجاه العام وطرق تحديده

إن الاتجاه العام من الجوانب الإحصائية والبيانية يعني اتجاه منحنى قيم المتغير التابع (الظاهرة) إن كان ذلك اتجاهاً متصاعداً أنظر شكل (17.5) أو سلسلة زمنية متزايدة. أو اتجاهاً عاماً متناقصاً وتُقاس بها مؤثر الاتجاه العام والتي تضم قياس التغيرات والتذبذبات الاتجاهية أي تأثير محصلة الدفع الاتجاهية (التصاعدية أو التنازلية) على الظاهرة والتي تنعكس في شكل واتجاه المنحنى للظاهرة أو السلسلة على الأمد الطويل (10 سنوات وما فوق) و (12 شهر فما فوق للشهرية) و (30-90 يوماً لليومية) وهكذا، وهي تعكس انحدار الأعلى الزمن (t) ويتحدد منحناها يدوياً أو رياضياً أو إحصائياً وكما هو موضح في الشكل (17.5).



شكل (17.5) الشكل المتصاعد والهابط لمنحنى الاتجاه العام

وتُحسب لفترة زمنية طويلة لأن الاتجاه العام لا يمكن ملاحظته في الأجل القصير وإنما يتراكم تأثيره ويُصبح واضحاً في الأجل الطويل فقط. وتتحدد هنا القيم الاتجاهية Trend Values للمتغير المفسر أي التغير المتوسط للظاهرة عبر الزمن تصاعدياً أو تنازلياً أو تحديد فيما إذا كان النمو معدوماً أي أن التغير يساوي صفراً.

وقياس الاتجاه العام يعني تحديد مقدار التغير المضاف إلى نقطة شروع معينة بحيث تجعل من المنحنى ممهداً أو أملساً أو أقل خشونة. وهذا يزيل أو يُقلص من التذبذبات الوسطية. وعن طريقها يُصبح معامل الخشونة أصغر من صفر في كل مرحلة وصولاً إلى الصفر عند التمهيد الكامل. ويتم تحديد القيم الاتجاهية بعدة طرق وهي:

1- طريقة التمهيد اليدوي (طريقة الرسم البياني) (Free Hand Method).

2- طريقة الأوساط المتحركة (Moving Averages Method).

3- طريقة الأوساط النصفية (Semi Averages Method).

4- الطريقة الرياضية (Mathematical Method).

وفيما يأتي عرض لهذه الطرق وبصورة مختصرة.

17.5.2 طريقة الرسم البياني (التمهيد اليدوي)

تقوم طريقة الرسم البياني أو التمهيد اليدوي باستخدام إحداثيتين، الأول وهو الإحداثي الأفقي ويمثل الزمن (T) بفترات زمنية معينة (سنة، فصل، شهر) أو أية مقاطع زمنية مناسبة لكل حالة، والثاني هو الإحداثي العمودي الممثل لقيمة الدالة المعينة (الظاهرة) أو نسبها وبفترات معينة أيضاً وفقاً للزمن المختار، والقيام بإسقاط أزواج النقاط المتلازمة مثل (T_1 و Y_1)، (T_2 و Y_2) وهكذا، والقيام بوصلها للحصول على الرسم الانتشاري الزمني ومنحنى الدالة وهو يبين التذبذب الزمني للقيم عبر الزمن.

بعد معرفة الشكل التقريبي للمنحنى، يتم القيام بمد خط مناسب مستقيم أو غير مستقيم يقسم هذه النقاط على قسمين متساويين قدر الإمكان ليعطي خط الاتجاه العام للدالة إن كان متصاعداً أو متنازلاً أو ثابتاً. ويمكن لهذا الخط الذي يتوسط الذبذبات أن يُعطى فيما بعد ميل Slope الدالة (b) أو الفرق الزمني بين قيمة وأخرى باستخدام الخطوط البيانية العادية وكذلك الثوابت الأخرى. فعندما يكون الخط البياني صاعداً نحو اليمين سيكون ميله موجباً ومعبراً عن الاتجاه العام الصعودي، وإن كان هابطاً نحو اليمين سيكون ميله سالباً وممثلاً للاتجاه العام الهابط. ويعطى هذا الخط الوهمي بعد استبعاد الذبذبات الزمنية وغيرها من الذبذبات (من التغيرات)، ويمثل في الوقت نفسه خط الاتجاه العام. أما الميل

فيحسب من الخط البياني ذاته بيانياً وكالآتي:

$$\hat{b} = \frac{\Delta Y}{\Delta T}$$

ويمكن لـ ($\hat{a}$) أن تُحسب بطريقتين

الأولى: مد الخط الوهمي حتى يتقاطع مع محور (Y_i)و بالتالي يتم القياس من نقطة التقاطع إلى نقطة الأصل للحصول على قيمة($\hat{a}$).

الثانية: باستخدام المعادلة الآتية:

$$\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{T}$$

17.5.3 طريقة الأوساط المتحركة Moving Averages Method

تعتمد هذه الطريقة في إيجاد الاتجاه العام على أخذ عدد من السنين، ثم حساب الوسط الحسابي لمعلومات هذه السنوات، والناتج يعتبر مثلاً للسنة التي تقع في نتصف السنوات المعتبرة ثم يتم طرح معطيات السنة الأولى من المجموعة وتضاف معطيات سنة لاحقة ثم تُحسب الوسط الحسابي للمجموعة الجديدة ويتم وضعه أمام السنة المقابلة... وهكذا فإذا تم تمثيل هذه الأرقام بيانياً (أي هذه الأوساط الحسابية) فإنه يتم الحصول على خط منحنى يمثل الاتجاه العام لتغير الظاهرة المدروسة فمن الأفضل أن تكون فترة الوسط المتحرك عدد فردى من السنوات ثلاثة أو خمسة أعوام أو أكثر انسياباً. إلا أن زيادة فترة الوسط المتحرك يؤدي إلى ضياع عدد السنوات على جانبي السلسلة كما أن الخط لا يخلو من أثار القوى الأخرى، وتُستخدم هذه الطريقة لتقليص الخشونة الكبيرة في السلسلة الزمنية أو تقليص ذبذباتها بحساب متوسط لقيم لكل سنتين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة أو ثمانية أو

عشرة مدد وحسب طول الفترة وإسقاط هذه المتوسطات على الشكل البياني ويُرسم بسببها خط الاتجاه العام.

17.5.4 طريقة منتصفي السلسلة أو الأوساط النصفية

تتلخص خطوات تحديد الأوساط النصفية بأنه يتم تقسيم الفترة الزمنية للسلسلة إلى قسمين مساويين أو شبة متساويين ثم يُحسب الوسط الحسابي للقسم الأول وتوضع القيمة الناتجة أمام السنة الواقعة في منتصف القسم الأول، ثم يُحسب الوسط الحسابي للقسم الثاني ويوضع الناتج أمام السنة الواقعة في منتصف القسم الثاني. ثم بعد ذلك يتم تحديد في مستوى الإحداثين نقطتي الوسطين الحسابيين، ويتم الوصل بينهما لكي يتم الحصول على مستقيم الاتجاه العام بطريقة الأوساط النصفية ويتم استخراج الميل بإحداثيات ($\overline{Y}_1$ و $\overline{T}_1$) و ($\overline{Y}_2$ و $\overline{T}_2$). إن هذه الطريقة أدق من طريقة الرسم اليدوي للاتجاه العام، إلا أنها لا تُمكن من تحديد قيم الاتجاه العام بشكل دقيق وخاصة إذا كان هذا الاتجاه يأخذ شكلاً منحنياً. وباستخدام الصيغة العامة للمعادلتين:

$$\overline{Y} = \hat{a}_1 + \hat{b}_1 T_1 \quad \text{و} \quad \overline{Y}_2 = \hat{a}_2 + \hat{b}_2 T_2$$

يتم الحصول على $(\hat{a})$ $(\hat{b})$.

من هذه الطريقة يتم اشتقاق طريقة أخرى لحساب الاتجاه العام تُسمى طريقة الأوساط المتتابعة، حيث يتم تقسيم الفترة الزمنية للسلسلة إلى أربعة أقسام أو أكثر حسب هذه المشاهدات، ثم تُحسب قيمة الوسط الحسابي لكل قسم للحصول على خط تمهيدي يمثل الاتجاه العام.

17.5.5 الطريقة الرياضية Mathematical Method

وهي طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS الطريقة الأكثر دقة، حيث يمكن الوصول إلى معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى التي تم استخدامها في تحديد معادلات الانحدار (راجع الفصل 7) والفارق هنا هو استخدام (T_i) أو الزمن بدل القيم المفسرة أو (X_i)، ويمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى بالأسلوبين، الأسلوب المباشر والأسلوب غير المباشر (المختصر).

1- الأسلوب المباشر لطريقة المربعات الصغرى (الطريقة المطولة)

وهي تقوم على أساس افتراض علاقة بين قيم السلسلة الزمنية Y_i والزمن T_i، ويمكن أن تكون علاقة خطية أو غير خطية وعادة ما تُستخدم الطريقة الخطية بسبب أن ميل الزمن ثابت دائماً وهو متصاعد بوتيرة واحدة وصيغتها العامة هي:

$$Y_t = a + b_iT_i\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

حيث أن:

Y_t = القيم الاتجاهية للمتغير التابع.

a = المقطع الثابت لخط الاتجاه العام على الإحداثي Y.

b_i = ميل انحدار المتغير التابع Y على الزمن.

T_i = الزمن مقاساً بوحدات القياس المعتمدة (سنة أو فصل أو شهر أو يوم).

ويستكمل الحل في إيجاد ثابتي المعادلة ($\hat{a}$ و $\hat{b}$) من خلال استخدام المعادلتين الآنيتين وهما:

$$\sum Y_i = na + b\sum T_i\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\sum T_iY_i = a\sum T_i + b\sum T_i^2\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

1- الطريقة المختصرة لحساب معادلة الاتجاه العام

تعتمد هذه الطريقة على اعتبار أن سنة الأساس تقع في منتصف السلسلة وبما أن $\sum(T_i - \overline{T}) = 0$ ، فإن المتغير المستقل (الزمن) سوف يصبح T_j وهو يعبر عن انحرافات T_i عن وسطها الحسابي وبالتالي فإن شكل المعادلتين الطبيعيتين سيكون:

$$\sum Y_1 = n\hat{a}$$
$$\sum Y_i T_i = \hat{b} \sum T_i^2$$

وبالتالي فإنه من المعادلة الأولى يلاحظ أن $\hat{a} = \frac{\sum Y_i}{n}$.

أما قيمة الميل $\hat{b}$ فتساوي:

$$\frac{\sum Y_i (T_i - \overline{T})}{\sum (T_i - \overline{T})^2} = \frac{\sum Y_i t_i}{\sum t_i^2}$$

تطبيق (3)

في الجدول (17.6) كمية إنتاج القمح في دولة ما للفترة الزمنية (1996 - 2009)، أوجد معادلة خط الاتجاه العام يدوياً وقدر القيم الاتجاهية.

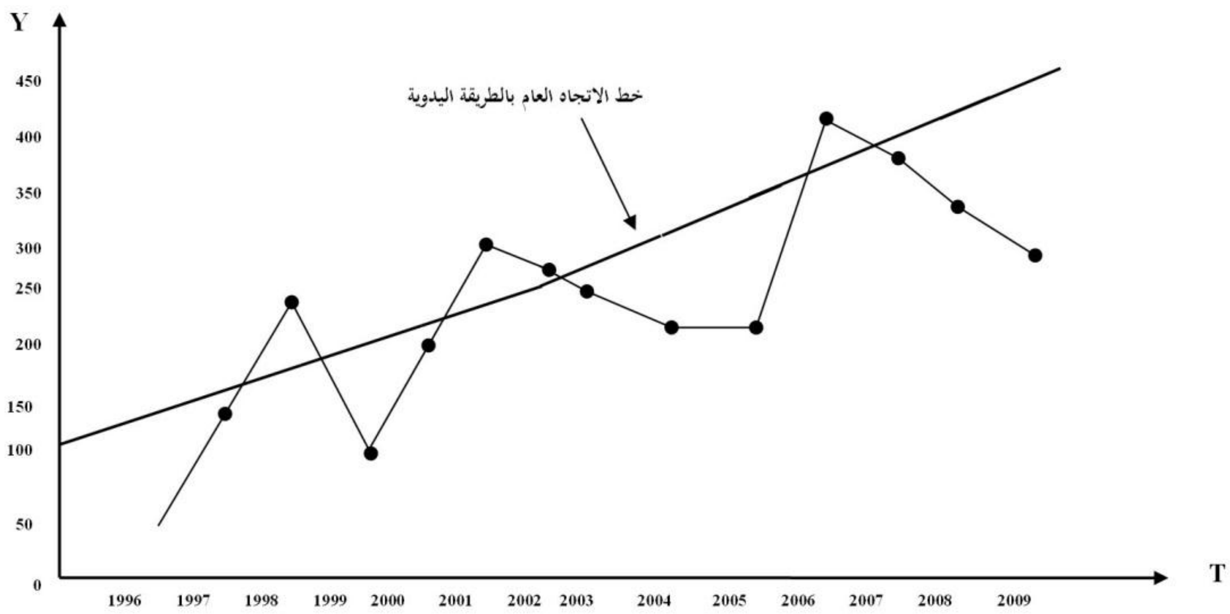
جدول (17.6)

السنوات	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
الإنتاج	70	150	278	82.5	202.1	311.3	304.9
السنوات	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الإنتاج	276.8	239.9	244.2	426.0	367.3	300.3	279.5

الحل

2- طريقة الرسم اليدوي: لرسم الخط البياني لتطور إنتاج القمح، فإنه يتم تمثيل الزمن على المحور الأفقي والإنتاج على المحور الرأسي (العمودي)، ثم ترسم نقاط الانتشار ويتم إيصالها

مع بعض، وبعد ذلك يتم رسم خطاً مستقيماً يمر على معظم النقاط يدل على الاتجاه العام لإنتاج القمح كما هو موضح بالشكل (17.6) يظهر الشكل البياني إن الإنتاج في كل سنة قد ازداد عن السنة السابقة، وإنما معدل الإنتاج يتجه نحو الزيادة. فهناك فترات يزداد فيها الإنتاج كثيراً وفترات آخري يهبط فيها الإنتاج وهكذا، مما يوصى بوجود عدد من التقلبات الدورية. إن هذه الطريقة تقريبية وغير دقيقة أي تختلف دقتها من شخص إلى آخر.



Y
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
خط الاتجاه العام بالطريقة اليدوية
T
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009

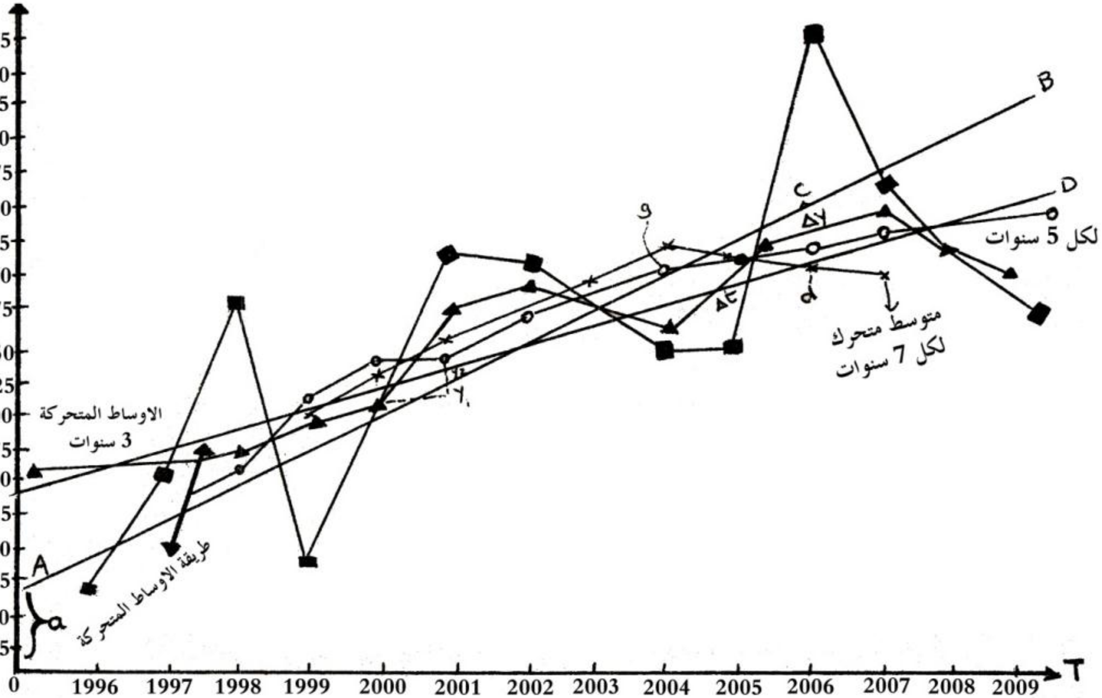
ولتقدير معادلة الاتجاه الزمني العام باستخدام طريقة الرسم اليدوي يتم إتباع الخطوات التالية:

الإحداثي العمودي بالشكل (15.7) يتضمن فترات منتظمة طول كل منها (25) أي تبدأ من (25) وتنتهي بـ 475 لقيم Y. لأجل حساب $\hat{a}$ (المعلمة المقطعية) بطريقة الخط البياني يتم قياس الفرق بين 50 و 75 (الحدين الأدنى والأعلى للفئات التي يقع بينها بداية الخط AB بالشكل (15.7)، والفرق هو 25، حيث يتم قسمته على 10ليتم الحصول على فترات جزئية تعادل (2.5). وبما أن $\hat{a}$ تقع من الرسم على بعد 6 من 10 أجزاء من الفئة 50 (حسب ما هو مبين في الشكل عند مد الخط AB ليقطع المحور Y). ولهذا فقد تم ضرب 6 أجزاء في 2.5 للحصول على 15 والتي تم إضافتها إلى الرقم 50 للحصول على قيمة $\hat{a}$ وهي 65.

أما قيمة $\hat{b}$ فيتم حسابها عن طريق استخدام المسطرة، حيث إذا تم تمديد المسطرة على القيمة التي تقع على الخط AB مقابل السنة 2006 فتساوي تقريباً (295)، لهذا فإن الميل يمكن حسابه بطرح القيمتين 350،295 والفرق بين المدتين 2006 و 2004، أي الميل = $\hat{b} = \frac{\Delta Y}{\Delta T}$. لهذا فإن قيمة $\hat{b}$ تساوي $\frac{295-350}{2004-2006} = \frac{55}{2} = 27.5$ وهو ميل الخط AB.

وبهذا تكون معادلة الاتجاه الزمني العام هي:

$$\hat{Y} = 65 + 27.5T$$



شكل (17.7) يبين خط الاتجاه العام والأوساط المتحركة

أما لحساب قيمة $\hat{a}$ لمعادلة الاتجاه الزمني العام باستخدام الطريقة الجبرية فيتم من خلال حساب قيمتي $\bar{T}$ و $\bar{Y}$ وكالآتي:

$$\therefore \bar{T} = \frac{\sum T}{n} = \frac{105}{14} = 7.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{3533.6}{14} = 252.4$$

ومنها تُحسب $\hat{a}$ بهذه الطريقة وتساوي:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \bar{Y} - \hat{b}\bar{T} \\ &= 252.4 - 27.5(7.5) = 46.15 \end{aligned}$$

ومنها تُحسب القيم الاتجاهية لكل الفترات، حيث تم استخدام المعادلتين اللتين تم تقدير قيمة $\hat{a}$ بهما سوءاً بطريقة لإسقاط البياني أو باستخدام بطريقة الحل الجبري مع افتراض ثبات قيمة الميل في الحالتين، (أنظر الجدول 17.7) التالي والذي يوضح تقدير القيم الاتجاهية بالطريقتين.

ومنها أي من بيانات الجدول (17.7) يظهر أن الطريقة الجبرية هي أدق من الطريقة البيانية، حيث يتم الحصول على فارق كبير في مجموع المشاهدات المقدرة، بينما تتساوى المشاهدات المقدرة مع المشاهدات الفعلية بالحل الجبري للتمهيد اليدوي. كما يلاحظ أيضاً أن الطريقة الجبرية أدق لأن $\sum Y_t = \sum \hat{Y}$ تقريباً.

جدول (17.7) يوضح تقدير القيم الاتجاهية بالطريقتين

القيم الاتجاهية باستخدام $\hat{a}$ بطريقة الإسقاط البياني: $\hat{Y} = 65 + 27.5T$	القيم الاتجاهية باستخدام $\hat{a}$ بطريقة الحل الجبري: $\hat{Y} = 46.05 + 27.5T$
$\hat{Y}_1 = 92.5$	$\hat{Y}_1 = 73.55$
$\hat{Y}_2 = 120.0$	$\hat{Y}_2 = 101.05$
$\hat{Y}_3 = 147.5$	$\hat{Y}_3 = 128.55$
$\hat{Y}_4 = 175.0$	$\hat{Y}_4 = 156.05$
$\hat{Y}_5 = 202.5$	$\hat{Y}_5 = 183.55$
$\hat{Y}_6 = 229.5$	$\hat{Y}_6 = 211.05$
$\hat{Y}_7 = 257.0$	$\hat{Y}_7 = 238.55$
$\hat{Y}_8 = 284.5$	$\hat{Y}_8 = 266.05$
$\hat{Y}_9 = 312.0$	$\hat{Y}_9 = 293.55$
$\hat{Y}_{10} = 339.3$	$\hat{Y}_{10} = 321.05$
$\hat{Y}_{11} = 367.0$	$\hat{Y}_{11} = 348.55$
$\hat{Y}_{12} = 394.5$	$\hat{Y}_{12} = 376.05$
$\hat{Y}_{13} = 422.0$	$\hat{Y}_{13} = 403.55$
$\hat{Y}_{14} = 449.0$	$\hat{Y}_{14} = 431.05$
$\sum \hat{Y} = 3793.0$	$\sum \hat{Y} = 3532.20$

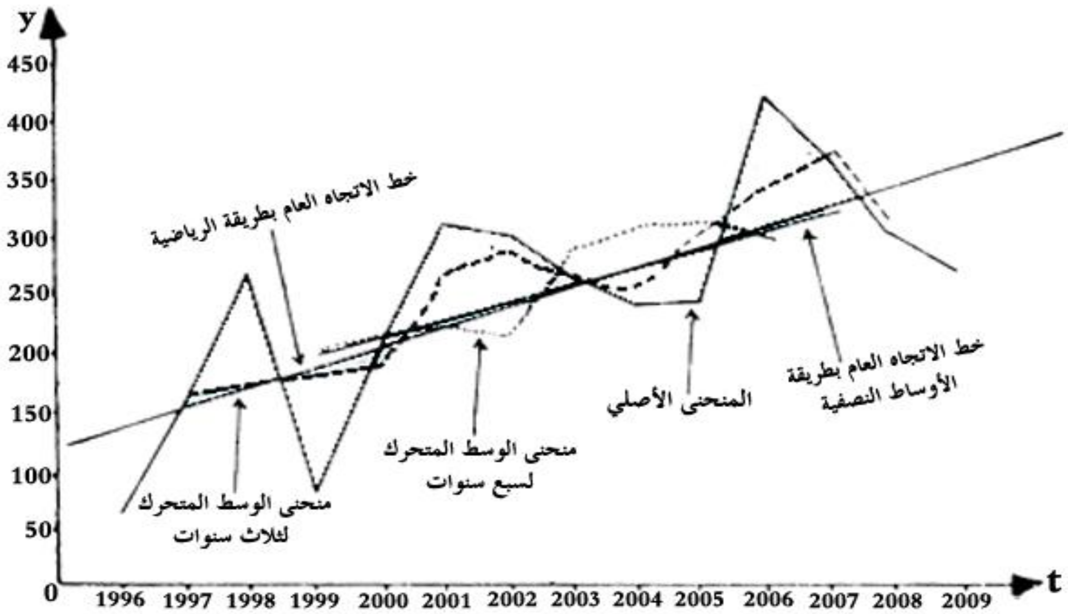
ولحساب الأوساط المتوسطة لإنتاج القمح بالتطبيق (3) لفترة ثلاث سنوات وخمس سنوات وسبع سنوات، فإن الجدول رقم (17.8) التالي يوضح ذلك.

جدول (17.8) حساب الأوساط المتوسطة لإنتاج القمح

السنوات	القيم الفعلية للإنتاج Y	الأوساط المتحركة		
		لثلاث سنوات	لخمس سنوات	لسبع سنوات
1996	70.0			
1997	150.0	166.0		
1998	278.0	170.2	156.5	
1999	82.5	187.5	204.7	199.8
2000	202.1	198.6	235.7	229.3
2001	311.3	272.7	235.5	242.2
2002	304.9	297.6	267.0	237.4
2003	276.8	273.9	275.4	286.4
2004	239.9	253.6	298.4	310.0
2005	244.2	303.4	310.8	308.0
2006	426.0	345.8	315.5	304.9
2007	367.3	364.4	323.5	
2008	300.3	315.7		
2009	279.5			

الجدول رقم (17.8)يوضح أن منحنى الوسط المتحرك لفترة ثلاث سنوات يبدأ من العام 1997 وينتهي في عام 2008، في حين أن منحنى الوسط المتحرك لفترة سبع سنوات يبدأ من عام 1999 وينتهي في عام 2006، وبذلك فكلما زاد فترة الوسط المتحرك، فإنه يتم فقد عدداً أكبر من السنوات على جانبي السلسلة الزمنية، وكما تم ذكره مسبقاً فإن هذه الطريقة تستخدم لتقليص الخشونة الكبيرة في السلسلة الزمنية. فبحساب متوسط لقيم كل سنتين أو ثلاثة أو أربعة أو خمس... الخ من السنوات وإسقاط هذه المتوسطات على الشكل البياني للحصول على خط الاتجاه العام.

من بيانات الجدول رقم (17.9)، يتم وضع متوسط سنتين عند السطر الثاني ومتوسط ثلاثة سنوات عند الثالث وهكذا... بهذه الطريقة يتم تقليص القيم الشاذة ويُرسم خطاً أكثر تمهيداً من غيره وذلك كما هو مبين بالشكل (17.8) التالي. ومنها يمكن حساب $\hat{a}$ و $\hat{b}$ كما تم ذكره سابقاً.



شكل (**17.8**)المنحني الأصلي ومنحنيا الوسط المتحرك للفترتين ثلاث وسبع سنوات لإنتاج القمح

أما معامل الخشونة فيتم حسابه من بيانات الجدول (17.9) وكالآتي:

جدول (17.9) يبين إنتاج (مبيعات) القمح في إحدى الأقطار للسنوات 1996 - 2009

										طريقة الأوساط المتحركة			طريقة الأوساط النصفية	
السنة (1)	T(2)	إنتاج القمح Y_t (3)	Y_{t-1} (4)	Y_t-Y_{t-1} (5)	$(Y_t-Y_{t-1})^2$ (6)	$Y_t-\bar{Y}$ (7)	(8) $(Y_t-\bar{Y})^2$	طريقة التمهيد اليدوي (9) $\hat{Y}$	$(\hat{Y}_t-\bar{Y})^2$ (10)	متوسط متحرك لكل سنتين (11)	متوسط متحرك لكل 3 سنوات (12)	متوسط متحرك لكل 4 سنوات (13)	القيم النصفية (14)	$\hat{Y}$ (15)
1996	**1**	**70.0**				**-182.2**	**33233.29**	**73.55**						**154.7**
1997	**2**	**150.0**	**70.0**	**80.0**	**6400.00**	**-102.3**	**10465.29**	**101.05**		**110.0**				**169.7**
1998	**3**	**278.0**	**150.0**	**128.0**	**1638.40**	**25.7**	**660.49**	**128.55**		**214.0**	**116.0**			**184.7**
1999	**4**	**82.5**	**278.0**	**-195.5**	**38220.25**	**-169.8**	**28832.04**	**136.05**		**187.5**	**170.2**	**145.13**	**199.8**	**199.7**
2000	**5**	**202.1**	**82.5**	**119.6**	**14304.16**	**-50.2**	**2520.04**	**183.55**		**198.6**	**187.5**	**178.15**		**214.7**
2001	**6**	**311.1**	**202.1**	**109.0**	**1188.10**	**58.8**	**2457.44**	**211.05**		**272.7**	**198.6**	**218.43**		**229.7**
2002	**7**	**304.9**	**311.1**	**-6.2**	**38.44**	**52.6**	**2766.76**	**238.55**		**297.6**	**272.7**	**225.15**		**244.7**
2003	**8**	**276.8**	**304.9**	**-28.1**	**789.61**	**24.5**	**600.25**	**265.05**		**273.9**	**297.6**	**273.73**		**259.7**

2004	**9**	**239.9**	**276.8**	**-36.9**	**1361.61**	**-12.4**	**153.76**	**293.55**		**253.6**	**273.9**	**283.18**		**274.7**
2005	**10**	**244.2**	**239.9**	**4.3**	**18.49**	**-8.1**	**65.61**	**321.05**		**303.4**	**253.6**	**266.45**		**289.7**
2006	**11**	**426.0**	**244.2**	**181.8**	**33051.24**	**172.7**	**30171.69**	**348.55**		**345.8**	**303.4**	**296.73**	**304.7**	**304.7**
2007	**12**	**367.3**	**426**	**-58.2**	**3387.24**	**115.5**	**1334.05**	**376.05**		**364.4**	**345.8**	**319.35**		**319.7**
2008	**13**	**300.3**	**367.8**	**-67.0**	**4489.00**	**48.5**	**2352.25**	**403.55**		**315.7**	**364.4**	**334.45**		**334.7**
2009	**14**	**279.5**	**300.8**	**-21.3**	**453.69**	**27.2**	**739.84**	**431.05**		**316.0**	**315.7**	**343.28**		**349.7**
n = $\sum$**14**	$\sum T = 105$	$\sum Y_t =$ 3532.6			$\sum(Y_t - Y_{t-1})^2$ $= 130778.73$	**252.2**	$\sum(Y_t - \overline{Y})^2$ $= 129359$	$\sum Y_t =$ 3532.2						$\hat{Y}_T =$ 3530.8

هذا المثال مقتبس بتصرف من أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، كلية الاقتصاد ، جامعة حلب، سوريا،1994،صص 10-21.

$$Rc = \frac{\sum \left(Y_t - Y_{t-1}\right)^2}{\sum \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2} = \frac{130778.73}{129359} = 1.01$$

وحيث أن قيمة معامل خشونة قليلة لكنه يتطلب الإزالة أو الخفض لأدنى مستوى من خلال إيجاد قيم الاتجاه العام.

وباستخدام قيم الاتجاه العام بالطريقة اليدوية السابقة جدول (17.7) وجدول (17.9) وبالنموذج التقديري فإن معامل الخشونة سيؤول إلى الصفر، خاصة إذا تم استخدام المعادلة التالية التي تم تقديرها مسبقاً.

$$\hat{Y} = 46.15 + 27.5T$$

وتعتمد هاتين الطريقتين (الجبرية والتمهيدي باليد السابقتين) على خبرة ودقة الباحث وطول السلسلة الزمنية، فكلما طالت الأخيرة كانت النتائج أفضل.

لتطبيق طريقة منتصفي السلسلة أو الأوساط النصفية على بيانات التطبيق السابق (إنتاج القمح)، فيلاحظ أن الفترة النصفية الأولى تمتد من عام 1996 إلى 2002 والوسط الحسابي لها هو 199.8، حيث يتم وضع هذا الوسط الحسابي مقابل السنة 1999. أما الفترة النصفية الثانية فتمتد من عام 2003 إلى 2009 والوسط الحسابي لها هو 304.9، حيث يتم وضعه مقابل السنة 2006 (انظر الجدول 17.9). بعد ذلك يتم تحديد ما تبيّن النقطتين على مستوى الإحداثيات ويتم الوصل بينهما كما هو موضح بالشكل رقم (17.8).

لتحديد معادلة خط الاتجاه العام بهذه الطريقة يتم القيام بإجراء الخطوات التالية: يتم إعطاء السنوات القيم 1 ، 2 ، 3، ... ويرمز للزمن بالرمز T، فيكون ذلك هو المتغير المستقل.

والمتغير التابع للإنتاج (Y). يتم حساب الوسط الحسابي الأولى الممتدة من سنة 1996 إلى سنة 2002، وكالتالي:

$$\bar{T}_1 = \frac{\sum T_i}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

بينما $\bar{Y}_1 = \frac{1399}{7} = 199.8$ ثم يُحسب الوسط الحسابي للفترة الثانية التي تمتد من 2003 إلى عام 2009 وكالتالي:

$$\bar{T}_1 = \frac{\sum T_i}{n} = \frac{77}{7} = 11$$

بينما $\bar{Y}_1 = \frac{2134.3}{7} = 304.9$

من هذا الخط المستقيم يمر من نقطتي الإحداثيات، (Y_1،T_1)و (Y_2،T_2) فينتج من ذلك:

$$199.8 = 4\hat{b} + \hat{a}$$
$$304.9 = 11\hat{b} + \hat{a}$$

وبحل المعادلتين يتم الحصول على $\hat{a}$=139.7و $\hat{b}$= 15.

إذا العلاقة بين T و Y يتم كتابتها (معادلة الاتجاه العام بطريقة الأوساط النصفية) كالتالي:

$$\hat{Y}_i = 139.7 + 15T$$

كما يمكن الحل عن طريق الرسم، حيث (يُمد) خطاً مستقيم من الميل ($\hat{b}$) والتي يمكن الحصول عليها كالتالي:

$$\hat{b} = \frac{\text{الفرق بين الوسيطين}}{\text{الفرق الزمني}}$$

$$\hat{b} = \frac{\overline{Y}_2 - \overline{Y}_1}{\overline{T}_2 - T_1} = \frac{304.9 - 199.8}{11 - 4} = \frac{105.1}{7} = 15$$

وبالتالي يمكن حساب قيمة ($\hat{a}$) كما يلي:

$$\hat{a} = \overline{Y} - b\overline{T}$$
$$= 252.3 - 15(7.5) = 139.8$$

ومنها تحسب القيم الاتجاهية وكما هو مبين بالعمود الأخير (15) من الجدول (17.9) المذكور، وبعد التعويض بالمعادلة (139.7+15T) عن قيم الزمن من القيمة 1 إلى القيمة 14 تم الحصول على مجموع مربعات الأخطاء بطريقة الوسط النصفي ويساوي:

$$\sum \hat{Y}_t = 3530.8$$

في حين قُدر هذا المجموع بالطريقة الجبرية بنحو $\sum \hat{Y}_t = 3532.2$ وذلك كما هو مبين بالعمود التاسع بالجدول رقم (17.7).

لهذا فإنه لا يوجد هناك فرق فعلي واضح بين مجموع القيم بسبب التقدير الحاصل للميل $\hat{b}$ وكذلك $\hat{a}$ بهذه الطريقة أو بالطريقة الرياضية. ولكن يتم اللجوء إلى الطريقة الرياضية التي هي أكثر دقة.

ويمكن استخدام هذه الطريقة (الوسط النصفي) للقيم الفعلية، حيث يمكن تحديد الاتجاه العام الفعلي وتجمع لأربعة فصول لاستخراج القيم السنوية وهي الطريقة الأكثر دقة.

تطبيق 4

في الجدول (17.10) القيم الفعلية لمبيعات إحدى الشركات. استخدم هذه البيانات

لاستخراج القيم الاتجاهية الفعلية والسنوية بطريقة الأوساط النصفية.

أولاً: يتم حساب $(\hat{b})$ كالآتي:

$$\hat{b} = \frac{\overline{Y}_2 - \overline{Y}_1}{\overline{T}_2 - \overline{T}_1} = \frac{158.75 - 144.08}{18.5 - 6.5} = \frac{14.67}{12} = 1.222$$

$$\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{T} = 151.42 - 1.222(12.5) = 136.1$$

ويمكن استخدام هذه الطريقة للقيم الفعلية، حيث يمكن تحديد الاتجاه العام الفصلي وتجمع الفصول الأربعة لاستخراج القيم السنوية، وهذه طريقة أكثر دقة مما سبقها.

ثانياً: سيكون شكل معادلة خط الاتجاه العام الفعلية كالآتي:

$$\hat{Y}_t = 136.1 + 1.222\ T_i$$

ثالثاً: ومنها يتم حساب التغيرات الاتجاهية السنوية والفصلية وكما هي موضحة في الجدول (17.10) ومنها يظهر تأثير المركبات الاتجاهية المطلقة بالقيم الموجبة والسالبة للفصل.

جدول (17.10) يوضح تأثير المركبات الاتجاهية

الفترة		T_i	Y_t	القيم لاتجاهية الفصلية $\hat{Y}_t$	القيم السنوية الفصلية Y_i	القيم السنوية الاتجاهية $\hat{Y}_i$	التغيرات الاتجاهية	
السنة	الفصل						فصلية	سنوية
2004	1	1	130	137.322	532	62557.	-7.322	-23.1
	2	2	127	138.544			-11.544	
	3	3	135	139.766			-4.988	
	4	4	140	141.988			-1.988	
2005	1	5	132	142.210	564	576.172	-10.210	-11.4
	2	6	129	143.432			-14.400	
	3	7	145	144.654			0.346	
	4	8	158	145.876			12.124	
2006	1	9	153	147.098	633	724595.	5.902	37.276
	2	10	146	148.320			-2.320	
	3	11	164	149.542			14.458	
	4	12	170	150.764			19.236	
المتوسط منتصف الأول $\hat{Y}_1$		56.	144.08					
2007	1	13	170	151.986	649	615.276	18.014	33.724
	2	14	152	153.208			-1.208	
	3	15	159	154.430			4.570	
	4	16	168	155.652			12.348	
2008	1	17	165	156.874	629	634.826	8.126	-5.826
	2	18	145	158.096			-13. 096	
	3	19	153	159.318			-6.318	
	4	20	166	160.538			5.562	
2009	1	21	159	161.766	627	654.348	-2.766	-27.348
	2	22	152	162.982			-10.982	
	3	23	153	164.204			-11.204	
	4	24	163	165.426			-2.426	
المتوسط $\hat{Y}_2$ منتصف الثاني		18.5	158.750					
المتوسط العام		12.5	151.42					

وباستخدام بيانات الجدول (17.11) يمكن حساب معادلة الاتجاه العام باستخدام الطريقة الرياضية (طريقة المربعات الصغرى) وكالآتي:

يتم التعويض في المعادلتين رقمي (2) و (3) السابقتين للحصول على المعادلتين التاليتين:

$$3532.6 = 14a + 105b\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$
$$30267.4 = 105a + 1015b\ldots\ldots\ldots(5)$$

وبحل المعادلتين بالحذف والتعويض بعد ضرب المعادلة رقم (4) في (15) والثانية في (2) يتم إيجاد قيمتي ($\hat{a}$ و $\hat{b}$) حيث يتبين أنهما يساويان 128 و 16.6 على التوالي.

جدول (17.11) يوضح احتساب قيم الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى المطولة أو الطريقة المباشرة

السنة	Y_t	T_i	Y_tT_i	T^2	القيم الاتجاهية الفصلية $\hat{Y}_t$	تأثير الاتجاه المطلق $Y_t - \hat{Y}_t = g$	تأثير الاتجاه النسبي $\frac{Y_t}{g_i} = D$	تأثير باقي العوامل S*C*I
1996	70.0	1	70.0	1	144.6	-74.6	0.48	-0.52
1997	150.0	2	300.0	4	161.2	-11.2	0.93	-0.07
1998	278.0	3	834.0	9	177.8	100.2	1.56	+0.56
1999	82.5	4	330.0	16	194.4	-111.9	0.42	-0.58
2000	202.1	5	1010.5	25	212.0	-9.9	0.95	-0.05
2001	311.1	6	1866.6	36	227.6	83.5	1.37	+0.37
2002	304.9	7	2134.3	49	214.2	60.7	1.25	+0.25
2003	276.2	8	2214.4	64	260.8	16.0	1.06	+0.06
2004	239.9	9	2159.1	81	277.4	-37.5	0.86	-0.14
2005	244.2	10	2442.0	100	294.0	-49.8	0.83	-0.17
2006	426.0	11	4686.0	122	320.6	105.4	1.33	+0.33
2007	367.3	12	4407.6	144	327.2	40.6	1.12	0.12
2008	300.3	13	3903.9	169	343.8	-43.8	0.87	0.13
2009	279.5	14	3913.0	196	366.4	-86.9	0.76	0.24
	$\sum Y_2 =$ 3532.6	$\sum T_i =$ 105	$\sum Y_iT_i =$ 30267.4	$\sum T_i^2 =$ 1015	$\sum \hat{Y}_t =$ 3532			

كما يمكن الحل أيضاً باستخدام المصفوفات للحصول على قيم ($\hat{a}$ و $\hat{b}$) وكالتالي:

$$\hat{a}=\frac{\begin{vmatrix}\sum Y_i & \sum T_i\\ \sum TY_i & \sum T_i^2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}n & \sum T_i\\ \sum T_i & \sum T_i^2\end{vmatrix}}=\frac{\begin{vmatrix}3532.6 & 105\\ 30267.4 & 1015\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}14 & 105\\ 105 & 1015\end{vmatrix}}=128$$

$$\hat{b}=\frac{\begin{vmatrix}n & \sum Y_i\\ \sum T_i & \sum T_i Y_i\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}n & \sum T_i\\ \sum T_i & \sum T_i^2\end{vmatrix}}=\frac{\begin{vmatrix}14 & 3532.6\\ 105 & 30267.4\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}14 & 105\\ 105 & 1015\end{vmatrix}}=16.6$$

وبهذا تأخذ معادلة خط الاتجاه العام الصيغة التقديرية الآتية (انظر الشكل 17.7):

$$\hat{Y}=128+16.6T_i$$

حيث سنة الأساس (T= 0) هي 1995.

كما يمكن الحصول على ($\hat{a}$ و $\hat{b}$) باستخدام الصيغتين التاليتين:

$$\hat{b}=\frac{\sum XY-n\overline{X}\overline{Y}}{\sum X^2-n\overline{X}^2}$$

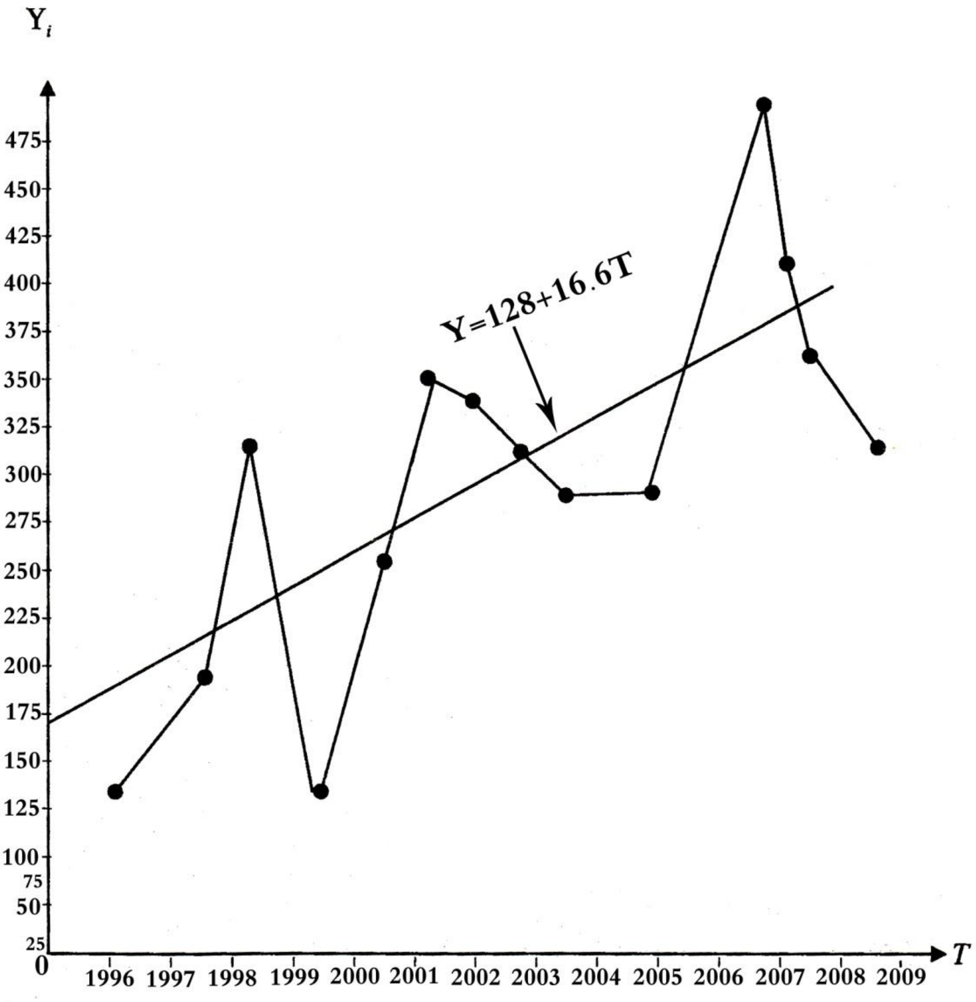
راجع الفصل التاسع بتحليل الانحدار الخطي البسيط.

ويتم رسم خط الاتجاه العام بالطريقة الرياضية بتعيين نقطتين منه كما يلي:

النقطة الأولى: $T_1 = 2$ ، $\hat{Y}_1=161.2$

النقطة الثانية: $T_2 = 8$ ، $\hat{Y}_2=260.8$

وبتحميل هاتين النقطتين على محور الإحداثيات والوصل بينهما يتم الحصول على خط الاتجاه العام كما هو موضح بالشكل رقم (17.9).



شكل (17.9) يبين خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى (OLS)

تطبيق 5

إذا كان البيانات التالية بالجدول (17.12)تمثل إنتاج الشعير بالألف طن في دولة ما والمطلوب إيجاد معادلة الاتجاه الزمني العام بالطريقة المختصرة.

جدول (17.12) يبين إنتاج الشعير بالإلف طن

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
الإنتاج	150	233	175	305	196	392	208	471	152

الحل

يتم تكوين الجدول المساعد التالي (17.13) لحساب الاتجاه العام لإنتاج الشعير بالطريقة المختصرة.

جدول (17.13) حساب الاتجاه العام لإنتاج الشعير بالطريقة المختصرة

السنة	T_i	Y_i	$T_i-\overline{T}$	$(T_i-\overline{T})^2$	$Y(T_i-\overline{T})$	Y_iT_i
2000	1	150	-4	16	-600	150
2001	2	233	-3	9	-699	466
2002	3	175	-2	4	-350	525
2003	4	305	-1	1	-305	1220
2004	5	196	0	0	0	980
2005	6	392	1	1	392	2352
2006	7	208	2	4	416	1456
2007	8	471	3	9	1413	3768
2008	9	152	4	16	608	1368
$\sum$	45	2282	0	60	875	12285

$$\hat{a}=\frac{\sum Y_i}{n}=\frac{2282}{9}=253.5$$

$$b=\frac{\sum Y_i(T_i-\overline{T})}{\sum(T_i-\overline{T})^2}=\frac{875}{60}=14.58$$

وتكون معادلة الاتجاه العام هي:

$$\hat{Y}_i=253.5+14.58T_i$$

حيث سنة الأساس هي $T=0$ هي 2004 وأن T سنة كاملة. كما يلاحظ إن المعادلة السابقة يمكن أن تكتب على الشكل التالي إذا كانت الرغبة هي تغير سنة الأساس.

$$\hat{Y}_{(1999)} = 253.5 + 14.58(-5) = 253.5 - 72.9$$

وبالتالي فإن المعادلة ستكون كما يلي:

$$= 180.6 + 14.58T_i$$

حيث سنة الأساس $t= 0$ هي 1999 وأن t سنة كاملة.

لقد كان من الممكن الحصول على المعادلة السابقة بالطريقة المباشرة بواسطة الحل الآتي للمعادلتين الطبيعيتين كما يلي:

$$\sum Y_i = na + b\sum T_i$$
$$\sum Y_i T_i = a\sum T_i + b\sum T_i^2$$

وبالتعويض

$$2282 = 9a + 45b$$
$$12285 = 45a+285b$$

وبحل المعادلتين بعد ضرب المعادلة الأولى في 5 وطرحها من الثانية يتم إيجاد قيمتي $\hat{a}$، $\hat{b}$ حيث تبين أنها يساويان 180.6 و 14.58 على التوالي. إن قيمة $\hat{b}$ تحدد الزيادة السنوية وهو يمثل ميل خط الاتجاه العام، وهذا المقدار لم يتغير سواء باستخدام الطريقة المباشرة أو الطريقة المختصرة في إيجاد معادلة خط الاتجاه العام. أما الثابت فهو يحدد قيمة الاتجاه العام في سنة الأساس، ولهذا فإن قيمته تختلف باختلاف سنة الأساس.

من ناحية أخرى إن المعادلة بالطريقة المباشرة $\hat{Y}_i = 180.6 + 14.58T_i$ تختلف عن المعادلة بالطريقة المختصرة $\hat{Y}_i = 253.5 + 14.58T_i$ تبعاً لاختلاف سنة الأساس وتبقى نتائج معادلة الاتجاه العام في كلتا الحالتين واحداً، فلو تم الرغبة التنبؤ عن كمية الإنتاج من الشعير في عام 2013، فإنه يتم التعويض في المعادلة الأولى بقيمة T والتي تساوى 14 لأن

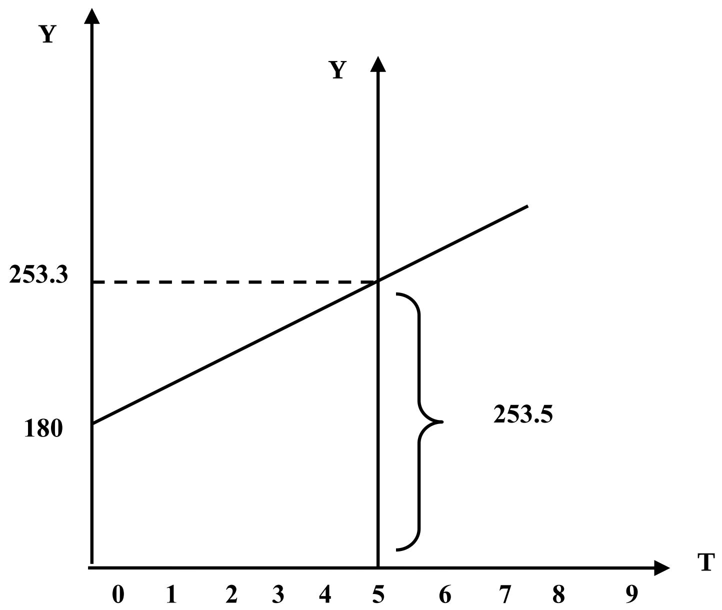
سنة الأساس هي 1999، فينتج الآتي:

$$\hat{Y} = 180.6 + 14.58(14) = 384.72$$

وإذا كانت الرغبة عن كمية الإنتاج في عام 2013 باستعمال الطريقة المختصرة، فإنه يتم التعويض بقيمة T تساوي 9، لأنه سنة الأساس هي 2004 وينتج التالي:

$$\hat{Y} = 253.5 + 14.58(9) = 384.72$$

وهي نفس الكمية التي تم الحصول عليها من المعادلة أعلاه، والرسم رقم (17.10) التالي يوضح ذلك.



الشكل (17.10) يوضح تحديد خط الاتجاه الزمني العام بالطريقتين

تطبيق 6

احسب المناسيب الدورية لصادرات دولة ما كما هي واردة في السلسلة التالية:

T:	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Z:	40	39	45	47	46	43	46	57	61	62	63

الحل

الخطوة الأولى: حساب القيم الاتجاهية باستخدام إحدى الطرق السابقة ولتكن طريقة المربعات الصغرى كما هو موضح في الجدول رقم (17.14) التالي:

جدول (17.14) حساب المناسيب الدورية

T_1	X	Z	XZ	X^2	$\hat{Z}$	المناسيب الدورية
1999	-5	40	-200	25	37.4	107
2000	-4	39	-156	16	39.9	98
2001	-3	45	-135	9	42.4	106
2002	-2	47	-94	4	44.9	105
2003	-1	46	-46	1	47.4	97
2004	0	43	0	0	49.9	86
2005	1	46	46	1	52.5	88
2006	2	57	114	4	54.9	104
2007	3	61	183	9	57.4	106
2008	4	62	248	16	59.9	103
2009	5	63	315	25	62.4	101
	0	549	275	110		

حيث أنه تم استخدام الانحرافات عن نقطة الوسط:

$$\hat{a} = \frac{Z}{N} = \frac{549}{11} = 49.9$$

$$b = \frac{XZ}{X^2} = \frac{275}{110} = 2.5$$

$\hat{Z} = 49.9 + 2.5X$ (وحدة قياس الزمن السنة، نقطة الأساس سنة 2004)

للحصول على القيم الاتجاهية يتم التعويض بقيم المتغير "X" في معادلة الاتجاه العام السابقة. وهو ما تم حسابه في الخانة "$\hat{Z}$". فأول قيمة في هذه الخانة هي:

$$\hat{Z}_{1999} = 49.9 + (2.5)(-5) = 37.4$$

وهكذا لبقية السنوات.

الخطوة الثانية: قسمة كل قيمة فعلية على القيمة الاتجاهية المناظرة لها والضرب في مائة للحصول على المناسيب الدورية التي تمثل نسبة من القيمة "المعتادة" للظاهرة كما تعكسها القيم الاتجاهية. فمثلاً يمكن القول أن الصادرات في العام الأول للسلسلة كانت أعلى من المعتاد بمقدار 7% تحت تأثير التغيرات الدورية والعرضية في حين أنه في سنة الأساس 2004 كانت المؤثرات الدورية سالبة بمقدار 14% وهكذا.

ومن أهم مزايا وعيوب طريقة المربعات الصغرى في حساب معادلة الاتجاه الزمني العام ما يلي[1]:

1- هذه الطريقة لا تعتمد على تقدير الشخص للباحث وبمقتضاها يمكن صياغة القيم صياغة رياضية مقبولة باعتبارها قيماً محددة وواضحة المعالم، كما أنه يمكن باستخدام استنباط قيم أخرى بطريقة لاستكمال الداخلي أو الخارجي. أي أنه يمكن الحصول على بيانات عن الحاضر غير موجودة بين البيانات الأصلية، وكذلك قيم عن الحاضر والمستقبل مع مراعاة عدم البعد كثيراً عن أطراف الفترة موضوع الاستنباط.

---

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، الإحصاء التحليلي في العلوم الإدارية والاقتصادية، دار وهران للنشر والتوزيع ، القاهرة، ج. م. ع، سنة النشر غير مذكورة، ص 324.

2- من عيوب هذه الطريقة اعتمادها على الصيغ الرياضية التي قد لا يستسيغها البعض، وكذلك افتراض أن الظواهر يمكن أن تنظمها في مجراها معادلات رياضية، وهو افتراض لا يسانده الواقع وإنما تمليه ضرورات التحليل.

17.5.6 استبعاد أثر الاتجاه العام في السلاسل الزمنية[1]

بعد الحصول على القيم الاتجاهية وهي تُعبّر عن قيمة الظاهرة غير متأثرة سوى بالاتجاه العام فقط. والهدف هو تخليص السلسلة الزمنية من الاتجاه العام لمعرفة تأثر الظاهرة لهذه المتغيرات ومن ثم إمكانية فصلها أو التقليل من آثارها أو زيادته إذا كان في ذلك ضرورة تحتمه. ويعتمد أسلوب تخليص السلسلة الزمنية من أثر الاتجاه العام على النموذج الذي تتبعه الظاهرة.

أولاً: في حالة النموذج التجميعي وفيه يلاحظ أن قيمة الظاهرة هي مجموع أثر المتغيرات المكونة لها، أي أن $Y = D + S+C +I$ وعلى ذلك فإذا تم طرح قيمة D من كلا الطرفين، فإنه يتم الحصول على أثر الموسم والتغيرات الدورية والعرضية، وبذلك تصبح القيم الجديدة بعد أن تم تخليصها من أثر الاتجاه العام.

ثانياً: في حالة النموذج حاصل ضرب وفيه يلاحظ أن قيمة الظاهرة هي حاصل ضرب أثر المتغيرات المكونة لها، أي أن $Y = D * S * C *I$ وعليه فعند قسمة طرفي المعادلة على D ، يتم الحصول على أثر باقي المتغيرات كنسبة في هذه الحالة.

كما يجب التنبؤ به إلى أنه إذا كانت البيانات المعطاة لفترات أطوالها سنة كاملة فإنها

[1] رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص ص 324-325.

لن تظهر إثر الموسم وعلى ذلك فإن تخليص البيانات من الاتجاه العام سيظهر فقط أثر المتغيرات الدورية والعرضية وذلك لأن التغيرات الموسمية لا تظهر إلا لفترات أقل من سنة.

17.6 قياس التغيرات الموسمية

17.6.1 مفهوم التغيرات الموسمية

يتطلب الأمر في كثير من الظواهر دراسة تلك المتغيرات منتظمة الحدوث في كل عام على التعاقب أما شهور معينة أو أيام معينة أو ساعات معينة، حيث تكون هي نفس الشهور والأيام والساعات على مدار السنوات المتتابع وهذا ما يُعرف باسم المتغيرات الموسمية. ودراسة هذه المتغيرات الموسمية يكون للوقوف على أثر الموسم (شهور أو أيام أو ساعات) في تغير قيمة الظاهرة صعوداً أو هبوطاً. والغرض من قياس هذه المتغيرات يختلف باختلاف الظاهرة والظروف المحيطة بها. فتحليل الاتجاه العام يتناول مسار الظاهرة والتغيرات التي تطرأ عليها لمدد وفترات زمنية طويلة نسبياً، وهي مخصصة للتخطيط بعيد الأمد. ويتم فيه تحديد تكرار أثر الموسم على الظاهرة، إن كان الموسم مناخياً كالصيف والشتاء والمواسم والأعياد الدينية والقومية، كارتفاع أو انخفاض درجات الحرارة، والعطل الصيفية والربيعية. فالكهرباء يزداد استهلاكها بشكل كبير عند ارتفاع أو انخفاض درجات الحرارة أو ارتفاع بيع المشروبات الغازية ودهان الجلد والنظارات الشمسية خلال أشهر الصيف، وكذلك المدافئ ومبردات الماء والمكيفات والملابس القطنية والصوفية التي تكرر سنوياً وفي موسم معين. وقد يلاحظ أثر الموسم على تسويق إنتاج سلعة ما حيث يتضح من دراسة حركة المبيعات لها انخفاض الطلب عليها في موسم معين فتقوم الشركة أو المنشأة بحمله دعاية إعلانات تقي هبوط الطلب على

هذه السلعة خلال هذا الموسم بالذات أو أن تقوم المنشأة بإنتاج سلعة بديلة يزداد الطلب عليها خلال نفس الموسم لكي تعرض انخفاض الطلب على السلعة الأولى، وقد يتطلب الأمر تخزين السلعة خلال نفس الموسم تحسباً لازدياد الطلب عليها في المواسم الأخرى من السنة. وكل ذلك يتطلب أن يكون حساب المتغيرات الموسمية ذاتها دقيقاً ومقدر كمياً.

وتخضع هذه الظواهر للتمثيل الإحصائي والاقتصادي لأغراض دراسة سلوك الظاهرة والتنبؤ المستقبلي بحركتها.

التغيرات الموسمية تختلف عن أثر الاتجاه العام فيما يلي:

أولاً: أن قيم الاتجاه العام تتحدد مباشرة من البيانات المتاحة بينما تتحدد التغيرات الموسمية بعد إزالة أثر المركبات الأخرى كالاتجاه العام بحيث تبقى الآثار الموسمية فقط.

ثانياً: إن الاتجاه العام يتمثل في منحنى واحد يوفق أحسن توفيق أو بمعادلة، بينما قيم الموسم يجب أن تُحسب كل مرة للموسم أو الشهر وخلال كل سنة عبر الأرقام القياسية، لأنها مقاطع لأجزاء السنة. لهذا يجب أن توفر قيم حسب المقاطع الزمنية المطلوبة ولأكثر من سنة حتى يتم الفصل منها التغير الموسمي الدائمي والتكرار. ويُفضل أن تكون لأكثر من خمسة سنوات حتى يتم فصل عنها التغيرات الدورية المتمثلة بالكساد والازدهار.

17.6.2 قياس أثر التغيرات الموسمية

يُقاس أثر الظاهرة الموسمية وفقاً لنوع الظاهرة. فإن كانت وحدة قياس موسمها هي الشهر فإنه يتم قياسها شهرياً. وإذا كان فصلاً مناخياً فإنه يتم قياسها للفصل وهكذا، وعليه تُدرس القيم الشهرية للظاهرة في الحالة الأولى وتُدرس القيم الفصلية في الحالة الثانية ولفترة

زمنية معينة لا تقل عن خمسة سنوات حتى يتم التأكد من الأثر الموسمي للظاهرة. ويُفضّل أن تزيد المدة عن خمسة سنوات حتى لا تتطابق والتغيرات الدورية، كما يُفضل فيها اختبار فترة لا توجد فيها تغيرات طارئة وعرضية.

تكمن التغيرات الموسمية في التخلص من أثر قيم الاتجاه العام، والفرق بين القيمة النظرية (قيم الاتجاه العام) والقيمة الفصلية ستُعطى أثر الموسم على الظاهرة وذلك بأخذ نسبتها (رقمها القياسي) إلى الاتجاه العام، ومنها فإن الفرق النسبي يُعزى إلى التأثيرات الموسمية إن كان ذلك الفرق موجباً، فإن تأثير الموسم يكون باتجاه الصعود، وإن كان بالسالب فهو باتجاه النزول (الهبوط).ويمكن إيجاد الاختلافات كالآتي:

$$\sigma=\left(\frac{\overline{Y}_j}{\overline{\overline{Y}}}-1\right)-100 \text{ أو } \sigma\%=\left(\frac{\overline{Y}_j}{\overline{\overline{Y}}}-1\right)*100$$

17.6.3 طرق قياس التغيرات الموسمية أو حساب الدليل الموسمي

لتحديد المعامل الموسمي ، فإنه يجب أن يتم تقدير تغير البيانات في السلاسل الزمنية من شهر إلى شهر أو من فترة إلى أخرى (طول الفترة أقل من سنة)، وذلك خلال سنة نموذجية ومجموعة أرقام القيم التي توضح القيم النسبية أو الانحرافات المتغيرة خلال أشهر السنة، ويطلق عليها الدليل الموسمي للمتغير الممثل للظاهرة وفي بعض الأحيان يطلق عليه أسم الأرقام القياسية الموسمية. وهناك عدة طرق لحساب التغيرات الموسمية وأكثرها استخداماً وشيوعاً هي:

أولاً: طريقة الأرقام القياسية

هي الطريقة الأكثر شيوعاً وبساطة في تقدير التغيرات الموسمية وتتلخص بالآتي:

1- استخراج المتوسط الحسابي لقيم الظاهرة لكل فصل أو شهر أو أسبوع معين لفترة خمسة سنوات فأكثر وذلك بجمع قيم الفصل لهذه السنوات وقسمتها على عدد السنوات وبذلك يتم الحصول على $(\overline{Y}_j)$ وبالصيغة الآتية:

$$\overline{Y}_j = \frac{\sum \overline{Y}_{ij}}{n_{ij}}$$

2- إيجاد متوسط هذه المتوسطات وذلك باستخدام الصيغة الآتية:

$$\overline{Y} = \frac{\sum \overline{Y}_{ij}}{Cn_{ij}} \text{ أو } \overline{Y} = \frac{\sum \overline{Y}_j}{C}$$

حيث أن:

$\overline{Y}_{ij}$ = المتوسط العام لقيم الفصول.

C_j = عدد الفصول المعتمدة (4للفصول) أو (12) شهراً.

n_{ij} = عدد السنوات.

Y_{ij} = مجموع عمود الفصل المعني.

3- يُعتبر متوسط المتوسطات (المتوسط العام) للفصل أو الشهر أو الأسبوع (هو فصل الأساس) وتكون قيمته مساوية (100%) كما هو الحال في الأرقام القياسية العادية.

4- يُنسب متوسط كل فصل إلى الفصل الأساس لاستخراج الرقم القياسي الفصلي ويُضرب بمائة.

5- يُطرح من الرقم القياسي الأخير العدد (100) ويُستخرج منه الانحراف النسبي (σ%) فإذا كان موجباً كانت التأثيرات الموسمية باتجاه الصعود وإذا كان سالباً فإن ذلك يعنى أن التأثيرات الموسمية باتجاه النزول (الهبوط).

تطبيق (7)

الجدول (17.15) يوضح متوسط استهلاك الفرد الواحد من الماء باللتر حسب فصول السنة للأعوام 2005-2009 والمطلوب حساب الأرقام القياسية الموسمية حسب المعلومات المذكورة فيه وتحديد أثر الموسم.

جدول (17.15) يبين استهلاك الماء باللتر

Y_i	السنة والفصل		Y_i	السنة والفصل		Y_i	السنة والفصل	
63.2	1	2009	53.2	1	2007	50.8	1	2005
106.8	2		94.0	2		86.8	2	
128.5	3		112.2	3		102.0	3	
71.1	4		80.0	4		75.2	4	
			56.0	1	2008	53.1	1	2006
			93.0	2		84.7	2	
			116.5	3		100.0	3	
			82.8	4		79.1	4	

الحل

1- يتم إعادة ترتيب البيانات كما هو مبين في الجدول (17.16).

2- يُستخرج متوسط الاستهلاك للفصل الواحد.

3- يُستخرج المتوسط العام للاستهلاك ويساوي 84.45 سنوياً.

4- يُنسب (يُقسم) متوسط استهلاك الفصل إلى (على) 84.45 ويتم ضرب القسمة في

100 ويُستخرج الرقم القياسي الفصلي أو الدليل الموسمي ويُطرح منه 100 للحصول على التذبذب الموسمي بالموجب أو السالب. يظهر مما تقدم أن الفصلين الأول والرابع يتميزان باستهلاك منخفض للماء بسبب برودة الجو، أما في الفصلين الثاني والثالث فيكون الاستهلاك الموسمي فيهما عالياً بسبب ارتفاع حرارة الجو.

جدول (17.16) يوضح متوسط استهلاك الماء الموسمي وتغييرات الموسم

السنة	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	المجموع السنوي
2005	50.8	86.8	102.0	75.2	314.8
2006	53.1	84.7	100.0	79.1	316.9
2007	53.2	94.0	112.2	80.0	339.4
2008	56.0	93.0	116.5	82.8	348.3
2009	63.2	106.8	128.5	71.1	369.6
المجموع الفصلي	276.3	465.3	559.2	338.2	1689.0
المتوسط الفصلي	$\frac{276.3}{5} =$ 55.26	$\frac{465.3}{5} =$ 92.86	$\frac{559.2}{5} =$ 111.84	$\frac{388.2}{5} =$ 77.64	$\frac{1689.0}{5*4} =$ 84.45
الدليل الموسمي أو الرقم القياسي %	$\frac{55.26}{84.45}*100$ 65.43	$\frac{93.06}{84.45}*100$ 110.20	$\frac{111.84}{84.45}*100$ 132.43	$\frac{77.64}{84.45}*100$ 91.94	
الانحراف الموسمي	65.43-100 =34.57−	110.20-100 =10.20	132.43-100 =32.43	91.94-100 = 8.06−	

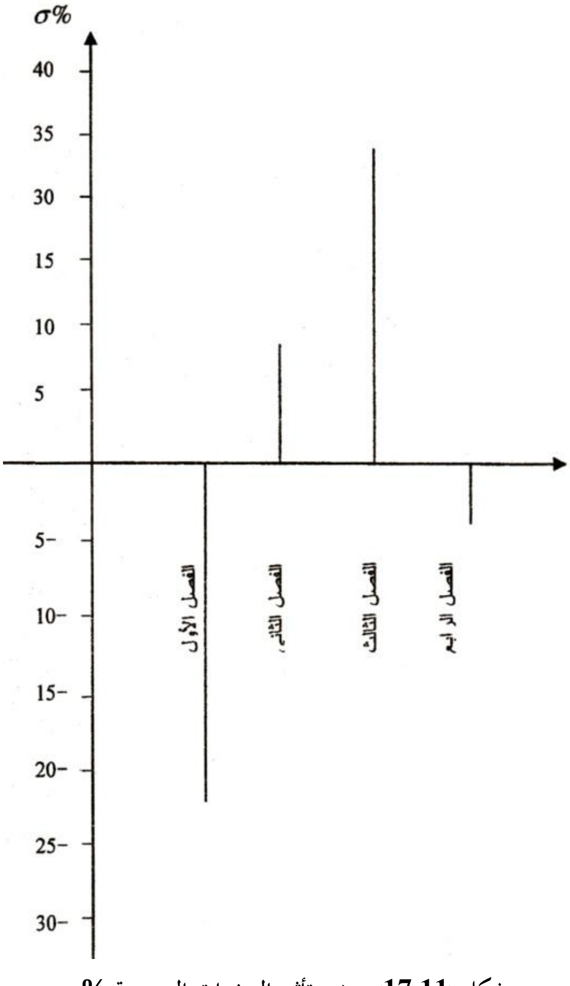
إذا ما تم جمع الأدلة الموسمية أو الأرقام القياسية سوف تساوي (400) أي:

$$65.43 + 110.20 + 132.43 + 91.94 = 400$$

ومتوسط الفصلي سيساوي 100%، أي:

$$100 = \frac{400}{4}$$

ومنه يتبين أن الفصل الأكثر ارتفاعاً في درجات الحرارة يتميز باستهلاك أكبر للماء وينخفض استهلاكه عند انخفاض درجات الحرارة وتعكس 100% النسبة المئوية أو قوة الارتفاع والانخفاض الذي يعكس أثر الموسم (أنظر الشكل 15.9).و σ% تضم أثر الموسم وأثر الاتجاه العام أيضاً لهذا يقتضي الأمر فصل أثر الاتجاه العام.



شكل (17.11) يوضح تأثير المتغيرات الموسمية %

تطبيق (8):إذا ما تم استخدام المثال السابق حول استهلاك الماء فإنه بالإمكان إجراء انحدار زمني لإيجاد قيم الاتجاه العام السنوية باستخدام (وذلك بالاستعانة) بالمجموع السنوي (العمود الأخير) من الجدول (17.16) للحصول على الجدول (17.17) التالي:

جدول (17.17)يوضح حساب قيم الاتجاه العام لاستهلاك الماء

السنة	Y_i	T_i	$T-\bar{T}$ $=t_i$	$(T-\bar{T})^2$ $=t_i^2$	Y_it_i	Y_it_i	قيم الاتجاه العام
2005	314.8	1	-2	4	314.8	-629.6	309.0
2006	316.9	2	-1	1	633.8	-316.9	323.7
2007	339.4	3	0	0	1018.25	0	337.8
2008	348.3	4	+1	1	1393.2	348.3	351.9
2009	369.6	5	+2	4	2148.0	739.2	366.0
$\sum$	1689			10		141.0	

$$\hat{a} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{1689.0}{5} = 337.8$$

$$\hat{b} = \frac{\sum Y_i (T_i - \bar{T})^2}{\sum \left(T - \bar{T}\right)^2} = \frac{\sum Y_i t_i}{\sum t_i^2} = \frac{141}{10} = 14.1$$

وبالتالي فإن المعادلة ستكون كالتالي:

$$\hat{Y}_i = 337.8 + 14.1(T_i)$$

ومنها يمكن الآن حساب القيمة الاتجاهية للفصل، على سبيل المثال حساب القيم الاتجاهية لسنة 2005 كالآتي:

الربع الأول = 50.8 + 14.1 = 64.9

الربع الثاني = 86.8 + 14.1 = 100.9

116.1 = 14.1 + 102.0 = الربع الثالث

89.3 = 14.1 + 75.2 = الربع الرابع

حيث القيم 50.8، 86.8 ،102.0 ،75.2 تُعبر عن متوسط استهلاك الماء الموسمي خلال سنة 2005 الموضحة بالجدول (15.16).وهكذا يتم حساب القيم الاتجاهية لباقي السنوات وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (17.18)التالي.

السنة	القيمة الاتجاهية للسنة	القيمة الاتجاهية الفصلية السنوية	I	II	III	IV
2005	309.6	77.40	64.90	100.90	116.10	89.30
2006	323.7	80.89	67.20	98.80	114.10	93.20
2007	337.8	84.45	67.30	108.10	126.30	94.10
2008	351.9	87.98	70.10	107.10	130.60	96.90
2009	366.0	91.50	77.30	120.90	142.60	85.20
متوسط	337.8	84.45	*69.36	107.16	125.88	91.74
			**17.34	26.79	31.47	22.94

*تم الحصول على هذا الرقم (**69.36**) عن طريق جمع **64.9** + **67.2** + **67.3** + **70.1** +**77.3** والقسمة على **5**.

تم الحصول على هذا الرقم عن طريق قسمة **69.36 على **4** وهو عدد الفصول.

مما سبق يُفهم منه أن المبيعات السنوية تتجزأ إلى: 17.34% للفصل الأول و 26.79% للفصل الثاني 31.47% للفصل الثالث و 28.94% للفصل الرابع، أي أنها (المبيعات) غير متساوية في الفصول المختلفة، وتُطرح الأرقام القياسية للاتجاه العام والفصلية و بالتالي يظهر تأثير الاتجاه العام وكالآتي:

الرقم القياسي للاتجاه العام	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
	6.396	16.710	88.251	74.19
الرقم القياسي للموسم	65.43	20110.	132.43	491.9
أثر الاتجاه العام	99.3+	4-3.03	-6.55	0.20-

حيث يتبين أن أثر الاتجاه العام فقط في الفصل الأول.

تطبيق 9

في الجدول (17.19) القيم الفعلية لاستهلاك الكيروسين في أحد المدن والقيم المقدرة للاتجاه العام الفصلية بالمعادلة: $D_i = \hat{Y}_i = 136.1 + 1.222T$.

الحل

أثر الاتجاه العام الإجمالي (بصفة الأثر الموسمي) ومنها يتم استخراج أثر الموسم ومتوسط للسنوات الخمسة مقرباً إلى أقرب قيمة لكل فصل، ومنها يمكن أيضاً استخراج القيم الدورية (C) وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (17.19).

جدول (17.19) يوضح القيم الفعلية والمقدرة بالاتجاه العام لاستهلاك الكيروسين

السنة	الفصل	T_i	Y_i	قيم الاتجاه العام الفصلية $\hat{Y}_i$	أثر الاتجاه العام $D = Y_i - \hat{Y}_i$	S_i أثر الفصل	أثر الدورة $Y_i - \hat{Y}_i - S_i$
2004	1	1	130	137.3	-7.3	2.0	-9.3
	2	2	127	138.5	-11.5	-9.0	-2.5
	3	3	135	139.8	-4.8	-0.5	-4.3
	4	4	140	141.0	-1.0	7.5	-8.5
2005	1	5	132	142.2	-10.2	2.0	-12.2
	2	6	129	143.4	-14.4	-9.0	-5.4
	3	7	145	144.7	0.3	-0.5	0.8
	4	8	158	145.9	12.1	7.5	4.6
2006	1	9	153	147.1	5.9	2.0	3.9
	2	10	146	148.3	-2.3	-9.0	6.7
	3	1	164	149.5	14.5	-5.0	19.5
	4	12	170	150.8	19.2	7.5	11.7
2007	1	12	170	152.0	18.0	2.0	16.0
	2	14	152	153.2	-1.2	-7.0	5.8
	3	15	155	154.4	4.6	-0.5	1.1
	4	16	168	155.7	12.3	7.5	4.8
2008	1	17	135	156.9	21.9	2.0	-23.9
	2	18	145	158.1	-13.1	-7.5	-5.6
	3	19	153	159.3	-6.0	-0.5	-5.5
	4	20	166	160.5	5.5	7.5	-2.0
2009	1	21	159	161.8	-2.8	2.0	-4.8
	2	22	152	163.0	-11.0	-9.0	-2.0
	3	25	153	164.2	-11.2	-0.5	-10.7
	4	24	163	165.4	-2.4	7.5	-9.9

جدول (17.20) يبين أسلوب احتساب أثر الفصل

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
	1.0	2.0	3.0	4.0
2004	-7.3	-11.5	-4.8	-1.0
2005	-10.2	-14.4	0.3	12.1
2006	5.9	-2.3	14.5	19.2
2007	18.0	1.2	0.6	12.3
2008	21.9	-13.1	-6.0	5.5
2009	-2.8	-11.0	-11.2	-2.4
متوسط أثر الموسم	-3.68	-10.5	-1.32	8.28
المتوسط المعدل لأثر الموسم	2.0	-9.0	-0.5	7.5

وإن المعادلة الأصلية:

$$\hat{Y}_i = 136.1 + 1.222\,T$$

يمكن أن يُعرف بأن القيمة الاتجاهية تزداد بمقدار متوسط (1.222) وحدة وعند تقريبها تصل إلى (1.2) سنوياً. فنقطة الانطلاق لها تصل في عام 2003 هي (136.1) وتزداد فصلياً بمقدار (1.2) تقريباً.

ثانياً: طريقة المتوسطات المتحركة Moving Averages Method

وهي طريقة تعتمد أسلوب استخراج التغييرات الموسمية بطريقة الأوساط المتحركة إن كان لأربعة فصول أو أكثر.

تطبيق 10

في الجدول (17.21) قيم استهلاك الطاقة الكهربائية للفرد الواحد (كيلو/شخص) للفصول، احسب أثر التغيرات الموسمية باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة.

الحل

القيام بجمع قيم كل أربعة فصول بالتتابع، ومن ثم تُجمع كل من المجموعتين على حدة

وبقسمتها على(8) للحصول على المتوسط المتحرك لثمانية فصول، ومنها يُستخرج الرقم القياسي بقسمة القيم الأصلية على القيم المتوسطة المتحركة للحصول على رقم قياسي يوضح الفرق بينه وبين (100) وهو أثر الفصل بنسبة مئوية صعوداً ونزولاً، والجدول التالي يبين ذلك.

جدول (17.21) يوضح احتساب التغيرات الموسمية بطريقة الأوساط المتحركة

السنة (1)	الفصل (2)	Y_i (3)	المجموع المتحرك ل 4 فصول (4)	المجموع المتحرك لكل مجموعتين من العمود 4(5)	الوسط المتحرك لكل مجموعة (6)	الرقم القياسي الموسمي % $\frac{3}{6}.(100)$	الانحراف $\sigma\%$ الانحراف عن100	الاتجاه
2005	1	50.8						
	2	86.8						
	3	102.0	314.8	631.9	$\frac{631.9}{8}=79$	$\frac{102}{74}(100)=129$	+29	صعود
	4	75.2	312.1	332.4	0.097	95.2	-4.8	نزول
2006	1	53.1	315	628.0	78.5	67.6	-32.4	نزول
	2	.748	313	629.9	78.7	107.6	7.6	صعود
	3	100.0	316	633.9	79.2	126.3	26.3	صعود
	4	79.1	317	463.3	80.4	98.4	-106	نزول
2007	1	53.2	326.3	664.8	83.1	64.0	-36	نزول
	2	94.0	338.5	677.9	84.7	111.0	+11	صعود
	3	112.2	339.4	681.4	85.2	131.7	31.7	صعود
	4	80.0	342.2	686.4	85.4	93.7	-6.3	نزول
2008	1	56.0	345.6	693.1	85.8	65.3	-34.7	صعود
	2	93.0	356.7	702.3	86.6	107.4	7.4	صعود
	3	116.5	365.5	723.2	87.8	132.7	32.7	نزول
	4	82.1	365.5	723.2	90.4	90.8	-9.2	نزول
2009	1	63.1	380.5	749.0	93.6	67.4	-32.6	نزول
	2	106.8	369.4	749.9	93.7	114.0	14	صعود
	3	128.5						
	4	71.0						

17.7 قياس التغيرات الدورية والعرضية

17.7.1 مفهوم التغيرات الدورية والعرضية

سبق وأن تم توضيح القيم المشاهدة (Y_i) لأي متغير اقتصادي هو محصلة تأثير أربعة قوى تؤلف مركبات السلسلة الزمنية وهي قوى الاتجاه العام (D) والقوى الموسمية (S) والقوى الدورية (C) والقوى العرضية (I) وبهذا فإن:

$$Y_i = D_i + S_i + C_i + I_i$$
$$Y_i = D_i * S_i * C_i * I_i$$

في المباحث السابقة تم توضيح كيفية تم عزل أثر قوى الاتجاه العام والقوى الموسمية، ومنها فإن الأثر المتبقي سيعود إلى القوى الدورية والعرضية:

$$C + I = Y_i - D_i - S_i$$
$$C * I = \frac{Y_i}{D * S}$$

التغيرات الدورية حركة اقتصادية طويلة الأمد والذبذبة وهي أقل إمكانية للتنبؤ والتخمين قياساً للموسمية، هذا إن المنشأة غير معنية كثيراً بحساب (الدورات الاقتصادية) على الإطار الجزئي، فهي تظهر على الإطار الكلي، لهذا يتناول استخدام بعض المؤشرات الرئيسية للدورة مثل (المخزون السلعي Inventory Levels)، حيث يمكن من خلال هذه المؤشرات تقييم الوضع الاقتصادي الكلي وحلول الدورة ومرحلتها.

تعود التغيرات الدورية إلى الظروف الاقتصادية التي تتكرر من فترة إلى أخرى والمسماة بـ (الدورة الاقتصادية) مثل الازدهار والأزمة والانكماش والانتعاش حيث تتراوح مدتها بين 4 - 8 سنوات.

وقد أُهمل هذا الجانب إحصائياً للأسباب الآتية:

1- عدم وجود أسلوب علمي يستطيع فصل تأثير القوى الدورية عن القوى العرضية والعشوائية.

2- عدم انتظام هذه التغيرات مما لا يجعلها موضوع بحث ودراسة اقتصادية.

3- يتوقف إظهار المتغيرات الدورية على الطريقة التي يتحدد بها الاتجاه العام.

4- إن الطريقة الأهم في هذا الصدد هي طريقة البواقي (Residuals) بعد عزل تأثير قوى الاتجاه العام والموسمية.

كما أن القيم الدورية تعتمد على مدى تفصيل البيانات المتاحة. فإذا ما كانت البيانات المعالجة فصلية أو شهرية فإن أثر الدورة سيتحقق بطرح المركبات الفصلية والاتجاه العام. وإذا ما كانت البيانات المعالجة سنوية فإن الأثر الدوري العرضي سيتم بعد استبعاد أثر الاتجاه العام فقط.

هناك طريقتان معتمدتان لتبيان تأثير المركبات الخاصة بالسلسلة الزمنية وهي:

أ- طريقة الجمع: تعتمد هذه الطريقة على فكرة أن القيمة الفعلية للظاهرة هي محصلة جمع القوى كافة وهي قوى الاتجاه العام والموسمية والدورية والعرضية أي:

$$Y_i = D_i + S_i + C_i + I_i$$

وتُستخدم هذه الطريقة عندما يكون مدى التغييرات الموسمية ثابت من سنة لأخرى ومستقل عن الاتجاه العام، بهذا فإن التشتت حول الاتجاه العام يكون ثابت تقريباً (أي الانحراف المعياري) ويُحسب كالآتي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}{n}}$$

حيث أن:

n = عدد المشاهدات أو العينية (فصلية = 4) (شهرية = 12) وهكذا.

فلو تم أخذ سلسلة زمنية شهرية ولمدة أربعة سنوات فسوف يكون هناك أربعة أوساط حسابية وأربعة انحرافات معيارية كل واحد بنسبة معينة. فإذا كان التشتت (σ) ثابتاً تقريباً مهما كانت قيمة الوسط الحسابي السنوي فإنه يمكن استخلاص القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية هي محصلة جمع القوى المكونة للسلسلة.

أما في حالة التردد والشك فيكفي حساب معادلة انحدار (σ) على (X) أي:

$$\sigma = a + bX$$

ودراسة قيمة ميل الخط المستقيم $(\hat{b})$.

فإذا ما كان $\hat{b} < 0.05$ فإنه يتم تبنى نموذج الجمع.

وإذا ما كان $\hat{b} < 0.10$ فإنه يتم تبنى نموذج الضرب.

وإذا ما كان $0.05 < \hat{b} < 0.15$ فإنه يُستخدم ويختار النموذج (الضرب أو الجمع) الذي يُعطي أفضل قيمة.

ب- طريقة الضرب

ويعتمد مبدأ أن القيمة الفعلية للظاهر هي محصلة ضرب القوى المكونة للسلسلة، فإذا ما كانت السلسلة لا تحتوي على تغيرات موسمية فالنسبة الحقيقية للظاهرة تساوي:

$$Y_i = D*C*I$$

وإذا ما كانت السلسلة فصلية أو شهرية فالعلاقة السابقة ستصبح:

$$Y_i = D*S*C*I$$

تطبيق 11

إذا ما تم أخذ بيانات التطبيق السابق عن استهلاك المياه فالمطلوب تحديد أي النموذج الذي يلاءم هذه البيانات.

الحل

أولاً: يُحسب أولاً الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل سنة على حدة وحسب الفصول فينتج الآتي:

المتغيرات / السنة	$\overline{X}$	σ
2005	78.7	.5881
2006	79.2	16.94
2007	84.8	.5512
2008	86.9	.5712
2009	92.4	26.58

ثانياً: يُحسب انحدار (σ) على (X_i).

$$\hat{b} = \frac{\sum (X_i - \overline{X})(\sigma_i - \overline{\sigma}_i)}{\sum (X_i - \overline{X})^2} = \frac{81.35}{120.74} = 0.63$$

$$\because \quad \hat{a} = \overline{\sigma} - \hat{b}\overline{X}$$

$$\hat{a} = 21 - 0.63(84.4) = -32.2$$

وستصبح معادلة الانحدار (على X) كالآتي:

$$\hat{\sigma} = -32.2 + 0.63\hat{X}$$

ومن هذه العلاقة يلاحظ أن $\hat{b} = 0.63 > 0.1$ وبذلك فإن النموذج الذي يعبر عنه محصلة القوى المؤثرة في السلسلة هو نموذج الضرب. بتعبير آخر فإن مدى التغيرات الموسمية غير ثابت من سنة لأخرى وبالتالي غير مستقل عن قيم الاتجاه العام. وبصورة عامة فإن نموذج الضرب هو النموذج المعتمد عادة في تحليل القوى الدورية والعشوائية إلا إذا نص على خلاف ذلك[1]

17.7.2: تقدير التغيرات الموسمية[2]

لقد سبق الذكر بأن التغيرات الموسمية للظواهر تحدث في أجزاء من السنة (أسبوعية، شهرية، ربع سنوية)، لذلك فإن البيانات الخاصة بالسلسلة الزمنية موضع الدراسة يجب أن تكون معدة على أساس الأجزاء التي من المراد حساب التغيرات الموسمية الخاصة بها. كذلك يجب أن تتوفر البيانات عن خمس سنوات على الأقل حتى يتأكد التغير الموسمي الخاص بأي جزء من السنة. والهدف من دراسة أثر التغيرات الموسمية هو الوقوف على حجم تلك التغيرات إما لتخليص الظاهرة موضع الدراسة منها أو لأخذها بعين الاعتبار عند اتخاذ قرارات تتعلق بالظاهرة. ويمكن تقدير التغيرات الموسمية بالطريقة التي تعتمد على نسبة القيم الأصلية للظاهرة إلى القيم الاتجاهية (المحسوبة من معادلة الاتجاه العام للظاهرة)، حيث أنها تُعطى نتائج دقيقة ومقبولة، وتتلخص خطوات هذه الطريقة في الآتي:

1- إيجاد القيم الاتجاهية للظاهرة لكل وحدة زمنية (شهر، فصل) حسب التوزيع الزمني

---

[1] أحمد رفيق قاسم، عمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص 41.

[2] نبيل محمد غنيم وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص239–240.

للسلسلة الزمنية.

2- استبعاد اثر الاتجاه العام للظاهرة وذلك بقسمة كل قيمة أصلية للظاهرة على القيم الاتجاهية المناظرة للظاهرة ثم ضرب الناتج

في 100، للحصول على القيم النسبية للظاهرة.

3- لاستبعاد أو للتقليل من اثر التغيرات الدورية والتغيرات العرضية، يتم حساب متوسط القيم النسبية لكل وحدة من الوحدات الزمنية للسلسلة (باستخدام متوسط مناسب غالباً المتوسط الحسابي أو الوسيط، وهذا المتوسط يسمى الدليل الموسمي للوحدة الزمنية وهو يظهر في صورة نسبة مئوية، وبالتالي يجب ملاحظة الآتي:

أ- إذا كان الوحدة الزمنية ربع سنوية، فإنه من المفترض أن يكون مجموع المتوسطات (مجموع الأدلة الموسمية) مساوياً 400، وإذا اختلف المجموع عن ذلك يجب تعديله ليصبح المجموع مساوياً 400 وذلك بضرب كل متوسط (دليل موسمي) في $\frac{400}{\text{المجموع الفعلي للمتوسطات}}$.

ب- إذا كان الوحدة الزمنية شهرية، فإنه من المفترض أن يكون مجموع المتوسطات مساوياً 1200، وإذا اختلف المجموع عن ذلك يجب تعديله ليصبح المجموع مساوياً 1200 وذلك بضرب كل متوسط في $\frac{1200}{\text{المجموع الفعلي للمتوسطات}}$

17.7.3 تقدير التغيرات الدورية[1]

التغيرات الدورية هي تغيرات متكررة الحدوث حول الاتجاه العام لظاهرة ما في فترات

[1] نبيل محمد غنيم وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص 244.

زمنية تزيد عن السنة ومن أمثلتها ما يسمى بدورة الأعمال في المجالات الاقتصادية. وعموماً فإن التغيرات الدورية ليست تغيرات قصيرة الأجل وفتراتها الزمنية قد لا تكون منتظمة. وفي الكثير من السلاسل الزمنية التي تعكس النشاطات الاقتصادية قد تكون الفترة الزمنية للدورة من 8 إلى 10 سنوات أو يزيد، أي أنه لا يمكن أن يظهر لهذه التغيرات أثر ملموس بين سنة وأخرى، حيث تستغرق وقتاً حتى يظهر لهذه تأثيرها وبالتالي فإن تقدير التغيرات الدورية في سلسلة زمنية لظاهرة ما يتطلب أن تكون هذه السلسلة الزمنية طويلة بالقدر الكافي لإظهار تلك التغيرات.

عموماً إذا كانت الوحدات الزمنية للسلسلة الزمنية هي وحدات سنوية فإنه لا يظهر بها أثر التغيرات الموسمية، ولتقدير أثر التغيرات الدورية يتم استبعاد أثر الاتجاه العام من القيم الأصلية للسلسلة الزمنية فتكون القيم النسبية الناتجة خاضعة لتأثير الدورية والعرضية. أما إذا كانت الوحدات الزمنية للسلسلة أقل من سنة فإنه يمكن أن يظهر بها أثر التغيرات الموسمية، وعليه فإنه يتطلب استبعاد أثر كل من الاتجاه العام والتغيرات المسمية، ثم تكوين ما يسمى بالدليل الدوري بطريقة مماثلة لطريقة تكوين الدليل الموسمي.

17.7.4 تقديرات التغيرات العرضية

بالنسبة للتغيرات العرضية فهي تغيرات شاذة وفجائية فإنه لا يمكن التنبؤ بوقوعها وقد لا يمكن تحديد الأثر الناتج عنها، فهي تغيرات عشوائية ليس لها شكل من أشكال الانتظام. ولذلك غالباً لا يتم تقدير الأثر الناتج عنها عدا في حالات خاصة وفيها يتم استبعاد اثر كل من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية والتغيرات الدورية.

تطبيق 12

بلغ الإنتاج الفعلي للشركة العربية لنسج القطن بالمليون متر كما هو مبين في الجدول (17.22) للسنوات 2005 - 2009 [1]

جدول (17.22) يوضح حساب انحدار Y على T للشركة العربية لإنتاج القطن (النسيج)

السنة	الفصل	T_i	Y_i	Y_iT_i	T_i^2	$\hat{Y}_i$	الرقم القياسي الموسمي
2005	1	1	5	5	1	5.94	84.2
	2	2	7	14	4	6.21	112.7
	3	3	10	30	9	6.48	154.3
	4	4	4	16	16	6.75	59.3
2006	1	5	6	30	25	7.02	85.5
	2	6	7	42	36	7.29	96.0
	3	7	11	77	49	7.56	145.5
	4	8	5	40	64	7.83	63.9
2007	1	9	7	63	81	8.10	86.4
	2	10	9	90	100	8.37	107.5
	3	11	12	132	121	8.64	138.9
	4	12	7	84	144	8.91	78.6
2008	1	13	8	104	169	9.18	87.2
	2	14	7	98	196	9.45	74.1
	3	15	14	210	225	9.72	144.0
	4	16	9	14	256	9.99	90.1
2009	1	17	10	120	289	10.26	97.5
	2	18	6	108	324	10.53	57.0
	3	19	15	285	361	10.80	138.9
	4	20	11	220	400	11.07	99.4
Σ		210	170	1962	2870	170.1	2001

[1] هذا التطبيق مقتبس بتصرف من أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق ، مرجع سبق ذكره ص ص 42 - 49.

المطلوب:

أولاً: معادلة انحدار Y على T والقيمة المقدرة للاتجاه العام.

ثانياً: الأرقام القياسية الموسمية.

ثالثاً: الأرقام القياسية للقوى الدورية والعرضية.

الحل

أولاً: إيجاد معادلة خط انحدار Y على T بمساعدة البيانات الواردة في الجدول (17.22) وستكون:

$$\hat{Y} = 5.67 + 0.27T_i$$

ويمكن استخراج قيم $(\hat{a})$ و $(\hat{b})$ بالطريقة المطولة أو بطريقة المتوالية الحسابية التي يمكن تلخيصها بالآتي[1]:

متوسط T:

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n} = \frac{n+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5$$

مجموع T:

$$\sum_{i-1}^{n} T_i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{20(20+1)}{2} = 210$$

متوسط Y:

---

[1] علي أبو القاسم محمد، أساليب الإحصاء التطبيقي، دار الشباب للنشر والترجمة والتوزيع ، المعهد العربي للتخطيط، الكويت، 1987، ص ص 224-226.

$$\overline{Y}=\frac{\sum Y_i}{n}=\frac{170.1}{20}=8.5$$

مجموع مربع الانحراف للزمن:

$$\sum\left(T_i-\overline{T}\right)^2=\frac{n(n^1+1)(n-1)}{12}=\frac{n(n^2-1)}{12}=\frac{7980}{12}=665$$

مجموع مربع للزمن يساوي:

$$\sum_{i-1}^{n}T_i^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{20(20+1)(2*20+1)}{6}=2870$$

$$S_T^2=\frac{\sum(T-\overline{T})^2}{n-1}=\frac{n(n+1)(n-1)}{12(n-1)}=\frac{n(n+1)}{12}=\frac{20(20+1)}{12}=\frac{420}{12}=35$$

وبالتالي فإن:

$$\hat{b}=\frac{S_{TY}}{S_T^2}=\frac{12S_{TY}}{n(n+1)}$$

$$S_{TY}=\frac{\sum YT-(\sum Y)(\sum T)/n}{n-1}=\frac{1962-(210)(170)/20}{19}=9.32$$

$$\hat{b}=\frac{12S_{TY}}{n(n+1)}=\frac{12(9.32)}{420}=0.266\cong 0.27$$

ومنها يمكن تحديد â وكالآتي:

$$\hat{a}=\overline{Y}-\hat{b}\overline{T}=8.5-0.27(10.5)=5.665\cong 5.67$$

كما يمكن الحصول على قيمة $\hat{a}$ من العلاقة الرياضية التالية:

$$\hat{a}=\overline{Y}-\hat{b}\overline{T}=\overline{Y}-\left[\frac{\hat{b}(n+1)}{2}\right]=\overline{Y}-\left[\frac{(n+1)}{2}\right]*\hat{b}$$

كما يمكن تطبيق العلاقات التالية للحصول على قيمتي $\hat{a}$ ، $\hat{b}$ وكالتالي:

$$\hat{b} = \frac{\sum Y_i T_i - n\overline{T}\overline{Y}}{\sum (T_i - \overline{T})^2} = \frac{1962 - 20(10.5)(8.5)}{665} = \frac{1962 - 1785}{665} = \frac{177}{665} \cong 0.27$$

$$\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{T} = 85 - 0.27(10.5) = 5.67$$

حيث الأساس هو الفصل الأخير لعام 2004، و T تمثل فصلاً كاملاً.

وبالتالي فإن معادلة الاتجاه الزمني العام تكون:

$$\hat{Y} = 5.67 + 0.27T$$

ثانياً: إيجاد الأرقام القياسية الموسمية بمساعدة الجدول (17.22) وتساوي:

$$SI = \frac{Y_i}{\hat{Y}_i} * (100)$$

ثالثاً: يُسحب الوسط الحسابي للأرقام القياسية الموسمية للفصول الأربعة (يُجمع كل صف ويُقسم على 5) وبمساعدة الجدول (17.23) الآتي:

جدول (17.23) يوضح حساب الوسط الحسابي للأرقام القياسية لكل فصل

السنة / الفصل	2005	2006	2007	2008	2009	الأرقام القياسية الموسمية	
						الخام	المعدلة
1	84.2	85.5	86.4	87.2	97.5	88.20	88.1
2	112.7	96.0	107.5	74.1	57.0	89.50	89.2
3	154.3	145.5	138.9	144.0	138.9	144.30	144.2
4	59.3	63.9	78.6	90.1	99.4	78.30	78.3
Σ	410.5	390.9	411.4	395.4	392.8	400.30	400.0

وتُعدّل الأرقام القياسية الخام بالعلاقة بين مجاميع الأرقام القياسية البالغة 400.3 ومجموعها العام هو 400 وعلى سبيل المثال فإن القيمة الأولى تساوي:

$$\frac{400.3}{400} * 88.2 = 88.1$$

رابعاً: تعديل الأرقام الفعلية بالأرقام القياسية الموسمية.

فبعد أن تم القيام باحتساب الأرقام القياسية الموسمية يتم اللجوء إلى تخليص القيم الفصلية من آثار القوى الموسمية وذلك بقسمة القيم الفعلية على الأرقام القياسية الموسمية المعدلة وضرب الناتج في 100، والجدول (17.24) يُعطى القيم الفعلية بعد استبعاد آثار القوى الموسمية.

جدول (17.24) يوضح استبعاد آثار القوى الموسمية وقوى الاتجاه العام للحصول على الأرقام القياسية الدورية

السنة (1)	الفصل (2)	Y_i (3)	الرقم القياسي الموسمي المعدل (4)	القيم الفعلية (5) (3÷4) 100	$\hat{Y}_i$ (6)	الأرقام القياسية الدورية (7) (5÷6) 100	نسبة زيادة أو النقص بسبب القوى الدورية % (8)
2005	1	5	688.1	5.68	5.94	95.6	-4.4
	2	1	89.20	7.83	6.21	126.1	+26.1
	3	10	144.20	6.93	6.48	106.9	+6.9
	4	4	78.30	5.11	6.75	75.7	-24.3
2006	1	6	088.1	6.81	7.02	97.0	-3.0
	2	7	89.40	7.83	7.29	107.4	+7.4
	3	11	144.20	7.63	7.56	100.9	+0.9
	4	5	78.30	6.39	7.83	91.6	-18.4
2007	1	7	88.10	7.95	8.10	98.1	-1.9
	2	9	89.40	10.07	8.37	120.3	+20.3
	3	12	144.20	8.32	8.64	96.3	-3.7
	4	7	78.30	8.94	8.91	100.3	0.3
2008	1	8	88.10	9.09	9.18	99.0	-1.0
	2	7	89.40	7.83	9.45	92.9	-17.1
	3	14	144.20	9.71	9.72	99.9	-0.1
	4	9	78.30	11.49	9.99	115.0	+15.0
2009	1	10	88.10	11.35	10.26	110.6	+10.6
	2	6	89.40	6.71	10.53	63.7	-36.3
	3	15	144.20	10.40	10.80	96.3	-3.7
	4	11	78.30	14.05	11.07	126.9	+26.9

خامساً: حساب الأرقام القياسية للقوى الدورية والعشوائية.

إذا ما تم نسب القيم الفعلية التي استخلصت منها آثار القوى الموسمية، إلى قيم الاتجاه العام وضرب الناتج في 100 ليتم الحصول على الأرقام القياسية للقوى الدورية والعشوائية. وحيث أنه وبعد الحصول على قيم الإنتاج الفعلي المعدلة بالرقم القياسي الموسمي فإن أي فرق بين القيم الفعلية وقيم الاتجاه العام إنما هو نتيجة للقوى الدورية والعشوائية. وبما أن القوى العشوائية لا يمكن التنبؤ بها فإن النتيجة التي تم الحصول عليها تُفسر على أنها تمثل القوى الدورية ويُعطي العمود الأخير من الجدول (15.24) الأرقام القياسية الدورية.

سادساً: تفسير النتائج

يُستدل من الجدول الأخير أن إنتاج النسيج المتوقع حسب النمو والتطور والاتجاه العام في الفصل الثالث من عام 2005 هو 6.48 مليون متر، إلا أن تفاعل القوى الموسمية والقوى الدورية قد جعلت الإنتاج الفعلي يصل إلى 10 مليون متر وهذه الزيادة جاءت نتيجة للقوى الموسمية التي أدت إلى زيادة مقدارها 44.2%، ونتيجة للقوى الدورية والعرضية أدت إلى زيادة أخرى مقدارها 6.9%.كما يُستنتج أن الإنتاج من الأقمشة في الفصل الثاني في عام 2008 قد بلغ (7) مليون متر.

لو كانت القوى الموسمية والدورية معدومة لكان لإنتاج مساوياً لـ (9.45) مليون متر والنقص الحاصل في الإنتاج خلال الفصل جاء نتيجة تفاعل العوامل الموسمية التي أدت إلى إنقاص الإنتاج بنسبة 10.6%، والعوامل الدورية التي أدت أيضاً إلى إنقاص الإنتاج بمقدار 17.2%.

يُستنتج من العمود (8) من الجدول الأخير (17.24) أن هناك انخفاضاً في الإنتاج

للفصلين الأول والرابع، في حين أن هناك زيادة في الفصلين الثاني والثالث، وتتكرر هذه الظاهرة بشكل دوري مما يعكس أثر القوى الدورية في الإنتاج.

تطبيق 13

أدناه إنتاج العنب في إحدى الدول المطلوب إيجاد:

1- معادلة الاتجاه العام بالطريقتين المباشرة والمختصرة لإنتاج العنب.

2- تفسير مدلول الثابتين a و b في معادلة الاتجاه العام.

3- حساب الأرقام القياسية للقوى الدورية المؤثرة في إنتاج العنب.

جدول (17.25) يوضح إنتاج العنب في إحدى الدول (ألف طن)

السنة	الإنتاج	السنة	الإنتاج
1995	383	2003	377
1996	408	2004	344
1997	419	2005	325
1998	404	2006	355
1999	386	2007	422
2000	414	2008	527
2001	409	2009	451
2002	395		

الحل

لإيجاد خط الاتجاه العام بالطريقة المختصرة يتم حساب الاتجاه العام:

$$\sum T_i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{15*16}{2} = 120$$

$$\overline{T} = \frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{6020}{15} = 401.3 = \hat{a}$$

$$\sum \left(T_i - \overline{T}\right)^2 = \frac{n(n+1)(n-1)}{12} = \frac{n(n^2-1)}{12} = \frac{15*224}{12} = 280$$

$$\hat{Y} = a\left(T_i - \overline{T} + b\right) = 2.3(T_i - 8 + 401.3)$$

وبالتالي فإن قيمة $\hat{b}$ تساوي:

$$\hat{b} = \frac{\sum t_i Y}{\sum t_i^2} = \frac{651}{280} = 2.325 \approx 2.3$$

ومنها يمكن الحصول على قيمة $\hat{a}$ و كالتالي:

$$\hat{a} = \overline{Y} - \hat{b}\overline{T} = 401.3 - 2.3(8) = 382.90$$

وتكون معادلة خط الاتجاه العام كالآتي:

$$\hat{Y} = 382.70 + 2.325T_i$$

حيث سنة الأساس هي (1997) وأن T سنة كاملة.

والجدول (17.26) الآتي يوضح نتائج الحسابات اللازمة للطريقة المختصرة في حساب خط الاتجاه العام:

جدول (17.26) يبين أسلوب احتساب الاتجاه العام

السنة	T_i	Y_i	$t_i = (T_i - \bar{T})$	t_i^2	$t_i Y_i$
1995	1	383	-7	49	-2681
1996	2	408	-6	36	-2448
1997	4	419	-5	25	2095
1998	4	404	-4	16	-1616
1999	5	387	-3	9	-1161
2000	6	414	-2	4	-828
2001	7	409	-1	1	-409
2002	8	395	0	0	0
2003	9	377	+1	2	+377
2004	10	344	+2	4	+688
2005	11	325	+3	9	+975
2006	12	355	+4	16	+1420
2007	13	422	+5	25	+2110
2008	14	527	+6	36	+3162
2009	15	451	+7	49	+3157
Σ	120	6020	0	280	+651

واستناداً إلى معادلة الاتجاه العام، يمكن إيجاد القيم النظرية (المتوقعة) $\hat{Y}_i$ وهي تمثل الإنتاج العام من العنب بعد حساب الرقم القياسي الدوري وذلك بنسبة Y_i إلى $\hat{Y}_i$ وضرب الناتج في مائة وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (17.27) التالي.

جدول (17.27) يوضح إنتاج العنب في أحد الأقطار وحساب الاتجاه العام والقوى الموسمية

السنة (1)	T (2)	Y_i (3)	$\hat{Y}_i$ (4)	الأرقام القياسية الدورية (نسبة التطور) 100(4÷3)=5	نسبة النمو أي نسبة الزيادة أو النقص* % (6)
1995	1	383	385.2	99.4	-0.6
1996	2	408	387.5	105.3	+5.3
1997	3	419	389.8	107.54	+7.5
1998	4	404	392.1	103.0	+3.0
1999	5	387	394.4	98.1	-1.9
2000	6	414	396.7	104.4	+4.4
2001	7	409	399.0	102.5	+2.5
2002	8	395	401.3	98.4	-1.6
2003	9	377	403.6	93.4	-6.6
2004	10	344	405.9	84.7	-15.3
2005	11	325	408.2	97.6	-20.4
2006	12	355	410.5	86.5	-13.5
2007	13	400	412.8	102.2	+2.2
2008	14	527	415.1	127.0	+27.0
2009	15	451	417.4	108.0	+8.0

* نسبة النمو تساوى نسبة التطور ناقصاً مئة.

التفسير

اتضح أن إنتاج العنب قد ارتفع في السنوات (1995-1997) بمقدار5.3% و 7.5% و3% بسبب القوى الدورية. بينما هذه القوى قد خفضت الإنتاج من عام 2002 لغاية 2006 بنسب تتفاوت عما كان متوقعاً له بفعل النمو والتطور العام. أما في عام 2008 فقد ارتفع الإنتاج بنسبة 27% وبمقدار 8% في 2009 عما هو متوقع. وهكذا فإن القوى الدورية تضع بصماتها على الإنتاج حيث تختلف (تمتد) الدورة ما بين الأعوام (أي عامين وخمسة أعوام) وقد تكون نتائجها موجبة فتؤدي إلى زيادة الإنتاج أو سالبة فتؤدي إلى هبوطه. أما القوى العشوائية فلا يمكن التنبؤ بها لأنها تحدث في ظروف استثنائية كالزلازل والإضرابات

والهزات والمصائب والحروب والكوارث الطبيعية و الانهيارات المالية، حيث تبقى دون قياس ولهذا تُدمج ضمن القوى الدورية.

تطبيق 14

أوجد الدليل الموسمي لإنتاج البيض بمحطات القطاعين العام والخاص بالمنطقة الشرقية بليبيا خلال الفترة 2003-2007 الموضحة بالجدول (17.28) التالي:

جدول (17.28)إنتاج البيض بالمنطقة الشرقية بمحطات القطاع العام خلال أرباع السنوات للفترة (2003-2007)

السنوات / الأرباع	2003	2004	2005	2006	2007
الربع الأول	18410	12732	14130	16840	17600
الرابع الثاني	11920	10545	14500	14800	12710
الربع الثالث	15400	8693	7290	12200	19300
الربع الرابع	12500	11092	13890	14540	19330
الإجمالي	58230	43062	49810	58380	68940

المصدر: شريف غيث هاشم المنفي، دراسة تحليلية اقتصادية للعوامل المؤثرة على التغيرات الموسمية في الطلب والعرض على البيض في المنطقة الشرقية لليبيا، رسالة ماجستير، قسم الاقتصاد الزراعي، كلية الزراعة، جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2008، ص ص 132-137.

1- الدليل الموسمي لكميات البيض المنتجة بمحطات القطاع العام (2003-2007)

يتم أخذ المتوسط العام للإنتاج لكل المواسم، على أنه يعكس القيمة الاتجاهية للإنتاج، ثم يتم التخلص من أثر الاتجاه بقسمة القيم الفعلية للإنتاج لكل موسم على القيمة الاتجاهية ويتم أخذ المتوسط الحسابي لبيانات كل موسم للحصول على الدليل الموسمي وتُسمى هذه الطريقة بطريقة النسبة إلى المتوسط العام[1]. ويمكن حساب الدليل الموسمي للإنتاج من خلال

[1] أبو القاسم الطبولي وفتحي بوسدرة، أساسيات الإحصاء، منشورات الدار الليبية للنشر والتوزيع والإعلان، مصراته، ليبيا، 1988، ص 122.

بيانات الجدول رقم (17.28) الذي يوضح إنتاج البيض بالمنطقة الشرقية خلال السنوات2003 - 2007.

ولتقدير الدليل الموسمي لإنتاج البيض بالقطاع العام يتم إتباع الخطوات التالية:

1- يتم حساب المتوسط العام لكافة الأرباع بقسمة المجموع الكلي لقيم الظاهرة على عدد الأرباع بالسلسلة.

2- يتم حساب متوسط لكل ربع سنة بأخذ مجموع كل ربع (المجموع الأفقي) ثم يتم القسمة على عدد السنوات، بذلك يتم الوصول إلى المتوسط الموسمي.

3- يتم نسب المتوسط الموسمي إلى المتوسط العام ويتم ضرب في المائة للحصول على الرقم القياسي أو ما يسمي بالدليل الموسمي.

ويمكن الحصول على الدليل الموسمي للربع الأول وفقاً للخطوات التالية:

$$13921.1 = \frac{278422}{20} =$$

$$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{إجمالي الانتاج بالقطاع العام }(2003-2007)}{\text{عدد أرباع السنوات}}$$

لحساب المتوسط الموسمي يتم قسمة مجموع كل موسم على عدد السنوات فمثل:

$$\text{الدليل الموسمي للربع الأول} = \frac{15942.4}{13921.1} = 1.14 * 100 = 114\%$$

وهكذا يتم حساب باقي أرباع السنة وكما هو موضح بالجدول رقم (17.29) التالي:

جدول (17.29) استخراج الدليل الموسمي لإنتاج البيض بمحطات القطاع العام بالمنطقة الشرقية خلال الفترة (2003-2007)

الإنتاج بالصندوق*

فصول السنة / السنوات	2003	2004	2005	2006	2007	إجمالي	المتوسط الموسمي	الدليل الموسمي
الربع الأول	18410	12732	14130	16840	16700	79712	15942.4	%114
الربع الثاني	11920	10545	14500	14800	12710	64475	12895	%92
الربع الثالث	15400	8693	7290	12200	19300	62883	12576.6	%90
الرابع الرابع	12500	11092	13890	14540	19330	71352	14270.4	%102
						278442		

المصدر: الشريف غيث هاشم، مرجع سبق ذكره، ص 134

*الصندوق يحتوى على 12 طبق والطبق يحتوى على 30 بيضة ومتوسط وزن البيضة الواحدة 55 جرام وزن الصندوق حوالي 17.5 كيلو جرام.

تشير التقديرات الأولية للدليل الموسمي لإنتاج البيض بمحطات المنطقة الشرقية للقطاع العام خلال الخمس سنوات الأخيرة من عام 2003 إلى عام 2007 على أساس أن السنة مقسمة إلى أربعة فترات، كل ثلاثة شهور تمثل ربع من السنة، إن الدليل الموسمي للإنتاج خلال الربع الأول والذي يمثل شهور أي النار والنوار والربع (يناير وفبراير ومارس) قدر بنحو 14% ويرجع ذلك إلى أثر الموسم خلال شهور الشتاء وهو زيادة في الإنتاج عن المتوسط العام، أي أن الإنتاج يزيد عن المتوسط العام بنحو 14% نتيجة أثر الموسم، ويؤثر الربع الأخير من السنة وهو بداية فصل الشتاء على التغيرات الموسمية في الإنتاج بالزيادة، ولكنها زيادة طفيفة تمثل نحو 2% عن المتوسط العام للإنتاج خلال فترة الخمس سنوات المشار إليها، ويشير الدليل الموسمي للربعين الثاني والثالث من السنوات الخمس إلى انخفاض الدليل الموسمي لحجم الإنتاج عن المتوسط العام بنحو 8% و 10% لكل من الربع الثاني والربع الثالث على الترتيب، كما هو موضح بالجدول رقم (17.29) للدليل الموسمي لإنتاج البيض بالمنطقة الشرقية للقطاع العام.

2 – حساب الدليل الموسمي لكمية البيض المنتجة بمحطات القطاع الخاص

كما أوضحت نتائج التحليل للدليل الموسمي لكمية البيض المنتجة بمحطات القطاع الخاص خلال الخمس سنوات الأخيرة من عام 2003 إلى عام 2007، إن الدليل الموسمي للإنتاج خلال الربع الأول للقطاع الخاص والذي يمثل شهور يناير وفبراير ومارس قُدّر بنحو 117% ويرجع ذلك إلى أثر الموسم خلال شهور الشتاء وهو زيادة في الإنتاج عن المتوسط العام، أي أن الإنتاج يزيد عن المتوسط العام بنحو 17% نتيجة أثر الموسم، ويؤثر الربع الأخير من السنة وهو بداية فصل الشتاء على التغيرات الموسمية في الإنتاج بالزيادة، ولكنها زيادة طفيفة تمثل نحو 1% عن المتوسط العام للإنتاج خلال فترة الخمس سنوات المشار إليها، يشير الدليل الموسمي للربعين الثاني والثالث من السنوات الخمس إلى انخفاض الدليل الموسمي لحجم الإنتاج عن المتوسط العام بنحو 6% و 13% لكل من الربعين الثاني والثالث على الترتيب، وكما هو موضح بالجدول رقم (17.30) التالي:

جدول (17.30) الدليل الموسمي لإنتاج البيض بمحطات القطاع الخاص بالمنطقة الشرقية من ليبيا خلال الفترة (2003-2007)

الإنتاج بالصندوق*

السنوات / فصول السنة	2003	2004	2005	2006	2007	إجمالي	المتوسط الموسمي	الدليل الموسمي
الربع الأول	15400	10150	12350	13800	15320	67020	13404	%117
الربع الثاني	9650	9325	12550	11850	10750	54125	54125	%95
الربع الثالث	13150	5930	4350	9860	16320	49610	49610	%87
الربع الرابع	9460	8960	10500	12600	15770	57290	57290	%101
						228045		

المصدر: الشريف غيث هاشم، مرجع سبق ذكره، ص 135.

3- حساب الدليل الموسمي لأسعار البيض المنتج من محطات القطاع العام (2003-2007)

يوضح الدليل الموسمي للأسعار، أثر الموسم على التغيرات السعرية للبيض خلال شهور السنة حيث ارتفع الدليل الموسمي لأسعار البيض، خلال الربعين الأول والأخير بنحو 23% و 6% للخمس سنوات عن المتوسط العام لكل منهما على الترتيب، في حين انخفض الدليل الموسمي لأسعار البيض خلال الربعين الثاني والثالث للفترة 2003-2007 عن المتوسط العام بنحو 2%، 29% لكل منهما على الترتيب وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (17.31) التالي:

جدول (17.31) الدليل الموسمي لإنتاج البيض المنتج بمحطات القطاع العام في المنطقة الشرقية من ليبيا خلال الفترة (2003-2007) السعر بالطبق وسعر الطبق كما مبين بالجدول بالدينار الليبي

السنوات / فصول السنة	2003	2004	2005	2006	2007	إجمالي	المتوسط الموسمي	الدليل الموسمي
الربع الأول	3.56	3.50	3.75	3.70	3.08	14.61	3.51	123
الربع الثاني	2.83	2.60	2.83	3.61	2.50	13.92	2.79	98
الربع الثالث	1.66	1.76	2.83	2.10	1.83	10.18	2.03	71
الرابع الرابع	2.14	2.53	3.43	2.96	3.83	15.16	3.03	106
						56.85		

المصدر: الشريف غيث هاشم، مرجع سبق ذكره، ص 136.

4- حساب الدليل الموسمي لأسعار البيض المنتج من محطات القطاع الخاص (2003-2007)

يوضح الجدول رقم (17.32) الدليل الموسمي لأسعار البيض المنتج من محطات القطاع الخاص بالمنطقة الشرقية، أثر الموسم على التغيرات السعرية للبيض خلال شهور السنة حيث ارتفع الدليل الموسمي للأسعار خلال الربعين الأول والأخير بنحو 20% و 1% عن المتوسط العام لكل منهما على الترتيب، في حين انخفض الدليل الموسمي للأسعار خلال الربعين الثاني والثالث للفترة (2003-2007) عن المتوسط العام بنحو 12% و 20% لكل منهما على الترتيب.

جدول (17.32) الدليل الموسمي لأسعار البيض للقطاع الخاص في المنطقة الشرقية من ليبيا خلال الفترة (2003-2007)

سعر الطبق بالدينار الليبي

السنوات / فصول السنة	2003	2004	2005	2006	2007	إجمالي	المتوسط الموسمي	الدليل الموسمي
الربع الأول	3.42	3.45	3.80	3.75	2.85	17.27	3.45	%120
الربع الثاني	2.74	2.51	2.79	3.77	2.25	14.06	2.81	%98
الربع الثالث	1.55	1.73	3.65	2.85	1.76	11.54	2.3	%89
الربع الرابع	2.35	2.72	2.53	2.90	3.95	15.45	2.89	%101
						57.07		

المصدر: الشريف غيث هاشم، مرجع سبق ذكره، ص 137.

تطبيق 15

الجدول التالي يوضح قيم المبيعات لجميع أنواع السيارات في إحدى الشركات المساهمة في ليبيا للسنوات 2004 – 2008[1]

المطلوب

1- إيجاد الاتجاه العام للسلسلة.

2- إيجاد المؤشرات الموسمية.

3- قيمة الاتجاه العام في الثلث الأول، الثاني، والثالث لسنة 2009.

[1] هذا المثال تم اقتباسه بتصرف من علي أبو القاسم، أساليب الإحصاء التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ص 225 – 242.

الجدول رقم (17.33) مبيعات السيارات بإحدى الشركات المساهمة بليبيا خلال الفترة 2004– 2008

السنة	الثلث	مبيعات السيارات (آلاف الدنانير)
2004	1	2884.1
	2	2324.2
	3	3144.1
2005	1	3344.7
	2	2846.6
	3	2887.5
2006	1	2228.1
	2	2228.2
	3	2265.0
2007	1	1686.8
	2	2040.9
	3	2165.7
2008	1	2728.5
	2	2504.9
	3	2604.4

الحل

الجدول رقم (17.34)

السنة	T_i	Y_i	Y_iT_i	T_i^2	
2004	1	28884.1	2884.1	1	$\sum T_i = \frac{n}{2}(n+1) = \frac{15*16}{2} = 120$ $\bar{T} = 8$
	2	2324.2	4648.4	4	
	3	3144.1	9432.3	9	
2005	4	3344.7	13378.8	16	$\sum T_i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
	5	2846.6	14233	25	
	6	2887.5	17325	36	
2006	7	2228.1	15596.7	49	$= \frac{15*16*31}{6} = 5*8*31$
	8	2228.2	17825.6	64	
	9	2265.0	20385	81	
2007	10	1686.8	16868	100	$\bar{Y} = \frac{37883.7}{15} = 2525.58$
	11	2040.9	22449.9	121	
	12	2165.7	25988.4	144	
2008	13	2728.5	35470.5	169	$n\bar{Y}\bar{T} = 15*8*2525.58 = 303069.6$ $n\bar{T}^2 = 15(8)^2 = 960$
	14	2504.9	35068.6	196	
	15	2604.4	39066	225	
	$\sum T_i = 120$	$\sum Y_i = 37883.7$	$\sum Y_iT_i = 290620.3$	$\sum T_i^2 = 1240$	$n = 15$

$$\hat{b} = \frac{290620.3 - 303069.6}{1240 - 960} = \frac{-12449.3}{280} = -44.46$$

وكذلك بما أن

$$\hat{a} = \bar{Y} - b\bar{T} = 2525.58 + 44.46*8 = 2881.26$$

إذاً الاتجاه العام للسلسلة هو

$$\hat{Y} = a + bT$$

$$Y = 2881.26 - 44.46T$$

باعتبار فترة الأساس هي "الثلث (الموسم) الثالث (الأخير) لسنة 2003".

من هذا يتضح أن القيمة التقديرية للاتجاه العام للسلسلة هو كما في الجدول التالي:

الجدول رقم (17.35)

الاتجاه العام $\hat{Y} = 2881.26 - 44.46T$	المبيعات الفعلية Y	الزمن T	الثلث	السنة
2836.80	2884.1	1	1	2004
2792.34	2324.2	2	2	
2747.88	3144.1	3	3	
2703.42	3344.7	4	1	2005
2658.96	2846.6	5	2	
2614.50	2887.5	6	3	
2570.40	2228.1	7	1	2006
2525.58	2228.2	8	2	
2481.12	2265.0	9	3	
2436.66	1686.8	10	1	2007
2392.20	2040.9	11	2	
2347.74	2165.7	12	3	
2303.28	2728.5	13	1	2008
2258.82	2504.9	14	2	
2214.36	2604.4	15	3	
2169.90	-	16	1	2009
2125.44	-	17	2	
2080.98	-	18	3	

1- المؤشرات الموسمية

بعد أن تم توضيح كيفية الحصول على معادلة الاتجاه العام وبالتالي يتم توضيح الحصول على المؤشرات الموسمية ولكن قبل أن يمكن توضيح ذلك لا بد من الرجوع إلى تعريف مفهوم المتوسطات المتحركة Moving Averages والتي تم توضيح كيفية حسابها مسبقاً (وذلك لان الحاجة إليها عند حساب هذه المؤشرات).

المتوسطات المتحركة

يعرف المتوسط المتحرك بأنه الوسط الحسابي لعدد فردي من القيم المتتالية للسلسلة

الزمنية (مثلاً ثلاث سنوات أو خمس سنوات أو سبع سنوات وهكذا). وعند حساب المتوسط المتحرك تعبر قيمته عن قيمة المتغير للسنة الوسطى.

فإذا تم حساب المتوسط المتحرك لإجمالي الصادرات للسنين 2005، 2006 ،2007 فإن القيمة الناتجة تعتبر بمثابة الصادرات لسنة 2008 ... الخ وعليه إذا كانت هناك المشاهدات X1، X2، X3، Xn... فإذا تم حساب المتوسط المتحرك لثلاث سنوات تكون النتيجة كما يلي:

$$\hat{X}_3 = \frac{X_2 + X_3 + X_4}{3} \qquad \hat{X}_2 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$\hat{X}_{n-1} = \frac{X_{n-2} + X_{n-1} + X_n}{3} \qquad \hat{X}_4 = \frac{X_3 \times X_4 + X_5}{3}$$

يُلاحظ أنه لا توجد قيم لـ $\bar{X}_1$ $\bar{X}_n$ and في حالة المتوسط المتحرك الثلاثي أي أن هنالك حدين مفقودين وكذلك في حالة المتوسط المتحرك الخماسي فإنه يتم فقد أربعة من الحدود وهكذا، وفائدة المتوسطات المتحركة أنها تلغي كثيراً من التذبذبات العنيفة من السلسلة الأصلية.

للحصول على المؤشرات الموسمية في حالة بيانات مبيعات السيارات حيث توضح الأعمدة (1) و (2) و (3) و (4) في الجدول رقم (17.36) إعادة لما تم توضيحه في الجداول السابقة ولكن في العمود (5) يتم الحصول على المتوسطات المتحركة الثلاثية وذلك لأنه هناك بيانات ثلاثية لكل سنة مما يعني أن هناك ثلاثة مواسم سنوية، حيث يُرمز لها بالحروف S_1 ، S_2،S_3 إن الرقم الأول في هذا العمود وهو 2784.13.عبارة عن المتوسط للثلاث قيم 2884.1 ، 3144.1 ، 2327.7 وعليه فهو متوسط للسنة، التي تبدأ في الثلث الأول لسنة

2004 وتنتهي في الثلث لنفس السنة، وكذلك الرقم الثاني وهو 2937.67 هو عبارة عن متوسط للسنة التي تبدأ في الثلث لسنة 2004 وتنتهي في الثلث الأول للسنة 2005 وهكذا بقية القيم في هذا العمود. إذا هذه الأرقام هي عبارة عن متوسطات لسنين ومن ثم فهي لا تحتوي على آثار تأثير موسمي، كما أنها يتوقع أن تكون قد خليت من أي تأثير عشوائي. فإذا كانت المشاهدات الأصلية في العمود (4) هي عبارة عن حصيلة ضرب الأربعة مكونات أي أن Y= T*C*S*I فإن القيم في العمود (5) قد نُقيّت وصُفّيت من أي تأثير للمواسم والتغيرات العشوائية فهي إذن عبارة عن حاصل ضرب تأثير الاتجاه العام مع المتغير الدوري أي أنها TC.

من هنا يتضح أنه تم قسمة القيم في العمود (4) على القيم في العمود (5) أي:

$$\frac{Y}{TC} = \frac{TCSI}{TC}$$

لكي يتم الحصول على SI، أي أن بيانات العمود (6) هي عبارة عن حاصل ضرب المؤشرات الموسمية والعشوائية. ولكن يُلاحظ أن القيمة الأولى وهي 83.48 هي عبارة عن (S*I) للموسم الثاني من السنة الأولى وكذا 107.027 هي (S*I) للموسم الثالث في السنة الأولى و 107.48 هي (S*I) للموسم الأول للسنة الثانية و 94.06 هي (S*I) للموسم الثاني من السنة الثانية و 108.79 هي (S*I) للموسم الثالث من السنة الثانية و 91.02 هي (S*I) للموسم الأول من السنة الثالثة وهكذا.

الجدول رقم (17.36)

(1) السنة	(2) الثلث	(3) الزمن	(4) المشاهدات المنظورة (آلاف الدنانير) Y= T * C * S * I	(5) المتوسطات المتحركة T * C	(6) المؤشرات الموسمية (النسبة المئوية) S * I %
2004	1	1	2884.1	-	-
	2	2	2324.2	2784.13	83.480
	3	3	3144.1	2937.67	107.027
2005	1	4	3344.7	3111.8	107.480
	2	5	2846.6	3026.26	94.060
	3	6	2887.5	2654.06	108.790
2006	1	7	2228.1	2447.93	91.020
	2	8	2228.1	2240.43	99.450
	3	9	2265.0	2060.0	109.950
2007	1	10	1686.8	1997.56	84.440
	2	11	2040.9	1964.46	103.890
	3	12	2165.7	2311.7	93.680
2008	1	13	2728.5	2466.36	110.630
	2	14	2504.9	2612.6	95.870
	3	15	2604.4	-	-

إذا القيمتان 83.48 و 94.06 تمثلان الموسم الثاني ولكن في سنتين مختلفتين مع وجود تأثير التغير العشوائي وكذا القيمتين 107.027و 108.79 هما تمثلان الموسم الثالث ولكن لسنتين مختلفتين وكذلك الحال بالنسبة للقيمتين 107.048 و 91.02 فهما تمثلان الموسم الأول ولكن لسنتين مختلفتين مع وجود التأثير العشوائي بطبيعة الحال. إذا لو تم الحصول على متوسط لكل واحد من المؤشرات الثلاث لأمكن تقدير S_1، S_2، S_3 لأنه في عملية أخذ المتوسطات يُكون قد تم التخلص من التأثير العشوائي وتأثير السنين وهذا ما تم القيام به في الجدول رقم (17.37).

الجدول رقم (17.37)

السنة	المؤشرات الموسمية S%			المجموع
	الثلث الأول	الثلث الثاني	الثلث الثالث	
2004	-	83.48	107.027	
2005	107.48	94.06	108.790	
2006	91.02	99.45	109.950	
2007	84.44	103.89	93.680	
2008	110.63	95.87	-	
المجموع	393.57	476.75	419.447	
المتوسط*	98.39	95.35	104.860	298.6*
الرقم القياسي للموسمية**	S_1= 98.85	S_2 = 95.80	S_3 = 105.35	300

وبهذا يكون

S_1 هو المؤشر الموسمي للثلث الأول من السنة = 98.85

S_2 هو المؤشر الموسمي للثلث الثاني من السنة = 95.80

S_3 هو المؤشر الموسمي للثلث الثالث من السنة = 105.35

أما معادلة الاتجاه العام فقد تم تقديرها وكانت المعادلة هي:

$$\hat{Y} = 2881.26 - 44.46T$$

وكذا المؤشرات الموسمية الثلاثة حيث:

$$S_1 = 98.85 \qquad S_2 = 95.80 \qquad S_3 = 105.35$$

---

* بما أن المؤشرات تمثل 100% في حالة عدم وجود تأثير موسمي أي مجموعها يفترض أن يكون 300 ولكنه هنا 298.6 ولذلك يجب تعديلها ليكون مجموعها 300 فإنه يتم ضرب كل منها في 300/298.6.

** وهكذا فإن:

$$S_1 = \frac{98.39}{298.6} * 300 = 98.85\% \qquad S_2 = \frac{95.35}{298.6} * 300 = 95.80$$

$$S_3 = \frac{104.86 * 300}{298.6} = 105.35$$

2- التغيرات الدورية

لقد سبق الحصول في الجدول رقم (15.36) على المتغير S_1 وللحصول على المكونة الدورية يتم القيام بحساب متوسط متحرك ذو درجة معقولة اثنين أو أربعة أو خمسة وهكذا يتم التخلص من التغير العشوائي لمعرفة إن تم فعلاً التخلص من هذا التغير أم لا ، ويمكن رسم قيمة المتوسط المتحرك مقابل الزمن فإن اختفت التذبذبات الكثيرة وظهر منحنى أملس أو شبيه به دل ذلك على الحصول على المكونة الدورية. أما إذا كانت هذه التذبذبات ما زالت ظاهرة وبصورة واضحة فإن ذلك يعنى الحاجة لأخذ متوسط متحرك ذو درجة مختلفة، وهكذا حتى الحصول على منحى أملس أو شبيه به. الآن وقد أمكن الحصول على هذه التغيرات فإنه يجب دراستها تفصيلياً، فإن أظهرت بعض الدورات المتكررة أمكن تكوين المؤشرات الدورية بنفس الطريقة التي أمكن بها تكوين المؤشرات الموسمية.

3- التنبؤ

لقد سبق و أن تم ذكر بأن من أهم أسباب دراسة السلاسل الزمنية هو عمل التنبؤات والإسقاطات، وحيث تم التمكّن من الحصول على معادلة الاتجاه العام Y والمؤشرات الموسمية، كما تم التمكّن من إظهار التغيرات الدورية. وهكذا للتنبؤ بقيمة Y في فترة زمنية معينة، فإنه يتم حساب الاتجاه العام لتلك الفترة ثم إيجاد المؤشر الموسمي لتلك الفترة وبضرب القيمتين للحصول على $\hat{Y}S$. فإذا تم التعرف على شكل التغير الدوري أمكن تعديل القيمة $\hat{Y}S$ بضربها في قيمة C لتلك الفترة. ماعدا ذلك يمكن استعمال قيمة $Y = \hat{Y}S$ للتنبؤ.

وفي الجدول (17.38) يتم تركيب السلسلة $Y = \hat{Y}S$ ،حيث معادلة الاتجاه العام هي:

$\hat{Y} = 2881.26 - 44.46T$ والمؤشرات الموسمية هي $S_1 = 98.85$، $S_2 = 95.80$، $S_3 = 105.35$

الجدول رقم (17.38)

(5) تركيب السلسلة $Y = \hat{Y} * S$ (آلاف الدنانير)	(4) الرقم القياسي للتغيرات الموسمية S%	(3) الاتجاه العام للسلسلة $\hat{Y} = 2881.26 - 44.46T$ (آلاف الدنانير)	(2) الزمن t	(1) السنة
2804.18	98.85	2836.80	1	2004
2675.06	95.80	2792.34	2	
2894.89	105.35	2747.88	3	
2672.333	98.85	2703.42	4	2005
2547.98	95.80	2658.96	5	
2754.37	105.35	2614.50	6	
2540.48	98.85	2570.04	7	2006
2419.50	95.80	2525.58	8	
2473.34	105.35	2481.12	9	
2408.63	98.85	2436.66	10	2007
2291.73	95.80	2392.20	11	
2473.34	105.35	2347.74	12	
2276.79	98.85	2303.28	13	2008
2163.95	95.80	2258.82	14	
2332.83	105.35	2214.36	15	

ملاحظة

لا بد أن يتم التبنية إلى أن الخبرة والممارسة العملية هي وحدها الكفيلة بتمكين المحلل من الحصول على قيم جيدة وقريبة من الواقع عند التنبؤ وعليه فإن التحليل النظري ليس بدلاً للخبرة والممارسة وإنما هو مكمل لها.

للتنبؤ بقيم المبيعات خلال الثلث الأول والثاني والثالث سنة 2009 فإن قيم t لهذه المواسم هي 16 و 17 و 18 على التوالي وعليه فإن القيم المتنبأ بها هي كما في جدول (17.39) أدناه.

جدول رقم (17.39) إيجاد قيم المبيعات المتوقعة خلال الثلث الأول والثاني والثالث لسنة 2009

المبيعات المتوقعة $Y = \hat{Y} * S$ (آلاف الدنانير)	التغيرات الموسمية **S%**	الاتجاه العام $\hat{Y} = 2881.26 - 44.46T$ (آلاف الدنانير)	الزمن **T**	السنة
2144.94	98.85	2169.90	16	2009
2036.17	95.80	2125.44	17	
2192.31	105.35	2080.98	18	

تطبيق 16

البيانات التالية بالجدول (17.40) تُمثل استهلاك الطاقة الكهربائية بملايين الكيلو وات في الساعة في دولة ما خلال الفترة من 2002 – 2009.

والمطلوب

أ- أوجد الدليل الموسمي باستخدام كل من

1- طريقة النسب المئوية.

2- طريقة النسب المئوية للاتجاه العام.

جدول (17.40) استهلاك الطاقة الكهربائية في دولة ما خلال الفترة من 2002 - 2009 بملايين الكيلو وات / الساعة

الشهور / السنوات	الشهر الأول	الشهر الثاني	الشهر الثالث	الشهر الرابع	الشهر الخامس	الشهر السادس	الشهر السابع	الشهر الثامن	الشهر التاسع	الشهر العاشر	الشهر الحادي عشر	الشهر الثاني عشر	مجموع الاستهلاك	متوسط الاستهلاك
2002	318	281	278	250	231	216	223	245	269	302	325	247	3185	273.7
2003	342	309	299	268	249	236	242	262	288	321	342	364	3522	293.5
2004	367	328	320	387	269	251	259	284	309	345	367	394	3780	315.0
2005	392	349	342	311	290	273	282	305	328	364	389	417	4042	315.0
2006	420	378	370	334	314	296	305	330	356	396	422	452	4373	364.4
2007	453	412	398	362	341	322	335	359	392	427	454	483	4738	394.8
2008	487	440	429	393	370	347	357	388	415	457	491	516	5090	424.2
2009	529	477	463	423	398	380	389	419	484	493	526	560	5505	458.7

الحل

أ- الدليل الموسمي باستخدام طريقة متوسط النسب المئوية:

يتم أولاً جمع الاستهلاك السنوي خلال الشهور الاثني عشر ومن ثم يتم إيجاد المتوسط السنوي للاستهلاك، فمثلاً يلاحظ أن مجموع استهلاك الطاقة في سنة 2002 هو 3185 مليون كيلو وات / ساعة وبذلك فإن متوسط الاستهلاك الشهري لسنة 2002 سيكون 273.75 ($\frac{3185}{12}$) مليون كيلو وات/ساعة ... وهكذا حساب باقي المتوسطات. وبقسمة البيانات الشهرية المعطاة في الجدول (17.40) بالمتوسطات الشهرية المقابلة لكل سنة والضرب في 100 لكي يتم التعبير عنها في صورة نسبة مئوية (باعتبار النموذج كنموذج تجميعي)، وبالتالي فإنه يتم الحصول على النسب، وعلى سبيل المثال النسبة المئوية للاستهلاك خلال الشهر الأول من سنة 2002 مقارنة بالمتوسط الشهري للاستهلاك خلال عام 2002 سيكون (318÷273.75) * 100 = 116.2% ... وهكذا باقي القيم كما هو موضح بالجدول رقم (17.41) التالي:

جدول (17.41) النسب المئوية لاستهلاك الطاقة*

السنة / الشهور	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	مجموع النسب الشهرية	متوسط النسب الشهرية
الأول	116.2	116.5	116.5	116.4	115.3	114.7	114.8	115.3	925.7	115.7
الثاني	102.7	105.3	104.1	103.6	103.7	104.4	107.7	104.0	831.5	103.9
الثالث	101.6	101.9	101.6	101.5	101.5	100.8	101.1	100.9	810.9	101.4
الرابع	91.3	91.3	91.1	92.3	91.7	91.7	92.6	92.2	774.2	91.8
الخامس	84.4	84.8	85.4	86.1	86.2	86.4	87.2	86.8	687.3	85.9
السادس	78.9	80.4	79.7	81.1	81.2	81.6	81.8	82.8	647.5	80.9
السابع	81.5	82.5	82.2	83.7	83.7	84.9	84.2	84.8	667.5	80.9
الثامن	89.5	98.3	90.2	90.6	90.6	90.9	91.5	91.3	723.9	90.5
التاسع	98.3	98.1	98.1	97.4	97.7	99.3	97.6	97.7	784.4	98.1
العاشر	110.3	109.4	109.5	108.1	108.7	108.2	107.7	107.5	869.4	108.7
الحادي عشر	118.3	116.5	116.5	115.5	115.8	115.0	115.7	115.7	928.4	116.1
الثاني عشر	126.8	124.0	125.6	123.8	124.0	122.3	121.6	122.1	989.7	123.7
مجموع الاستهلاك	3285	3522	3780	4042	4373	4738	5090	5505		
متوسط الاستهلاك	273.7	293.5	315.0	336.8	364.4	394.8	424.2	458.7		

*** المتوسطات الشهرية وكذلك النسب المئوية مقربة لأقرب رقم عشري واحد.**

يلاحظ من بيانات الجدول (17.41) أيضاً أن مجموع النسب الشهرية تساوي 1201.1، وحيث أن هذا المجموع يجب أن يكون مساوياً 1200 فقط، لذلك فإنه يتم الحصول على الدليل الموسمي بضرب متوسط النسب الشهرية السابقة في معامل التصحيح، حيث أن:

معامل التصحيح = $\frac{1200}{1201.1}$ = 0.9999

وذلك كما هو موضح بالجدول التالي:

الشهور	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
الدليل الموسمي	115.6	103.8	101.3	91.7	85.8	80.8
الشهور	السابع	الثامن	لتاسع	العاشر	الحادي عشر	لثاني عشر
الدليل الموسمي	83.3	90.4	98.0	108.0	116.0	123.6

والمجموع هنا (أي في هذه الحالة) يساوي 1199.9 ≅ 1200

وبذلك يتم الحصول على الدليل الموسمي.

ب– الدليل الموسمي بطريقة النسب المئوية للاتجاه العام

يتم الحصول على معادلة الاتجاه باستخدام المتوسطات الشهرية للسنوات بدلاً من البيانات الفعلية وبالتالي منها يتم الحصول على تقديرات (قيم) معالم الخط المستقيم من بيانات الجدول (17.42) التالي:

جدول (17.42)

السنة	المتوسطات الشهرية (Y)	T	T^2	YT
2002	273.7	-7	49	-1915.9
2003	293.5	-5	25	-1467.5
2004	315.0	-3	9	-945.0
2005	336.8	-1	1	-336.8
2006	364.4	1	1	364.4
2007	394.8	3	9	1184.4
2008	424.2	5	25	2121.0
2009	458.7	7	49	3210.9
المجموع	2861.1	0	168	2215.5

$$\hat{a} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{2861.1}{8} 357.6$$

$$\hat{b} = \frac{\sum YT}{\sum T^2} = \frac{2215.5}{168} = 13.2$$

وبالتالي فإن معادلة الاتجاه العام تأخذ الصورة:

$$\hat{Y} = 357.6 + 13.2T$$

حيث نقطة الأصل هي بين سنة 2005 وسنة 2006، أي في 2005/12/31 أو 2006/1/1 ، والفترة الزمنية نصف سنة، وعلى ذلك فإن القيم الاتجاهية ($\hat{Y}$) في هذه الحالة تزيد بمقدار 13.2 مليون كيلو وات/ ساعة كل 6 شهور أو تزيد بمقدار 2.2 كيلو وات ساعة كل شهر (13.2 ÷ 6).

بافتراض أن القيم هي عند منتصف الشهور فإنه يلاحظ أنه عند أول الشهر من السنة 2006، أي عند T= صفر، فإن قيمة الاستهلاك (القيمة الاتجاهية) هي 357.6 كيلو وات/ ساعة، وعند منتصف الشهر الأول من 2006 فإن القيمة الاتجاهية للشهر الأول هي 358.7 $\left(\frac{2.2}{2} + 357.6\right)$.

وبذلك ومن خلال الإضافة المتتالية للمقدار 2.2 إلى 358.7 يتم الحصول على القيم الاتجاهية للشهور التالية للشهر الأول من سنة 2005، بهذه الطريقة يتم الحصول على القيم الاتجاهية الشهرية لاستهلاك الكهرباء، أما النسب المئوية فيتم الحصول عليها من خلال قسمة

القيم الفعلية على القيم الاتجاهية، والجدول رقم (17.43) يبين القيم الاتجاهية الشهرية (من معادلة الاتجاه العام) وكذلك النسب المئوية، أي القيم بعد تخليصها من الاتجاه العام.

جدول (17.43) القيم الاتجاهية الشهرية وكذلك النسب المئوية

السنة	الأشهر	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس	السابع	الثامن	التاسع	العاشر	الحادي عشر	الثاني عشر
2002	$\hat{Y}$	253.1	255.3	257.5	259.7	261.9	264.1	266.3	268.5	270.7	272.9	275.1	277.3
	النسبة	125.6	100.1	108.0	96.3	88.2	81.8	83.7	91.2	99.4	110.7	118.1	125.1
2003	$\hat{Y}$	279.5	281.7	283.9	286.1	288.3	290.5	292.7	294.9	297.1	299.3	301.5	303.7
	النسبة	122.4	110.0	105.3	93.7	86.4	81.2	82.7	88.8	96.9	107.3	113.4	119.9
2004	$\hat{Y}$	303.9	308.1	310.3	312.5	314.7	316.9	319.1	321.3	323.5	325.7	327.9	330.1
	النسبة	120.0	106.5	103.1	91.8	85.5	79.2	81.2	88.4	95.5	105.9	111.9	119.4
2005	$\hat{Y}$	332.3	334.5	336.7	338.9	341.1	343.3	345.5	347.7	349.9	352.1	354.3	356.5
	النسبة	118.0	104.3	101.6	91.8	85.0	79.5	81.6	78.7	93.7	103.4	109.8	117.0
2006	$\hat{Y}$	358.7	360.9	363.1	356.3	367.5	369.7	371.9	347.1	376.3	378.5	380.7	382.9
	النسبة	117.1	104.7	101.9	91.4	85.4	80.1	82.0	88.2	94.6	104.6	110.8	118.0
2007	$\hat{Y}$	385.1	387.3	389.5	391.7	393.9	396.1	398.3	400.5	402.7	404.9	407.1	409.3
	النسبة	117.6	106.4	102.2	92.4	86.6	81.3	84.1	89.6	97.3	105.5	111.5	118.0
2008	$\hat{Y}$	411.5	413.7	415.9	418.1	420.3	422.5	424.7	42.9	429.1	431.3	433.5	435.7
	النسبة	118.3	106.4	103.1	94.0	88.0	82.1	84.1	90.9	96.7	106.0	113.3	118.4
2009	$\hat{Y}$	437.9	440.1	442.3	444.5	446.7	448.9	451.1	453.3	455.5	457.7	459.9	462.1
	النسبة	120.8	108.4	104.7	95.2	89.1	84.7	86.2	92.4	98.4	107.7	114.4	121.2
الوسط الحسابي للنسب		120	107.1	103.7	93.3	86.8	81.2	83.2	89.7	96.6	106.4	112.9	119.6
وسيط النسب		119.2	106.4	103.1	93.0	86.5	81.2	83.2	89.2	96.8	106.0	112.6	118.9

من الجدول أعلاه يلاحظ أن مجموع المتوسطات الحسابية للنسب يساوي 1200.5 وهو قريب جداً من 1200، أي أنه يمكن اعتبار أن معامل التصحيح يساوي الواحد الصحيح، وعليه فإنه يمكن أن تؤخذ المتوسطات الحسابية للنسب الشهرية للتعبير عن الدليل الموسمي. كذلك يتبين من الجدول أن مجموع وسيط النسب الشهرية يساوي 1196.1 و بالتالي فإن:

معامل التصحيح = $\frac{1200}{1196.1}$ = 1.003.

والدليل الموسمي يأخذ القيم كما بالجدول (17.44) التالي:

جدول (17.44) يوضح الدليل الموسمي

الشهور	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
الدليل الموسمي (الوسيط)	119.6	106.7	103.4	93.3	86.8	81.5
الشهور	السابع	الثامن	التاسع	العشر	الحادي عشر	الثاني عشر
الدليل الموسمي (الوسيط)	83.5	89.5	97.1	106.3	113.0	119.3

من الواضح أنها لا تفترق عن قيم الدليل الموسمي بأخذ الوسط الحسابي للنسب، وكان يمكن تفادي هذه الفروق الطفيفة بأخذ الوسط الحسابي للنسب بعد استبعاد تلك النسب المتطرفة.

جـ- لتعديل البيانات للتخلص من أثر الموسم، فإنه يتم قسمة كل قيمة في البيانات الأصلية على الدليل الموسمي للشهر المقابل لها. ويأخذ الدليل الموسمي (وسيط) فإنه يتم الحصول على الشهر الأول بدون أثر الموسم لجميع السنوات بقسمة هذه القيم على 119.6%، وقيم الشهر الثاني مخلصة من أثر الموسم بقسمة قيم هذا الشهر على 106.7%، أي 1.067 ... وهكذا بالنسبة لباقي الشهور في جميع السنوات. وبذلك فإنه يتم الحصول على كميات استهلاك الكهرباء بالمليون كيلو وات/ ساعة بعد تخليصها من أثر التغيرات الموسمية.

والبيانات المتحصل عليها تكون واقعة تحت تأثير الاتجاه العام والمتغيرات الدورية والعرضية،

حيث يوضح الجدول رقم (17.45) التالي الكميات الشهرية لاستهلاك الكهرباء بدون أثر التغيرات الموسمية أي بعد أن تم تخليصها من أثر التغيرات الموسمية.

جدول (17.45) الكميات الشهرية لاستهلاك الكهرباء بعد استبعاد أثر التغيرات الموسمية

السنوات / الشهور	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الأول	266	286	307	328	351	379	407	442
الثاني	263	290	307	327	354	386	412	447
الثالث	269	289	309	331	358	385	415	448
الرابع	268	287	415	333	358	388	421	453
الخامس	266	287	310	334	362	393	426	458
السادس	265	290	308	335	363	395	426	466
السابع	267	290	310	338	365	401	428	466
الثامن	274	293	317	341	369	401	434	468
التاسع	277	297	318	338	367	404	427	498
العاشر	284	302	324	342	373	402	430	464
الحادي عشر	288	303	325	344	373	402	436	465
الثاني عشر	291	305	330	350	379	405	433	469

17.8: التمارين

1- أدناه كميات إنتاج التفاح في ليبيا (ألف طن) للسنوات 2000-2007 جد الآتي:

- معادلة الاتجاه العام بالطريقتين المباشرة والمختصرة.

- معنى الثابتين $\hat{a}$ و $\hat{b}$ في معادلة الاتجاه العام.

- حساب الأرقام القياسية للقوى الدورية المؤثرة في إنتاج التفاح.

السنة	الإنتاج	السنة	الإنتاج
1991	75	1998	97
1991	80	1999	100
1992	85	2000	110
1993	86	2001	112
1994	88	2002	115
1995	90	2003	118
1996	93	2004	120
1997	94	2005	125

2- أدناه الأرقام القياسية للأسعار المستهلك لعدد من السنين المطلوب إيجاد:

- معادلة الاتجاه العام بالطرق الأربعة المعروفة وأذكر مميزات كل طريقة.

- حساب الأرقام القياسية الدورية.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
الرقم القياسي	85	86	87	88	89	90	94	95	96

السنة	1999	2000	2001	2002	2003
الرقم القياسي	99	100	104	106	103
السنة	2004	2005	2006	2007	2008
الرقم القياسي	101	108	114	120	112

3- احسب الأرقام القياسية الموسمية لتوزيع الغاز الطبيعي خلال خمس سنوات واحسب الفصول وكما هو موضح أدناه (متر مكعب).

4	3	2	1	الفصل / السنة
1050	1300	1200	950	5200
1100	1450	1400	960	6200
1350	1590	1350	1010	7200
1300	1600	1450	1150	8200
1400	1700	1500	1300	9200

4- يبين الجدول الآتي كمية إنتاج الديك الرومي شهرياً في محافظة الجبل الأخضر خلال عدد من السنين.

الأشهر / السنوات	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2007	2	3	4	5	4	5	6	1	4	4	3	4
2008	4	5	6	4	7	8	7	2	6	9	10	12
2009	8	10	11	13	13	13	14	7	12	13	14	15
2010	10	12	13	14	14	14	15	8	15	16	19	10

المطلوب

1- معادلة الاتجاه العام بالطريقة المختصرة.

2- حساب الأرقام القياسية الموسمية.

3- حساب الأرقام القياسية للقوى الدورية.

الفصل الثامن عشر

18 تقدير وتحليل الأرقام القياسية

18.8 مفهوم الرقم القياسي

18.2 الأرقام القياسية الشائعة الاستخدام

18.3 الرقم القياسي البسيط

18.4 الرقم القياسي التجميعي البسيط

18.5 الرقم القياسي التجميعي المرجح

18.6 اختبارات الأرقام القياسية

18.7 التحليل الاقتصادي باستخدام الأرقام القياسية

18.8 التطبيقات والتمارين

18 تقدير وتحليل الأرقام القياسية

Estimation And Analyzation of Index Numbers

إن كثير من الظواهر الاقتصادية قد تتغير من فترة إلى أخرى أو من مكان إلى آخر ويعود ذلك إلى أسباب عديدة منها طبيعية واقتصادية واجتماعية وغيرها. ولقياس أثر هذه العوامل نلجأ إلى استخدام مقياس إحصائي هو الأرقام القياسية (Index Numbers).وفي هذا الفصل سوف تتم دراسة مفهوم الرقم القياسي وأنواع الأرقام القياسية مركزين على تقدير وتحليل الأرقام القياسية للأسعار والكميات والقيمة. أيضاً سيتم تناول ترجيح الأرقام القياسية ومن ثم اختبار الأرقام القياسية مع تطبيقات على هذه الأرقام.

18.1 مفهوم الرقم القياسي

الرقم القياسي Index Number هو مقياس إحصائي يقيس التغير الذي يطرأ على الظواهر والمتغيرات بسبب تأثير عوامل مختلفة، الأمر الذي يؤدي إلى تغير قيمتها من زمن (Time) إلى آخر ومن مكان (Place) إلى آخر أو تغير مقدار الدخل (Income) وغيرها من المتغيرات مثل قيم الواردات أو الصادرات، تكاليف المعيشة، المرتبات ... الخ. فهو أداة إحصائية للقياس تُستخدم لقياس أو إظهار التغيرات أو الاختلافات النسبية في مجموعة البيانات بمقارنتها مع مثيلاتها في زمن سابق ولاحق وهما زمن الأساس (P_o) أو (Base Year) وزمن المقارنة (P_1) أو (Comparative Year). أو في مكانين أو أكثر أحدهما

يُسمى مكان الأساس (Base Place) والآخر مكان المقارنة (Comparative Place).

لقد نشأت الحاجة إلى الأرقام القياسية أصلاً لقياس التغيرات التي تحدث على القيمة (Value) أو القدرة الشرائية (Purchasing Power) للنقود، ومنها انعكاسات هذه التغيرات على أسعار السلع والخدمات المختلفة، وبهذا يمكن وبرقم واحد قياس إجمالي التغيرات التي تطرأ في ظاهرة معينة من خلال قياس متوسط تغيراتها الزمنية أو المكانية، وبمعنى المقارنة بين قيمة حالية مع قيمتها بالفترة الماضية. بمعنى أخر أن الأرقام القياسية هي وسيلة لقياس التغير النسبي (المقارنة النسبية) في ظاهرة ما بين فترات زمنية متتالية أو حسب تغير مكاني، أو كليهما معاً وذلك لقياس مقدار اتجاه هذا التغير والذي يحدث في عدد من الأشياء تتغير في وقت واحد وتاريخياً، فإن فكرة الأرقام القياسية نبعت من الرغبة في قياس التغير النسبي في الأسعار على وجه الخصوص بين فترات زمنية متتالية ثم اتسع نطاق استخدامها لتشمل التغير في الكميات والقيم (مثلاً قياس تغير أسعار طن القمح بين منطقة الجبل الأخضر ومنطقة فزان في عام 2009 أو دراسة مدى تغير أسعار البرتقال في ليبيا بين عامي 2005 و 2010). ولكي تتضح فكرة الأرقام القياسية أكثر فلابد من تمهيد بسيط لكي يستدل منه على أنواع الحلول الإحصائية التي يمكن بها التغلب على ما يعترض المباحث من المشاكل ولو بصورة جزئية.

بافتراض على سبيل المثال أن إحدى شركات المقاولات تقدمت بعطاء لإقامة أحد المشروعات (بناء مطار جديد أو رصف طرق أو بناء أحد المصانع ... الخ) وكان ذلك في عام 2007 ولقد تأخر البت في العطاءات مدة تزيد عن سنتين حيث تلقت الشركة الرد بقول العرض في أواخر عام 2009 وبالطبع خلال هذه الفترة تغيرت مفاهيم كثيرة حيث أن المواد الأولية تغيرت أسعارها وكذلك الوقود ناهيك عن التغير الذي حدث في الأجور بالنسبة للأيدي العاملة فهل أن تقبل الشركة بالبدء في هذه العملية؟ وحتى إذا تم افتراض جدلا بأن بعض السلع قد ارتفع سعرها والأخرى قد انخفض سعرها فإن ذلك لا يعتبر قرينة على ثبات التكلفة الكلية وذلك لأن نسب الارتفاع لا يمكن وأن تتساوي ونسب الانخفاض في السلع التي انخفض سعرها بالإضافة إلى انه لابد وأن يُأخذ في الاعتبار الأهمية النسبية للسلع سواء تلك التي ارتفع سعرها أو التي انخفض سعرها وتلخص من ذلك إلى أنه في المثال هذا لن تظل التكلفة الإجمالية للمشروع ثابتة خلال الفترة المذكورة.

من هنا تبدأ صعوبة تكوين الأرقام القياسية حيث أنه لا يمكن إطلاقاً مقارنة التغير في الأسعار بين فترتين إلا بناء على نظام معين يساعد في ربط الأسعار المختلفة للسلع المختلفة وكذلك إعطاء كل سلعة أهميتها داخل مجموعة السلع المختارة وبذلك فإنه ينبغي الحصول على صيغة ملائمة لربط أسعار السلع المختلفة ببعضها وترجيحها حسب أهميتها النسبية داخل المجموعة.

البحث عن صيغة ملائمة يعتبر إحدى المشاكل التي يراد التغلب عليها عند تكوين الرقم القياسي إذا انه توجد مشاكل أخرى لا تقل أهمية عنها حيث أنه إذا أريد قياس التغير في أسعار مجموعة من السلع المختلفة كل مجموعة منها تمثل مجموعة أكبر منها وتنتمي إليها وكذلك بالنسبة للفترات، حيث تتم المقارنة بين فترتين إحداهما فترة تقارن الأسعار على أساسها وتسمى (فترة الأساس) والأخرى هي الفترة المطلوب معرفة التغير عندها وتسمى (فترة المقارنة).

عند حساب الرقم القياسي يجب مراعاة ما يلي:

1) اختيار قيمة سنة معينة تُسمى سنة الأساس Base Year ويُرمز لها بالرمز (P_o) وهي القيمة الأساسية التي تقارن بها أقيام السنوات الأخرى لاستخراج الرقم القياسي المقصود.

2) يجب أن تكون قيمة سنة الأساس (P_o) قريبة من قيمة سنة المقارنة (P_1) حتى لا يفقد الرقم القياسي أهميته في التعبير عن تغير الظاهر بين الفترتين.

3) يُفسر الرقم القياسي على أنه نسبة مئوية قياساً لسنة الأساس التي تتحدد قيمتها على أنه 100%.

4) أن الرقم القياسي بالمفهوم الاقتصادي يدلُ على أنه نسبة التطور في قيمة المتغير المعني وليس نسبة النمو، حيث إن المفهومان مختلفان كلياً.

من مزايا الأرقام القياسية ما يلي:

(أ) أن الرقم القياسي يجعل البيانات أكثر سهولة في التقييم والتفسير والتحليل فهو رقم واحد

مرتب يعطي فكرة شاملة عن التغير الذي يحدث في واحد أو أكثر من المتغيرات الاقتصادية.

(ب) أنها تعكس القيم الحقيقية لمتغير اقتصادي عبر الزمن، ومن ثم فهي تعبير عن التغيرات الحقيقية التي تحدث فيه كالدخل القومي ودخل المستهلك وغيرها.

(جـ) أنه يعطي إمكانية لقياس التغير لمختلف أنواع السلع ذات الوحدات القياسية المختلفة (متر، ط،، دينار ... إلى آخره) بوحدة رقمية قياسية موحدة تسهل عملية المقارنة ومن خلال تحويل القياسات المختلفة إلى قيم اسمية أو معنوية موحدة.

وتكون الأرقام القياسية على عدة أنواع أهمها:

أولاً: الرقم القياسي البسيط ويتضمن ما يلي:

1- الرقم القياسي البسيط للأسعار (P).

2- الرقم القياسي البسيط للكميات (Q).

3- الرقم القياسي البسيط للقيمة (V).

ثانياً: الرقيم القياسي التجميعي ويتضمن ما يلي:

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار ($\sum P$) .

2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات ($\sum Q$) .

3- الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيمة ($\sum V$) .

ثالثاً: الرقم القياسي التجميعي الموزون (المرجح) ويتضمن ما يلي:

1- الرقم القياسي التجميعي المرجح للاسبير.

2- الرقم القياسي التجميعي المرجح لباش.

3- الرقم القياسي التجميعي الأمثل لفيشر.

4- الرقم القياسي التجميعي لمارشال - إدجورث.

تستخدم أحياناً أرقام قياسية أخرى مثل الرقم القياسي للجودة والأرقام القياسية مثل (داوجونز) للأسهم والسندات في البورصات المالية، حيث أنها مشتقات من المجموعات الثلاثة لمتغيرات متشابكة.

18.2 الأرقام القياسية الشائعة الاستخدام

الأرقام القياسية هي مقاييس إحصائية واقتصادية وتُستخدم على نطاق واسع وعادة ينتشر العديد منها بصورة دورية في الإحصاءات المحلية والدولية لأهميتها في البحث العلمي ومساعدة متخذي القرارات الاقتصادية، ومن أهم هذه الأرقام القياسية الخاصة بالمتغيرات الاقتصادية هي:

1- الرقم القياسي للكميات

وهي تختص عادة بنشر الأرقام القياسية الخاصة بتطور أهم المنتجات الصناعية، الزراعية، الإنشائية وغيرها مثل الرقم القياسي لإنتاج الحبوب، الخضراوات، الفواكه، الحيوانات، النفط... وغيرها وعادة يُحسب بطريقة الرقم القياسي النسبي البسيط للكميات.

2- الرقم القياسي للأسعار

وهي تختص بنشر الأرقام القياسية الخاصة بالأسعار ومن أهمها ما يلي:

أ- الرقم القياسي لأسعار الجملة.

ب- الرقم القياسي لأسعار المفرد (التجزئة) ويُسمى أحياناً بالرقم القياسي لنفقات المعيشة، وتُستخدم عادة صيغة لاسبير في استخراجه بالاعتماد على بيانات بحوث ميزانية الأسرة.

جـ- الرقم القياسي للصادرات والواردات.

د- الرقم القياسي لأسعار الأسهم والسندات مثل رقم داو جونز، نيكي، فاينانشيل تايمز وغيرهما.

قبل الدخول في دراسة الأرقام القياسية هناك بعض الاعتبارات التي يجب أن تؤخذ في الحسبان عند تركيب الأرقام القياسية وهي[99]:

1- اختيار المفردات الداخلة في تركيب الرقم القياسي

إذا تم القول بأن هناك رقماً قياسياً موحداً للأسعار فإنه بذلك قد تم تجاوز الواقع حيث أنه يوجد للسلعة الواحدة أكثر من نوع وسعرها يتعدد تبعا لتعدد أنواعها أضف إلى ذلك تعدد السعر تبعا لطريقة البيع فهناك مثلاً سعر لبيع الجملة وسعر آخر للتجزئة وكذلك هناك سعر للبيع وسعر آخر للشراء وكل هذه الأسعار تختلف باختلاف نوع السلعة وحسب كونها مادة خام أو نصف

---

[99] رمضان حسن عبد الرحيم، مرجع سبق ذكره، ص ص 251-257.

مصنعة أو تامة الصنع وكذلك كونها زراعية أو صناعية. وبناء على ما تقدم فإن تركيب رقم قياسي للأسعار يعتمد على ما هو مستهدف قياسه بواسطة هذا الرقم، فإذا كان المطلوب رقم قياسي لسعر سلعة معينة فيجب أن يكون الاختيار للسلعة من طابع واحد في فترتي الأساس والمقارنة فلا يُؤخذ مثلاً سعر السلعة في إحدى الفترتين هو سعر الجملة والسعر في الفترة الأخرى هو سعر التجزئة وإلا كانت المقارنة هنا غير صحيحة، أما إذا كان المطلوب هو إيجاد رقم قياس يُعبّر عن التغير في أسعار الجملة بصفة عامة ومعنى ذلك بأن لا يتم الاكتفاء بسعر الجملة لسلعة واحدة بل لابد من اختيار سلع متعددة بحيث تعكس في مجموعها حساسية ما يطرأ على هذه الأسعار من تغيير.

بصفة عامة إذا ما أُريد تكوين رقم قياسي ما فلابد من العناية باختيار المفردات التي ستدخل أسعارها في تكوين الرقم القياسي المطلوب بحيث يأتي هذا الرقم معبراً عما أنشأ من أجله، فمثلاً إذا كان المطلوب هو تكوين رقم قياسي لأسعار المواد الغذائية فإنه يتحتم أن تُقسم المواد الغذائية إلى مجموعات أو أقسام كاللحوم الحمراء والدواجن والأسماك والخضروات و الأرز والمكرونة والفواكه ... الخ ثم يتم الحصول على الأسعار المختلفة لأنواع كل مجموعة. ومن البديهي أن يتوقف عدد الأسعار التي يتم الحصول عليها على مدى توافرها في الأسواق فقد تكون بعض هذه السلع الموسمية بطبيعتها كالخضروات مثلاً. ولكن من المهم الحصول على أسعار السلع التي تمثل كل مجموعة بالفعل.

2- اختيار مصادر البيانات

مما سبق يتضح أن أسعار السلعة الواحدة تتساوي في السوق الواحدة بفضل المنافسة الحرة. ولكن قد توجد بعض الاختلافات في الأسعار للسلعة الواحدة سواء في المدينة الواحدة، ويكون ذلك نتيجة لموقع المحل التجاري في أحد الإحياء وكذلك نوع الخدمة التي يقدمها المحل التجاري أو يختلف السعر بين المدن حسب موقع المدينة الجغرافي و الإداري وطرق المواصلات إليها وغير ذلك من الأسباب، ولكن يمكن أن تزال أثر هذه الاختلافات بأن يؤخذ متوسط لعدد كبير من أسعار كل سلعة يتم الحصول عليها من المحلات التجارية النموذجية وكذلك من نشرات الأسعار إن وجدت.

3- اختيار فترة الأساس

حيث أن المستهدف من تكوين الأرقام القياسية هو قياس التغير النسبي على ظاهرة معينة وذلك في فترة من الزمن بالنسبة إلى فترة أخرى من الزمن كأساس فإن ذلك يقتضي أن يتم اختيار فترة الأساس بحيث تكون هادئة لم يحدث فيها أي اضطرابات أو حوادث من شأنها التأثير على قيم الظاهرة موضوع الدراسة مما يفقد الرقم القياسي مدلوله ويفرغه من معناه فمثلاً لا يتم اختيار فترة الأساس لأحدى سنوات الحروب أو الكوارث الطبيعية أو الأزمات الاقتصادية كالكساد أو التضخم، بحيث تكون الأسعار فيها عادية بمعنى أن لا تكون الأسعار في فترة الأساس مرتفعة ارتفاعاً شاذاً أو منخفضة انخفاضاً شديداً. وبالمثل يلاحظ أن هناك شرطاً آخر

في اختيار فترة الأساس وهذا الشرط هو مراعاة إلا تكون هذه الفترة بعيدة جداً عن فترات المقارنة وذلك لاختلاف النمط الاستهلاكي وكذلك الإنتاجي للسلع أو الظاهرة موضوع الدراسة بالإضافة إلى انه قد يصعب الحصول على أسعار نفس السلع في الفترتين ومن المحتمل أن تكون السلعة المقصودة قد انقرضت لإنتاج بديل أو بدائل لها أو على أحسن افتراض أن تكون قد قل استخدامها بين الفترتين المتباعدتين، وبالمثل قد تكون إحدى السلع الموجودة في فترة المقارنة ليس لها وجود في فترة الأساس وإنما شاع استعمالها وإنتاجها في الفترات القريبة من فترة المقارنة مما يحتم عند قياس التطور في الأسعار في الفترات الحديثة باستخدام فترة قريبة وحديثة كأساس، حتى لا يكون لتغير عادات المجتمع وأنماط إنفاقه أو لتغير أهمية عناصر الرقم القياسي أثرها على دقة النتيجة واعتبارها مؤشراً صحيحاً على التغير موضوع الدراسة، وكثيراً ما يتم اختيار فترة حديثة لرقم قياس معين باعتبارها سنة الأساس لأرقام قياسية أخرى موجودة بالفعل وذلك تحقيقاً لإمكانية المقارنة وهناك طرق كثيرة يمكن بها تغيير سنة الأساس حسابياً وكالتالي:

أ– تغير فترة الأساس للأرقام القياسية

قد تحتم الحاجة أحياناً إلى تعديل رقماً قياسيا محسوباً على أساس معين حتى يصبح محسوباً على أساس آخر، بهدف جعل الأساس حديثاً، أو بهدف مقارنة رقمين قياسيين كل منهما محسوب على أساس يختلف عن الآخر. ولإجراء المقارنة يجب توحيد سنة الأساس للرقمين وذلك بتغير سنة الأساس لأحد الرقمين لتطابق سنة الأساس للمتغير الأخر. ويمكن تغير سنة الأساس

لسلسلة زمنية من الأرقام القياسية بقسمة الرقم القياسي لكل فترة (سنة) على الرقم القياسي لفترة (سنة) الأساس وضرب الناتج في 100.

تطبيق 1

إذا كان هناك بيانات متوفرة عن الأرقام القياسية للمستهلكين الليبيين لسنوات من 2001 إلى 2008 حيث اتخذت سنة 2003 كسنة أساس ومطلوب تغيرها لكي تكون سنة 2001، فالجدول التالي يوضح ذلك.

جدول (18.1) يبين تغير سنة الأساس

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
الرقم القياسي 2005=100	84.3	89.8	93.1	96.4	100	108.5	116.5	123.7
الرقم القياسي 2001=100	100	106.5	110.4	114.4	118.6	128.7	138.2	146.7

والذي يمكن ملاحظته من الجدول أن الرقم القياسي لسنة 2001 هو 84.3 (باعتبار أن سنة 2005 هي سنة الأساس)، وعلى ذلك فإنه يتم قسمة كل أرقام السلسلة الزمنية على 84.3 حتى تتكون هناك سلسلة جديدة من الأرقام القياسية باعتبار أن سنة 2001 هي سنة الأساس بمعني أن عناصر الصف الثالث من الجدول أعلاه قد تم الحصول عليه عناصر الصف الثاني بقسمة كل أرقام الصف الثاني على 84.3 (الرقم القياسي لسنة 2001) وضرب الناتج في 100.

تطبيق 2

وللتوضيح أكثر يتم افتراض أنه هناك سلسلة من الأرقام القياسية محسوبة على أساس أنه سنة 1999 سنة أساس (سنة 1999 = 100)، ويراد تغيير سنة الأساس بأخذ سنة 2003سنة أساس(سنة 2003=100)، ويتم حساب الأرقام القياسية الجديدة بقسمة الأرقام القديمة على الرقم القياسي لسنة 1999 (بسلسلة الأرقام القديمة) ثم ضرب الناتج في 100، فينتج سلسلة أرقام جديدة أساسها سنة 1999 كما في الجدول رقم (18.2) التالي.

جدول (18.2) الأرقام القياسية لسنة 1999 ولسنة 2003

السنوات	الأرقام القياسية القديمة سنة 1999=100	الأرقام القياسية الجديدة سنة 2003 = 100
1999	100.0	87.34=100*(114.5÷100.0)
2000	104.5	91.27=100*(114.5÷104.5)
2001	107.2	93.62=100*(114.5÷107.2)
2002	109.6	95.72=100*(114.5÷109.6)
2003	114.5	100=100*(114.5÷114.5)
2004	120.4	105.24=100*(114.5÷120.5)

ب- توحيد أساس الأرقام القياسية

ويتم ذلك إذا كان هناك سلسلتين مبتورتين من الأرقام القياسية الأولى لسنة أساس معين والأخرى لسنة أساس مختلفة عن الأولى وهذه الطريقة شائعة لاستخدام عندما تتغير فترة الأساس لأرقام قياسية قديمة إلى فترة أساس حديثة العهد وتستمر في نشر الأرقام القياسية سوءاً بالأساس القديم والأساس الجديد جنباً إلى جنب.

فمثلاً: إذا كان هناك أرقام قياسية محسوبة على أساس أن سنة 1999 سنة أساس وأرقام قياسية أخرى لنفس الظاهرة ولكنها محسوبة لسنة 2003 كسنة أساس، ويلاحظ أن لسنة 2004 رقمين قياسيين والمطلوب هو إيصال (توصيل) هاتين السلسلتين معاً، كما يلاحظ أن كل من السلسلتين مبتورة (ناقصة) بمعني إن بعض السنوات لها أرقام قياسية والأخرى لا، ويتطلب الأمر إكمال كل من السلستين، حيث يتم ذلك كالآتي:

1- ضرب كل رقم قياسي من أرقام السلسلة الأحدث في الرقم القياسي لسنة الأساس الحديث والموجود في عمود الأرقام القياسية للأساس القديم، وبذلك يتم استكمال سلسلة الأرقام القياسية للأساس القديم.

2- قسمة كل رقم قياسي من أرقام السلسلة القديمة على الرقم القياسي السابق في (1)، ثم استكمال السلسلة.

يمكن توضيح طريقة العمل كما بالمثال الآتي وهو لسلسلتين من الأرقام القياسية الناقصة الافتراضية، أحدهما لسنة 1999 كسنة أساس والآخر لسنة 2003 كسنة أساس، والمطلوب وصل هاتين السلسلتين، والجدول رقم (18.3) التالي يوضح كيفية استكمال السلسلة الزمنية.

جدول (18.3) يبين كيفية استكمال سلسلتين مختلفتا الأساس

السنة	الأرقام القياسية (ناقصة)		الأرقام القياسية (سلسلة متصلة)	
(1)	(2) = 1001999	(3) =1002003	.96 * (3) = (4)0* =1001999	0.96 ÷ (2) =(5) =1002003
1998	95	-	95.0	98.96
1999	100	-	100.0	104.17
2000	104	-	104.0	108.33
2001	106	-	106.0	110.42
2002	103	-	103.0	107.29
2003	96	100	96.0	100.00
2004	-	98	94.1	98.00
2005	-	110	105.6	110.00
2006	-	117	112.3	106.00

1- الأهمية النسبية للمفردات (الترجيحات أو الأوزان)

نبعت فكرة الأوزان أو الترجيحات عند التفكير في تمثيل أسعار مجموعة من السلع في رقم قياسي واحد تمثيلاً يتناسب والأهمية الذاتية لهذه السلع ضمن المجموعة السلعية التي يتكون منها الرقم القياسي. فمثلاً عند حساب الرقم القياسي لأسعار التجزئة فإنه لا يعقل أن يُعطي سعر الملح نفس الأهمية أو نفس الوزن وسعر السكر أو اللحوم. فمن المعروف أن استهلاك الملح أبطأ من استهلاك السكر فالملح يعتبر من السلع ذات الطلب الغير مرن، بمعني أن تغير الطلب على الملح ليس بنفس نسبة تغير سعرها ذلك إذا حدث تغير الطلب عليها بسبب تغير السعر، بالمثل لا يمكن أن تساوي الأهمية النسبية لسلعة تعتبر أساسية وسلعة أخرى غير أساسية إلى غير ذلك من

* الرقم القياسي لسنة الأساس الحديث والموجود في عمود الأرقام القياسية للأساس القديم (الرقم القياسي لسنة 2003) هو $0.96 = \frac{96}{100}$

الاعتبارات. ولذلك ولعدالة التمثيل لأسعار السلع الداخلة في الرقم القياسي لأسعار التجزئة فإن الأمر يتطلب كل سعر وزناً (ترجيحياً) يُبرز وطأة (أثر) ارتفاع أسعارها على المستهلك وكذلك يخفف من وطأة ارتفاع أسعار سله أخرى تعتبر كمالية أو شبة كمالية، أي أنها تمس نسبة ضئيلة من المستهلكين.

2- اختيار الصيغة

استخدامات الأرقام القياسية كثيرة ويهدف منها التبوء بأحوال الأعمال والاقتصاد وكذلك الحصول على معلومات عامة فمثلاً يلاحظ هناك الأرقام القياسية للأجور والأرقام القياسية الخاصة بالإنتاج الزراعي والصناعي والأرقام القياسية للعمالة والبطالة ومن أكثر الأرقام القياسية المعروفة هي الأرقام القياسية لتكاليف المعيشة أو الرقم القياسي للمستهلك وغيرها من الأرقام القياسية الأخرى والخاصة بالأسعار كأسعار الجملة أو التجزئة وما إلى ذلك. ومن أجل ذلك فإن الصيغة المناسبة تعتمد في الأساس الأول على الهدف من تركيب الرقم القياسي.

18.3 الرقم القياسي البسيط Simple Index Numbers (S.I.N)

ويتضمن ما يلي:

18.3.1 الرقم القياسي البسيط للأسعار (S.I.N.P)

وهو عبارة عن نسبة سعر السلعة الواحدة في سنة المقارنة إلى سعرها في سنة الأساس والناتج مضروباً في 100.وهو من الأرقام القياسية الشائعة الاستخدام في الاقتصاد، ويُقاس

بوحدات نقدية معينة كالدينار أو أي عملة أخرى، بحيث توحد كل السلع بوحدات نقدية معينة كالدينار أو أي عملة أخرى، بحيث توحد كل السلع في مقياس نقدي واحد. ويعتبر المفكر الإيطالي (كارلي Carli) عام 1764 أول من استخدم الرقم القياسي للأسعار، حيث قاس به الأرقام القياسية لأسعار النفط والحبوب في عام (1750) قياساً لأسعار عام (1500) ومنه استفاد عدد كبير من المدراء، والمهندسين لاتخاذ القرارات.

والصيغة المستخدمة في حساب هذا الرقم هي:

$$P_{In} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right) * 100$$

حيث إن:

P_{In}: الرقم القياسي البسيط للأسعار.

P_1: سعر السلعة في سنة المقارنة.

P_0: سعر السلعة في سنة الأساس.

تطبيق (3)

أدناه أسعار سلعة العسل للكيلوجرام الواحد للسنتين 2005 و 2006، أوجد الرقم القياسي لسعر العسل حيث كانت الأسعار (5) و (15) دينار على التوالي.

الحل

$$\because P_{In} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)*100$$
$$\therefore P_{In} = \left(\frac{15}{5}\right)*100 = 300\%$$

هذا يعني أن السعر قد ارتفع إلى 300% عام 2006 قياساً لعام 2005 أو أنه ازداد بمقدار 200% حيث أن الرقم القياسي للسعر عام 2005 هو 100.

تطبيق (4)

إذا كان سعر السلعة في سنة 2007 هو (6) دينار وسعر نفس السلعة سنة 2002 هو (4) دينار. احسب الرقم القياسي البسيط للأسعار.

الحل

$$\because \quad S.I.N.P = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)*100$$

$$\therefore \quad S.I.N.P = \left(\frac{6}{4}\right)*100 = 150\%$$

من هذا يُستنتج بأن السعر زاد بمقدار 50% خلال الفترة 2002 - 2007

الرقم القياسي النسبي البسيط[100] Simple Relative Index Number

يتم تركيب الرقم البسيط بحساب منسوب السعر لكل سلعة داخلة في تركيبه ثم حساب

---

[100] نبيل غنيم وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص259 – 260

متوسط المناسيب الناتجة، ومتوسط المناسيب يحسب إما باستخدام المتوسط الحسابي لها أو المتوسط الهندسي لها.

إذا كان هناك n سلعة فانه يتم تركيب الرقم النسبي البسيط كالآتي:

1- باستخدام المتوسط الحسابي للمناسيب:

$$I = \frac{1}{n} * \sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right)$$

2- باستخدام المتوسط الهندسي للمناسيب:

$$I = \sqrt[n]{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)_1 * \left(\frac{P_2}{P_0}\right)_2 * \dots\dots\dots \left(\frac{P_1}{P_0}\right)_n}$$

يلاحظ على الرقم القياسي النسبي البسيط الآتي:

1- استخدام المتوسط الحسابي للمناسيب يعطى رقما قياسياً متحيزا لأعلى بينما استخدام المتوسط الهندسي للمناسيب يعطى رقما قياسياً أكثر اعتدالاً، لذلك يفضل استخدام المتوسط الهندسي للمناسيب في حالات كثيرة.

2- من خلاله يمكن التعرف على التغير العام لأسعار السلع الداخلة في تركيبه، كذلك التغير النسبي (المنسوب) لكل سلعة داخلة في تركيبه.

3- يعيبه أن السلع الداخلة في تركيبه تأخذ أهمية نسبية متساوية، وهذا غالباً يخالف الواقع.

مثال 5

يحسب الرقم القياسي النسبي لبيانات الجدول التالي:

السلعة	أسعار 2005 (P_0)	أسعار 2010 ($P1$)	المنسوب $100 * \left(\frac{P_1}{P_0}\right)$
أ	25	32	128
ب	40	70	175
ج	12	28	233.3
د	48	96	200

الحل

1- باستخدام المتوسط الحسابي للمناسيب

$$I = \frac{1}{n} * \sum\left(\frac{P_1}{P_0}\right)$$

$$= \frac{1}{4}(128 + 175 + 233.3 + 200) = \frac{736.3}{4} = 184.1$$

2- باستخدام المتوسط الهندسي للمناسيب

$$I = \sqrt[n]{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)_1 * \left(\frac{P_2}{P_0}\right)_2 * \ldots\ldots\ldots\left(\frac{P_1}{P_0}\right)_n}$$

$$I = \sqrt[4]{128 * 175 * 233.3 * 200}$$

$$\log \quad I = \frac{1}{4}(\log 128 + \log 175 + \log 233.3 + \log 200)$$

$$\log I = \frac{1}{4}(2.1072 + 202430 + 203679 + 2.3010) = \frac{9.0191}{4} = 2.255$$

بعد أخذ عكس اللوغاريتم (Antilog) للرقم 2.255 يتم الحصول على: I = 179.887

لاحظ أن قيمة الرقم القياسي باستخدام المتوسط الحسابي للمناسيب (184.1) أكبر من قيمة الرقم القياسي باستخدام المتوسط الهندسي للمناسيب (179.9).

18.3.2 الرقم القياسي البسيط للكميات S.I.N.Q

يأخذ هذا الرقم الصيغة التالية:

$$S.I.N.Q = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)*100$$

مثال 6

إذا الكمية المستهلكة لسلعة ما في سنة 2010 هي 10 طن والكمية المستهلكة منها في سنة 2005 هي 5 طن، احسب الرقم القياسي البسيط للكميات.

الحل

$$S.I.N.Q = \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)*100 = \left(\frac{10}{5}\right)*100 = 200\%$$

وهذا يعني أن الكمية المستهلكة من تلك السلعة قد ازدادت بمقدار 100% خلال الفترة 2005-2010.

18.3.3 الرقم القياسي البسيط للقيمة (V) (الرقم القياسي للجودة)

بما أن القيمة (Value) هي عبارة عن حاصل ضرب سعر السلعة (P) في الكمية المنتجة (Q) وعليه فإن الصيغة المستخدمة لحساب الرقم القياسي للقيم هي:

$$\because V = P.Q$$
$$\therefore V_1 = P_1.Q_1$$
$$\therefore V_2 = P_0.Q_0$$

حيث تمثل:

V_1 القيمة في سنة المقارنة.

V_2 القيمة في سنة الأساس.

$$V = \frac{V_1}{V_2} * 100$$

$$V = \frac{P_1 * Q_1}{P_0 * Q_0} * 100$$

تطبيق 7

إذا توافرت لديك البيانات التالية عن سلعة ما خلال الفترة من 2003 وإلى 2008. احسب الأرقام القياسية البسيطة باعتبار سنة 2003 هي سنة الأساس (P_0).

الحل

جدول (18.4) يوضح السعر والكمية لسلعة معينة

الأرقام القياسية			القيمة	الكمية	السعر	السنة
القيمة	الكمية	السعر		**(Q)**	**(P)**	
100	100	100	320	80	4	2003
150	120	125	480	96	5	2004
210	140	150	672	112	6	2005
280	160	175	896	128	7	2006
360	180	200	1152	144	8	2007
450	200	225	1440	160	9	2008

من حسابات الجدول المذكورة أعلاه يلاحظ ما يلي:

1- سعر السلعة قد زاد بنسبة 125% خلال الفترة 2003- 2008 وذلك لأن:

$$225 - 100 = 125\%$$

2- كمية السلعة قد زادت بنسبة 100% خلال الفترة 2003- 2008 وذلك لأن:

$$200 - 100 = 100\%$$

3- القيمة (V) قد زادت بمقدار 35% خلال الفترة 2003-2008 وذلك لأن:

$$450 - 100 = 350\%$$

لقد جاءت هذه الحسابات نتيجة مقارنة أسعار وكميات وأقيام سنة المقارنة مع سنة الأساس، والرقم القياسي للقيمة هو حاصل قسمة مضروب الرقم القياسي للأسعار بالكميات على مئة، أي:

$$450 = \frac{225 * 200}{100}$$

18.4: الرقم القياسي التجميعي البسيط Aggregate Simple Index Numbers

يقيس هذا الرقم النسبة بين مجموع أسعار عينة من السلع في سنة المقارنة $(\sum P_1)$ إلى مجموع أسعارها في سنة الأساس $(\sum P_0)$، مضروبة في 100، ويحسب الرقم القياسي التجميعي البسيط على ما يلي:

18.4.1 الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار (ASPI)

وهو يقيس تغير أسعار مجموعة سلع مقاسة بأسعارها الحقيقية لفترتين، وقد تكون هذه السلع متجانسة أو غير متجانسة. ويحسب بموجب الصيغة الآتية:

$$ASPI = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} . 100$$

تطبيق 8

أدناه أسعار بعض سلع الحبوب لسنتين 2004- 2008 أوجد الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار (ASPI):

جدول (18.5) يوضح الأسعار لسلع الحبوب لسنتي 2004 – 2008

السلعة	سعر الطن لعام 2004	سعر الطن لعام 2008	الرقم القياسي الفردي البسيط للأسعار
قمح	50	75	150.0
شعير	40	65	162.5
ذرة	30	40	133.0
المجموع	120	180	445.5

$$ASPI = \frac{180}{120} * 100 = 150\%$$

يلاحظ أن أسعار السلع قد ارتفعت بمقدار 50% في سنة 2008 عنها في سنة 2004.

كما يُلاحظ أيضاً أن هذا الرقم القياسي يعكس التطور النسبي لمجموعة أسعار سلع دون الأخذ بعين الاعتبار أوزانها أو أهميتها.

تطبيق 9

أوجد الرقم القياسي لتكاليف المعيشة للفرد الواحد لمدينة بنغازي بليبيا للأعوام 2004 و 2008 من البيانات الآتية:

جدول (18.6) إنفاق الفرد على السلع والخدمات في مدينة بنغازي

نوع الإنفاق	الإنفاق بأسعار 2004 (P_0) دينار	الإنفاق بأسعار 2008 (P_n) دينار
غذاء	8	20
ملابس	4	8
سكن	10	30
خدمات	3	5
نفقات أخرى	5	7
المجموع	30	70

$$ASPI = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{70}{30} * 100 \approx 233\%$$

والذي يمكن ملاحظته أن تكلفة المعيشة بمدينة بنغازي قد ارتفعت بمقدار 133% في سنة 2008 عنها في سنة 2004.

18.4.2 الرقم القياسي التجميعي للكميات (ASQI)

يُحسب هذا الرقم باستخدام الصيغة الآتية:

$$ASQI = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} * 100$$

18.4.3 الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيمة (ASVI)

وبنفس الأسلوب أعلاه يمكن حساب هذا الرقم باستخدام الصيغة الآتية:

$$ASVI = \frac{\sum V_1}{\sum V_0} * 100$$

تطبيق 10

الجدول أدناه يوضح أسعار بعض السلع خلال السنتين 2004 -2009.

المطلوب

حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط لكل من الأسعار والكميات والقيمة على اعتبار أن سنة الأساس هي (2004).

جدول (18.7) أسعار وكميات بعض السلع خلال سنتي 2004 و 2009

نوع السلعة	السعر		الكمية		الحل	
	2004	2009	2004	2009	V_0	V_1
الطحين	40	70	10	20	400	1400
الزيت	30	80	15	30	450	2400
الحليب	20	40	25	40	500	1600
اللحم	210	500	30	50	6300	25000
المجموع	300	690	80	140	7650	30400

الحل

1- إيجاد الرقم القياسي التجميعي للأسعار أي:

$$\because \text{ASPI} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{690}{300} * 100 = 230\%$$

والذي يتبين أن الأسعار التجميعية لهذه السلع قد ازداد بمقدار 130% في سنة 2009 عنها في سنة 2004.

2- الرقم القياسي التجميعي للكميات أي:

$$\because \text{ASPI} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} * 100 = \frac{140}{80} * 100 = 175\%$$

والذي يمكن ملاحظته من هذا الرقم أن الكميات المستهلكة من هذه السلع قد ارتفعت بنسبة 75% في سنة 2009 عنها في سنة 2004.

3- الرقم القياسي التجميعي للقيمة (V):

وبنفس الأسلوب السابق يحسب هذا الرقم باستخدام الصيغة الآتية:

$$\because \text{ASQI} = \frac{\sum V_1}{\sum V_0} * 100$$

حيث إن:

$$V_1 = P_1.Q_1$$

و

$$\therefore V_0 = P_0.Q_0$$

$$= \frac{30400}{7650} * 100 = 397.4\%$$

والذي يتبين من هذه القيمة أن الرقم القياسي التجميعي للقيمة قد ازداد بنسبة 297.4% في سنة 2009 عنها في سنة 2004.

ما يؤخذ على الرقم التجميعي البسيط هو تجاهله للأهمية النسبية لكل سلعة من بين السلع المختلفة، فمثلاً تم تجميع الزيت والطحين واللحم والحليب وهو بذلك يساوي جميع السلع في الأهمية النسبية وهذا غالباً يخالف الواقع، وللتغلب على هذه المشكلة فإنه يتم ترجيح أو إعطاء للسلع أوزان كما سيرى لاحقاً. كما لا يمكن استخدام طريقة التجميع إلا إذا كانت وحدات النقد في الأسعار واحدة، وإذا لم تكون كذلك فإنه يجب تحويلها إلى نفس الوحدات قبل التجميع.

من مزايا هذه الأرقام كونها قابلة للانعكاس الزمن وهذا واضح من خلال ضرب الرقم القياسي لأسعار سنة المقارنة منسوباً إلى سنة الأساس مضروباً في الرقم القياسي للأسعار في سنة الأساس منسوباً لسنة المقارنة ومنه يتم الحصول على العدد واحد الصحيح. وهذا يعني أن الرقم القياسي لأي منها هو معكوس الرقم القياسي للثاني أي:

$$\frac{P_n}{P_0} * \frac{P_0}{P_n} = 1$$

كما تتميز الأرقام القياسية البسيطة بخاصية قابليتها للتحويل في الزمن على خلاف الأرقام القياسية المرجحة التي لا تتمتع بهما بشكل عام، والتي تعتبر من مساوئ تلك الأرقام.

18.5 الرقم القياسي التجميعي المرجح (الموزون) Weighted Price Index

سبق وأن تم الذكر بأن الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار والكميات لا يأخذ بنظر الاعتبار أوزان كل سلعة وأهميتها النسبية، لذلك قد لا يكون رقماً دقيقاً لأن لكل سلعة وزنها الخاص بها، ولهذا إذا أريد الحصول على رقم قياسي يعكس التغيير الحقيقي للأسعار أو الكميات فلابد من إعطاء وزن لكل سلعة يتناسب مع تأثيرها الفعلي أو ترجيح السعر أو الكميات خلال فترة الأساس بفترة سنة المقارنة. وتوجد عدة أنواع من الأرقام القياسية المرجحة ومن أهمها ما يلي:

18.5.1 الرقم القياسي المرجح للأسبير Laspeyre's Index (L_1)

وفيه يتم الترجيح بأوزان سنة الأساس Base Year (0) حيث يتم ترجيح الرقم القياسي للأسعار بكميات سنة الأساس (Q_0)، ويتم ترجيح الرقم القياسي للكميات بأسعار سنة الأساس (P_0). وأن الصيغة المستخدمة هي:

1- صيغة الرقم القياسي المرجح للأسعار للاسبير موزوناً بكميات سنة الأساس:

$$L_P = \frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * 100$$

2- الرقم القياسي المرجح للكميات للاسبيرموزوناً بأسعار سنة الأساس:

$$L_Q = \frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} * 100$$

فيما يلي مثال رقمي مبسط لكل من طريقة الأساس الثابت والأساس المتحرك لتركيب رقم لاسبير القياسي لأسعار.

تطبيق 11 [101]

الجدول (18.8) يعرض بيانات عن أسعار وكميات ثلاث C،B،A للسنوات الأربعة 2007 ،2006، 2005، 2004 وليرمز للسنوات بالرمز (0، 3،2،1) على التوالي.

[101] هذا التطبيق مقتبس بتصرف من نبيل غانم وآخرون ، مرجع سبق ذكره، ص ص 271-272.

جدول (18.8) أسعار وكميات ثلاث سلع

السلعة	2004 (0)		2005 (1)		2006 (2)		2007 (3)	
	P_0	q_0	P_1	q_1	P_2	q_2	P_3	q_3
A	20	8	24	10	30	14	38	15
B	15	14	18	22	20	24	25	30
C	8	32	8	41	10	45	14	52

المطلوب

إيجاد رقم لاسبير القياسي لأسعار سنوات 2005، 2006، 2007 باستخدام سنة 2004 سنة أساس (أساس ثابت) ولترمز لها بالرمز التالية على التوالي:

$I_{1.0}$، $I_{2.0}$، $I_{3.0}$.

- إيجاد رقم لاسبير القياسي لأسعار سنوات 2005، 2006، 2007 باستخدام أساس متحرك وترمز لها بالرموز التالية على التوالي: $I_{1.0}$، $I_{2.1}$، $I_{3.2}$

الحل

لإيجاد أرقام القياسية المطلوبة يتم حساب المجاميع التالية:

$$\sum p_1q_1 = 964 \qquad \sum p_0q_0 = 626$$

$$\sum p_2q_1 = 1150 \qquad \sum p_1q_0 = 700$$

$$\sum p_2q_2 = 1350 \qquad \sum p_2q_0 = 840$$

$$\sum p_3q_2 = 1762 \qquad \sum p_3q_0 = 1102$$

- حساب الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت:

$$I_{1.0}=\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}*100=\frac{700}{626}*100=111.8$$

$$I_{2.0}=\frac{\sum p_2q_0}{\sum p_0q_0}*100=\frac{840}{626}*100=134.2$$

$$I_{1.0}=\frac{\sum p_3q_0}{\sum p_0q_0}*100=\frac{1102}{626}*100=176.0$$

- حساب الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك:

$$I_{1.0}=\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}*100=\frac{700}{626}*100=111.8$$

$$I_{2.1}=\frac{\sum p_2q_1}{\sum p_1q_1}*100=\frac{1150}{964}*100=119.3$$

$$I_{1.0}=\frac{\sum p_3q_2}{\sum p_2q_2}*100=\frac{1762}{1270}*100=138.7$$

18.5.2 رقم باش القياسي Paacshe Index

وفيه يتم الترجيح بأوزان سنة المقارنة أي يتم ترجيح الرقم القياسي للأسعار بكميات سنة المقارنة وكذلك يتم ترجيح الرقم القياسي لكميات بأسعار سنة المقارنة وكما هو مبين في التالي:

1- الرقم القياسي للأسعار لباش موزوناً بكميات سنة المقارنة ويحسب بموجب الصيغة الآتية:

$$P_I = \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1} * 100$$

2- الرقم القياسي للكميات لباش موزوناً بكميات سنة المقارنة ويُحسب بموجب الصيغة الآتية:

$$P_Q = \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1} * 100$$

وإذا ما تمت مقارنة الرقم القياسي للاسبير وباش سيلاحظ أن:

الرقم القياسي للاسبير يسحب الرقم نحو الأسفل لأنه عادة أقل من الأرقام القياسية لباش. والسبب استخدام أوزان سنة الأساس Base Year والتي عادة ما تكون أقل من سنة المقارنة (الرقم القياسي للاسبير يخفض الرقم)، أما الرقم القياسي لباش فإنه يسحب الرقم القياسي إلى الأعلى وهو أكبر من الرقم القياسي للأسبير، والسبب هو استخدام سنة المقارنة كأوزان وهي عادة ما تكون أعلى من سنة الأساس (رقم باش القياسي يضخم الرقم القياسي).

18.5.3 الرقم القياسي لفيشر Fisher's Index

وللتخلص من المشكلة التي يعاني منها رقم لاسبير ورقم باش وإيجاد رقم قياسي أمثل يتم اللجوء إلى الرقم القياسي الأمثل لفيشر والذي يقوم بالأساس على حساب الوسط الهندسي للرقمين القياسيين التجميعيين للاسبير وباش باستخدام الصيغة الآتية: رقم فيشر القياسي (الأمثل) هو:

$$FI = \sqrt{LP * P}$$

وعليه فإن:

1- رقم فيشر الأمثل للأسعار هو:

$$FPI = \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * 100$$

2- رقم فيشر الأمثل للكميات هو:

$$FQI = \sqrt{\frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} * \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1}} * 100$$

وقد أطلق على هذا الرقم بالرقم القياسي الأمثل لعدة أسباب منها[102]:

1– أن الوسط الهندسي هو أنسب طريقة لحساب المتوسط في حالة استخدام نسبة مئوية. هذا إلى جانب أنه يأخذ في الاعتبار الترجيح بأوزان كل من سنة المقارنة وسنة الأساس.

2- إنه يحقق اختباري الأرقام القياسية التي سيتم توضيحها لاحقاً.

18.5.4 الرقم القياسي لمارشال – إدجورث القياسي

يقوم رقم مارشال – إدجورث القياسي على إظهار لأهمية النسبية للسلع من خلال الترجيح بمجموع أوزان سنة المقارنة وسنة الأساس معاً، ويأخذ الصيغة التالية:

1- رقم مارشال – إدجورث القياسي للأسعار:

$$M - E = \frac{\sum P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_1)} * 100$$

---

[102] عمر عبد الجواد عبد العزيز وعبد الحفيظ بلعربى، مقدمة في الطرق الإحصائية مع تطبيقات تجارية، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 1999، ص 296.

2- رقم مارشال - إدجورث القياسي للكميات:

$$M - E = \frac{\sum Q_1 (P_0 + P_1)}{\sum Q_0 (P_0 + P_1)} * 100$$

18.5.5 الرقم القياسي دوربش وبالي القياسي

يقوم هذا الرقم على أساس الوسط الحسابي للرقمين القياسيين لكل من لاسبير وباش، ويأخذ الصيغة التالية:

1- رقم دوربش وبالي للأسعار:

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} + \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum Q_0 * P_1}\right] * 100$$

2- رقم دوربش وبالي للكميات:

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} + \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1}\right] * 100$$

تطبيق 12

البيانات المذكورة في الجدول (18.9) توضح الأسعار والكميات لأربعة سلع هي: الطحين، السكر، الملابس، واللحم للفترة 2000 - 2005.

جدول (18.9) يوضح الكميات وأسعارها خلال عامي 2000، 2005

نوع السلعة	السعر/دينار		الكمية/كجم	
	2000	2005	2000	2005
الطحين	3	6	12	16
السكر	8	10	18	22
الزيت	12	16	30	34
الحليب	10	10	35	40

المطلوب

أ- حساب الأرقام القياسية للأسعار (P).

ب- حساب الأرقام القياسية للكميات (Q).

أوجد الرقم القياسي لكل من لاسبير، باش والرقم الأمثل لفيشر ورقم دروبش - بالي واعتبر سنة 2000 هي سنة الأساس.

الحل

يتم تكوين جدول يضم العناصر والحسابات التالية:

جدول (18.10) حسابات السلع

السلع	P_0	P_1	Q_0	Q_1	P_0Q_0	P_0Q_1	P_1Q_0	P_1Q_1
الطحين	3	6	12	16	36	48	72	96
السكر	8	10	18	22	144	176	180	220
الزيت	12	16	30	34	360	408	480	544
الحليب	10	10	35	40	350	400	350	400
المجموع					890	1032	1082	1260

1- رقم لاسبير للأسعار:

$$LP = \frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * 100 = \frac{1082}{890} * 100 = 121.6\%$$

يتبين من خلال هذه النتيجة أن الأسعار قد ارتفعت بنسبة 21.6% في سنة 2005 عن تلك الأسعار في سنة 2000، أي بتعبير آخر لو كانت هناك رغبة في استهلاك في عام 2005 نفس الكميات التي تم استهلاكها في عام 2000 لوجب أن يتم دفع 21.6% زيادة عما كان يتم دفعه 2000، أي أن رقم لاسبير يقيس كما كان عليه في السابق دون تغيير أو تطوير.

2- رقم باش للأسعار:

$$PP = \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1} * 100 = \frac{1260}{1032} * 100 = 122\%$$

يشير هذا الرقم إلى أن الأسعار قد ارتفعت في عام 2005 عن مستواها في عام 2000 بمقدار 22%، أي أن لو كان المواطن يعيش في عام 2000 بنفس المستوى الذي يعيش به في عام 2005، فإنه يشعر في عام 2005 بان الأسعار قد ارتفعت بمقدار 22%.

3- رقم فيشر القياسي للأسعار:

$$FPI = \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * 100 = \sqrt{(1.216)(1.22)} * 100 = 121.8\%$$

ويمثل هذا المقياس الوسط الهندسي لرقمي لاسبير وباش.

4- رقم دوربش – بالى للأسعار:

$$= \frac{1}{2}[1.1216 + 1.22] * 100 = \frac{1}{2}[2.436] * 100 = 121.8\%$$

كما يلاحظ من تلك النتائج أن الأسعار لتلك السلع قد ارتفعت بنسبة 22% و21.8 خلال سنة 2005 عنها في سنة 2000 وذلك من خلال مقياسي فيشر و دروبش - بالى.

بنفس الأسلوب والقواعد التي استخدمت في إيجاد الرقم القياسي التجميعي للأسعار مرجحاً (موزوناً) بالكميات سيتم إيجاد الرقم القياسي التجميعي للكميات مرجحة بالأسعار، وكما يلي:

1- رقم لاسبير القياسي للكميات:

$$LQ = \frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} * 100 = \frac{1032}{890} * 100 = 115.95\%$$

2- رقم باش القياسي للكميات:

$$PQ = \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1} * 100 = \frac{1260}{1082} * 100 = 116.45\%$$

3- رقم فيشر القياسي للكميات (الأمثل):

$$FQ = \sqrt{\frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} * \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1}} * 100 = \sqrt{1.1595 * 1.1645} * 100 = 116.19\%$$

تطبيق 13

من بيانات الجدول (18.11) التالي، أوجد الأرقام القياسية للأسعار والكميات وكذلك الرقم القياسي لكل من باش ولاسبير وفيشر ولمارشال – إدجورث.

جدول (18.11) يبين الكميات وأسعار سنتي 2004 و 2009

نوع السلعة	الكمية بالكيلوجرام سنة 2004	الكمية بالكيلوجرام سنة 2009	السعر بالدينار سنة 2004	السعر بالدينار سنة 2009
جبن	20	25	1.00	1.5
زبدة	15	20	1.50	2.0
زيتون	10	15	0.75	1.0

الحل

أولاً: حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار

للجبن $= \frac{1.5}{1.0} * 100 = 150$

للزبدة $= \frac{2}{1.5} * 100 = 133.3$

للزيتون $= \frac{1}{0.75} * 100 = 133.33$

الذي يمكن ملاحظته أن الأسعار لتلك السلع قد ازدادت في سنة 2009 بنسبة 50% و33.3% عنها في سنة 2004.

ثانياً: حساب الرقم القياسي البسيط للكميات

للجبن $= \frac{25}{20} * 100 = 125$

للزبدة $= \frac{20}{15} * 100 = 133$

للزيتون $= \frac{15}{10} * 100 = 150$

كما يتبين أيضاً أن الكميات لتلك السلع قد ارتفعت في سنة 2009 عنها في 2004 بنحو 25%، 33% و 50% على التوالي.

ثالثاً:

$$\text{الرقم القياسي التجميعي للأسعار} = \frac{\text{مجموع للسلع في سنة المقارنة}}{\text{مجموع الأسعار للسلع في سنة الأساس}} * 100$$

$$= \left(\frac{1.0+2+1.5}{0.75+1.5+1}\right) * 100 = \frac{4.5}{3.25} * 100 = 138.46\%$$

رابعاً:

$$\text{الرقم القياسي التجميعي للكميات} = \frac{\text{مجموع الكميات للسلع في سنة المقارنة}}{\text{مجموع الكميات للسلع في سنة الأساس}} * 100$$

$$\left(\frac{15+20+25}{10+15+20}\right) * 100 = \left(\frac{60}{45}\right) * 100 = 133.33\%$$

كما يلاحظ أيضاً أن الأسعار والكميات التجميعية لتلك السلع قد ارتفعت بنحو 38.46% و 33.33% على التوالي خلال سنة 2009 عنها في سنة 2004.

خامساً: الرقم القياسي للأسبير

$$\frac{\text{مجموع الأسعار في سنة المقارنة مرجحاً بكميات سنة المقارنة}}{\text{مجموع الأسعار في سنة الأساس مرجحاً بكميات سنة المقارنة}} * 100$$

$$L = \left(\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \right) * 100$$

$$L = \left(\frac{(1.5)(20) + 2(15) + 1.0(10)}{(1)(20) + 1.5(15) + 0.75(10)} \right) * 100$$

$$L = \left(\frac{30 + 30 + 10}{20 + 22.5 + 7.5} \right) * 100 = \left(\frac{70}{50} \right) * 100 = 140\%$$

سادساً: الرقم القياسي لباش

$$100 * \frac{\text{مجموع الأسعار في سنة المقارنة مرجحاً بكميات سنة المقارنة}}{\text{مجموع الأسعار في سنة الأساس مرجحاً بكميات سنة المقارنة}}$$

$$P = \left(\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \right) * 100$$

$$P = \left(\frac{(11.5)(25) + 2(20) + 1(11)}{1(25) + 1.5(20) + 0.75(15)} \right) * 100$$

$$P = \left(\frac{33.50 + 40 + 15}{25 + 30 + 11.25} \right) * 100 = \left(\frac{92.50}{66.25} \right) * 100 = 139.62\%$$

سابعاً: الرقم القياسي لمرشال إدجورث

$$M.E=\left(\frac{\sum P_1\left(Q_0+Q_1\right)}{\sum P_0\left(Q_0+Q_1\right)}\right)*100$$

$$M.E=\left(\frac{1.5(25+20)+2(20+15)+1(15+10)}{1(25+20)+1.5(20+1.5)+0.75(15+10)}\right)*100$$

$$M.E=\left(\frac{67.5+70+25}{45+52.5+18.75}\right)*100$$

$$M.E=\left(\frac{162.5}{116.25}\right)*100=139.78\%$$

ثامناً: الرقم القياسي لفيشر

$$F=\sqrt{L*P}=\sqrt{(140)(139.62)}=139.81\%$$

لقد بينت نتائج الأرقام القياسية للاسبير وباش ومارشال – ادجورت وفيشر أن أسعار السلع (جبن، زبده، زيتون) قد ارتفعت خلال سنة 2009 عن أسعارها سنة 2004 بنحو 40% و 39.62% و 39.78% و 39.81% على الترتيب، أي بمعنى لو كان هناك رغبة في استهلاك نفس الكميات من هذه السلع خلال سنة 2009 لوجب دفع حوالي 40% زيادة عما كان يتم دفعه في سنة 2004.

تاسعاً: الأساس الثابت والأساس المتحرك[103]

"عند تركيب الأرقام القياسية لسنوات عديدة متتالية بحيث تنسب عناصر كل سنة من تلك السنوات إلى عناصر سنة معينة تختار كأساس، فإن الأرقام القياسية تكون ذات أساس ثابت مهما بعدت سنوات المقارنة عن سنة الأساس، ولكن هنا يدخل عنصر جديد وهو الزمن، لأنه إذا طالت الفترة بين سنة الأساس وسنوات المقارنة فإنها تكون كفيلة بأن تحدث تغييراً في الظروف المحيطة بالسلع التي يتم بحثها والتي يتركب منها الرقم القياسي، وقد يحدث مثلاً أن بعض السلع التي كانت شائعة الاستهلاك في سنة الأساس يقل استهلاكها تدريجياً (أو ينعدم) كلما بعدت سنة المقارنة عن سنة الأساس، أو بالعكس قد توجد سلع لم تكن متداولة أو معروفة من قبل، وكذلك قد تتغير الأهمية النسبية بين السلع التي تدخل في تركيب الأرقام القياسية. هذا إذا حدث – ولابد أن شيئاً من هذا يحدث إذا طالت الفترة بين سنة الأساس وسنوات المقارنة – لا يمكن معه الاطمئنان إلى صحة المقارنة وتنعدم بذلك الفائدة من فكرة الأرقام القياسية. بذلك يمكن الاستنتاج إنه بالرغم من أن سنة ما قد تكون أساساً مناسباً في مرحلة تاريخية معينة، إلا أنها تصبح غير مناسبة بمرور الزمن ولهذا يجب تغييرها حتى تصبح قريبة من سنوات المقارنة وبالتالي تكون المقارنة غير مضللة ".

عندما تكون الأحوال الاقتصادية سريعة التغير بفضل تركيب الأرقام القياسية على أساس

---

[103] نبيل غنيم وآخرون، مقدمة في الإحصاء الوصفي والتطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ص 270- 272.

متحرك، بمعنى أن لا تكون هناك سنة ثابتة تقارن الأسعار على أساسها وإنما تكون سنة الأساس متغيرة. بذلك يتجمع في هذه الحالة سلسلة من الأرقام القياسية كل سنة على أساس السنة السابقة لها وتسمى هذه الطريقة بطريقة السلسلة Link index.

إن إحدى مساوئ الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت هي عدم جدواها للمدى البعيد لسببين: الأول هو أن بعض المواد التي تدخل في حساب أي رقم قياسي تتغير أهميتها بسبب تغير نمط الاستهلاك وبالتالي تصبح غير ملائمة لإدخالها في إنشاء الرقم القياسي. الثاني هو أن الفروق بين أرقام لاسبير وباش تصبح كبيرة عند تباعد فترة المقارنة عن فترة سنة الأساس بحيث تصبح المقارنة غير صحيحة ذلك نتيجة لتغير ظروف الحياة واختلاف أذواق الإفراد ونمط استهلاكهم.

إن حساب الأرقام القياسية بطريقة السلسلة تهدف إلى التخلص من عيوب الطرائف السابقة في حساب الأرقام القياسية.[104]

هذه الطريقة (أي طريقة السلسلة)، تتميز أيضاً بالمرونة، حيث تسمح بإضافة سلع جديدة تكون قد اكتسبت أهمية، وإخراج سلع قديمة تكون قد فقدت أهميتها، كذلك بتعديل الأوزان التي تستخدم في ترجيح السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي. واستخدام طريقة الأساس المتحرك لا تشترط صيغة معينة لتركيب الرقم القياسي بل يمكن إتباعها في أي صيغة من

[104] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص 76.

الصيغ السابقة التي تم تناولها بالشرح.

عاشراً: المتوسطات المرجحة للمناسيب[105]

كما سبق الذكر بأنه يمكن استخدام قيم السلع كأوزان لترجيح مناسيب الأسعار وأن قيمة السلعة عبارة عن حاصل ضرب سعر السلعة في كميتها، وبالتالي يوجد أربع مجموعات من القيم يمكن استخدامها كأوزان للترجيح وهي:

P_0Q_0	P_0Q_1	P_1Q_0	P_1Q_1

بعد إيجاد منسوب السعر لكل سلعة على حده يمكن ترجيح تلك المناسيب وإيجاد المتوسطات الحسابية المرجحة بالقيم بالصيغ الآتية:

1- إذا تم الترجيح بالقيم (P_0Q_0) يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$I = \frac{\sum [\frac{P_1}{P_0} P_0 Q_0]}{\sum P_0 Q_0} * 100$$

هذا الرقم يسمى الرقم القياسي لمناسيب الأسعار مرجحا بقيم فترة الأساس، أو المتوسط الحسابي لمناسيب الأسعار مرجحا بقيم فترة الأساس.

ويلاحظ أنه بالاختصار يتم الحصول على الصيغة الآتية:

---

[105] نبيل غنيم وعبد الهادي الأحمدي وعبد الغنى الحربي، مقدمة في الإحصاء الوصفي والتطبيقي، منشورات مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ج.م.ع، 2000، ص ص 265-268.

$$I = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * 100$$

وهي صيغة الرقم التجميعي للأسعار المرجحة بكميات فترة الأساس (رقم لاسبير القياسي).

2- إذا تم الترجيح بالقيم (Q_1P_0) يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$I = \frac{\sum [\frac{P_1}{P_0} P_0 Q_1]}{\sum P_0 Q_1} * 100$$

هذا الرقم يسمى الرقم القياسي لمناسيب الأسعار مرجحا بالقيم (Q_1P_0)، أو المتوسط الحسابي لمناسيب الأسعار مرجحا بالقيم (Q_1P_0).

ويلاحظ أنه بالاختصار يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} * 100$$

وهي صيغة الرقم التجميعي للأسعار المرجحة بكميات فترة المقارنة (رقم باشى القياسي).

يلاحظ أن الرقمين القياسيين اللذين تم الحصول عليهما في الصيغتين السابقتين هما نفس صيغتي لاسبير وباشى، إلا أن صيغة المتوسط الحسابي المرجح للمناسيب تتميز عنهما بتوفر إمكانية تعديل الرقم القياسي بإدخال مناسيب سلع حديثة مكان سلع قديمة إلى جانب أنها تعطى المناسيب البسيطة لكل سلعة، وتعتبر هاتان الصيغتان أهم صيغ تركيب الأرقام القياسية

للأسعار وأكثرا استخداماً.

3- إذا تم الترجيح بالقيم (Q_1P_1) يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$I = \frac{\sum[\frac{P_1}{P_0} P_1Q_0]}{\sum P_1Q_0} * 100$$

4- إذا تم الترجيح بالقيم (Q_1P_1) يتم الحصول على الصيغة الآتية:

$$I = \frac{\sum[\frac{P_1}{P_0} P_0Q_1]}{\sum P_0Q_1} * 100$$

تطبيق 14

من بيانات الجدول (18.13) التالي وباستخدام عام 2000 كأساس، المطلوب حساب كل من:

جدول (18.13) الأسعار والكميات لبعض السلع خلال سنتي 2000 و 2008

السلعة	سنة 2000		سنة 2008	
	الكميات	الأسعار	الكميات	الأسعار
أ	8	4	12	6
ب	6	3	10	5
ج	10	2	15	4

1- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_0Q_0.

2- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_0Q_1.

3- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_1Q_0.

4- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_1Q_1.

الحل

يتم تكوين جدول (18.14) التالي:

السلع	P_0	Q_0	P_1	Q_1	P_0Q_0	P_0Q_1	P_1Q_0	P_1Q_1
أ	4	8	6	12	32	48	48	72
ب	3	6	5	10	18	30	30	50
ج	2	10	4	15	20	30	40	60
المجموع					60	108	118	182

وبالتالي يمكن تكوين الجدول الآتي:

جدول (18.15)

السلع	$\frac{P_1}{P_0}$	$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)*P_0Q_0$	$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)*P_0Q_1$	$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)*P_1Q_0$	$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)*P_1Q_1$
أ	1.5	48.0	72	72	108
ب	1.7	30.6	51	51	85
ج	2.0	40.0	60	80	120
المجموع		118.6	183	203	313

1- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_0Q_0 يساوي:

$$I=\frac{\sum\frac{P_1}{P_0}*P_0Q_0}{\sum P_0Q_0}*100=(\frac{118.6}{60})*100=196.7\%$$

2- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_0Q_1 يساوي

$$I=\frac{\sum\frac{P_1}{P_0}*P_0Q_1}{\sum P_0Q_1}*100=(\frac{183}{108})*100=169.4\%$$

3- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_1Q_0 يساوي:

$$I = \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * P_1Q_0}{\sum P_1Q_0} * 100 = (\frac{203}{118}) * 100 = 172\%$$

4- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم P_1Q_1 يساوي:

$$I = \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * P_1Q_1}{\sum P_1Q_1} * 100 = (\frac{313}{182}) * 100 = 172\%$$

مثال 15

أحسب الرقم القياسي بطريقة السلسلة للمعلومات الواردة بالجدول التالي[106]:

جدول (18.16) أسعار وكميات مجموعة من المواد المستهلكة لفترات متتالية

المادة	السنة (0)		السنة (1)		السنة (2)	
	P_0	q_0	P_1	q_1	P_2	q_2
تفاح (كغ)	12	6	15	7	20	10
مناديل كلينكس(علبة)	5	13	18	11	15	20
شراب اللوز(ليتر)	15	9	13	18	18	16
بيض (بالعشرات)	8	10	10	9	13	12

الحل

يتم حساب الرقم القياسي باستخدام طريقة لاسبير

$$L_{(1/0)} = \left(\frac{\sum P_1q_0}{\sum P_0q_0}\right) * 100 = \left(\frac{544}{352}\right) * 100 = 154.55$$

106 أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص78-79.

$$L_{(2/1)}=\left(\frac{\sum P_2 q_1}{\sum P_1 q_1}\right)*100=\left(\frac{746}{627}\right)*100=118.98$$

الرقم القياسي للاسبير المعطى بطريقة السلسلة

$$C_{I(2/0)}=\frac{L_{(2/1)}*L_{(1/0)}}{100}=\frac{118.98*154.55}{100}=183.88$$

يتم حساب الرقم القياسي باستخدام طريقة باش:

$$P_{(1/0)}=\left(\frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}\right)*100=\left(\frac{627}{481}\right)*100=130.35$$

$$P_{(2/1)}=\left(\frac{\sum P_2 q_2}{\sum P_1 q_2}\right)*100=\left(\frac{944}{830}\right)*100=113.73$$

والرقم القياسي لباش المعطى بطريقة السلسلة هو:

$$C_{P(2/0)}=\frac{P_{(2/0)}*P_{(1/0)}}{100}=\frac{113.73*130.35}{100}=148.25$$

يستعمل الرقم القياسي بطريقة السلسلة لقياس التغيرات في المدى القريب ولا يؤخذ به في المدى البعيد.

كما يجب التنويه بأن أي خطأ في أحد عناصر السلسلة سوف ينعكس على جميع الأرقام القياسية التالية. كما أن دلالة هذا الرقم غير محددة بدقة، حيث النتيجة تتعلق بتعديلات معامل الترجيح من فترة لأخرى، وبالتالي فإن الرقم القياسي هو أقل ملائمة من رقمي لاسبير وباش

لدراسة التغيرات الحاصلة منذ فترة الأساس[107].

18.6 اختبارات الأرقام القياسية Tests of Index Numbers

يوجد اختبارين لجودة الرقم القياسي وهما:

1- اختبار الانعكاس في الزمن

2- اختبار لانعكاس المعاملي

مضمون كلا الاختبارين يتضح من أسميهما، فمن المعروف أن الرقم القياسي يقيس التغير في الأسعار مثلاً في الفترة المقارنة عنها مما في الأساس وبالتالي فإن التوقع أن العكس الزمني له في الأسعار في فترة الأساس بالنسبة إلى فترة المقارنة واختبار لانعكاس في الزمن ينص على أن حاصل ضرب الرقم القياسي في بديله (عكسه) الزمني يساوى الواحد صحيح.

18.6.1 اختبار الانعكاس في الزمن[108] Time Reversal Property

يتحقق هذا الاختبار (أي قابلية الانعكاس في الزمن) إذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي في البديل الزمني هو الواحد عدد صحيح، بمعنى إذا تم ضرب الرقم القياسي في السنة المدروسة إلى سنة الأساس بالرقم القياسي في سنة الأساس إلى السنة المدروسة فإن الناتج يساوي

---

[107] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص 77.

[108] عمر عبد الجواد عبد العزيز وعبد الحفيظ بلعربي، مقدمة في الطرق الإحصائية مع تطبيقات تجارية، مرجع سبق ذكره، ص 302.

الواحد. أي يتم الحصول عليه باستبدال سنة الأساس محل سنة المقارنة. وهذا يصلح في حالة الرقم القياسي للأسعار والكميات، ومعنى ذلك هو استبدال أسعار (كميات) فترة المقارنة بأسعار (كميات) فترة الأساس والعكس بالعكس في الرقم القياسي ويمثل الناتج "البديل الزمني" للرقم القياسي، وكل رقم قياسي لا يحقق هذه النتيجة فإنه رقم غير معول عليه وفقاً للقاعدة القائلة بأن:

حاصل ضرب الرقمين القياسيين المتبادلين يساوي واحد عدد صحيح.

فمثلاً الرقم التجميعي البسيط للأسعار يساوي:

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0}$$

والبديل الزمني له هو:

$$\frac{\sum P_0}{\sum P_1}$$

ويكون حاصل ضرب الرقم القياسي في بديله الزمني $\frac{\sum P_1}{\sum P_0} * \frac{\sum P_0}{\sum P_1}$ يكون مساوياً للواحد صحيح.

فمثلاً إن الرقم القياسي لباش مقبول علمياً لأنه عند ضربه في معكوسه يتم الحصول على واحد عدد صحيح أي:

$$\because P_P = \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1} * 100$$

فإن حاصل ضربه في معكوسه هو:

$$P_P = \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1} * \frac{\sum P_0 * Q_1}{\sum P_1 * Q_1} = 1$$

ومن المثال السابق (تطبيق 7) يلاحظ أن الرقم القياسي لباش ومعكوسه هو:

$$P_P = \frac{1260}{1032} * \frac{1032}{1260} = 1 \Rightarrow \ = (1.221) * (0.8191) \approx 1$$

18.6.2 اختبار الانعكاس في المُعامل Factor Reversal Property

يتحقق ذلك الاختبار إذا كان حاصل ضرب الرقم القياسي في البديل المعاملي يساوي الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيمة، حيث إن **البديل المعاملي** يمكن الحصول عليه باستبدال الأسعار محل الكميات وأيضاً الكميات محل الأسعار وذلك في أي من الرقم القياسي للأسعار أو الكميات.

بمعنى أن هذا الاختبار يقضي بأن يتم إيجاد البديل المعاملي من خلال استبدال الأسعار والكميات والعكس مع الاحتفاظ بالزمن، أي أن البديل المعاملي يحتوي على نفس الفترتين في نفس مكانهما في الرقم القياسي الأول سوءاً في البسط أو المقام. ويقال بأن الرقم القياسي المطلوب اختباره قد اجتاز اختبار لانعكاس المعاملي إذا كان الرقم القياسي مضروباً في بديله

المعاملي مساوياً للرقم القياسي القديم[109].

تطبيق 16

هل رقم لاسبير القياسي للأسعار يجتاز اختبار الانعكاس المعاملي؟

الحل

لا يمكن لرقم لاسبير القياسي للأسعار أن يجتاز اختبار الانعكاس المعاملي، حيث يمكن توضيح ذلك كالآتي:

رقم لاسبير للأسعار يساوي $100*\frac{\sum P_1Q_0}{\sum Q_0P_0}$ وبديلة المعاملي (أي رقم لاسبير القياسي للكميات المناظرة لنفس السنوات) يساوي $100*\frac{\sum Q_0P_1}{\sum Q_0P_0}$ ويكون حاصل ضرب رقم لاسبير القياسي للأسعار في بديله المعاملي:

$$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}*\frac{\sum Q_0P_1}{\sum Q_0P_0}\neq\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$$

حيث:

$$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0}$$

تمثل الرقم القياسي للقيم. ومعني ذلك أن رقم لاسبير القياسي لم يجتاز اختبار الانعكاس المعاملي

[109] رمضان حسن عبد الرحيم، الإحصاء التحليلي في العلوم الإدارية والاقتصادية، مرجع سبق ذكره، ص ص 280-281.

وبالمثل بالنسبة إلى رقم باش القياسي فإنه لا يجتاز اختبار الانعكاس المعاملي.

تطبيق 17

أثبت أن الرقم القياسي لفيشر يقبل الانعكاس في[110]:

(A) الزمن Time.(B) المعامل Factor.

الحل

أولاً: اختبار الانعكاس في الزمن

بما أن الرقم القياسي للأسعار لفيشر هو:

$$F_P = \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * 100$$

والبديل الزمني للرقم القياسي لفيشر هو:

$$= \sqrt{\frac{\sum P_0 * Q_1}{\sum P_1 * Q_1} * \frac{\sum P_0 * Q_0}{\sum P_1 * Q_0}} * 100$$

وإذا اختبار الانعكاس في الزمن هو:

$$= \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} . \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum P_0 * Q_1}{\sum P_1 * Q_1} * \frac{\sum P_0 * Q_0}{\sum P_1 * Q_0}} = 1$$

110 هذا التطبيق مقتبس بتصرف من عمر عبد الجواد عبد العزيز وعبد الحفيظ بلعربي، مقدمة في الطرق الاحصائية مع تطبيقات إدارية، مرجع سبق ذكره ، ص ص 389 – 390.

ثانياً: اختبار الانعكاس في المعامل

بما أن رقم فيشر القياسي للأسعار هو:

$$F_P = \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} . \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * 100$$

وبديله المعاملي هو:

$$= \sqrt{\frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0} * \frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_1}}$$

وأن اختبار الانعكاس في المعامل هو:

$$= \sqrt{\frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0} * \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}} * \sqrt{\frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_0} * \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1}} = \sqrt{\left(\frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_0}\right)^2}$$

$$= \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_0} = \frac{\sum V_1}{\sum V_0} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة*الكمية في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس*الكمية في سنة الأساس}}$$

هذا يساوي الرقم القياسي التجميعي البسيط للقيمة (Value)، أي الرقم القياسي للقيم في فترة المقارنة بالنسبة لفترة الأساس، ومن ذلك يلاحظ أن الرقم القياسي (الأمثل) لفيشر، يجتاز اختباري الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل.

18.6.3 قابلية التحويل

لقد تم توضيح أن الرقم القياسي البسيط يقيس تغير الأسعار بين سنتين معينتين، فإذا تغيرت إحداهما وجب تغير الرقم القياسي، ولكن قد تكون الرغبة في بعض الأحيان بالحصول

على الأرقام القياسية لقياس تغير الأسعار ضمن فترة من الزمن وليس فقط بين أول الفترة وآخرها، مما يضطر الباحث إلى نقل الأساس من سنة إلى أخرى. فلو كانت هناك الأرقام القياسية التي تقيس تغير الأسعار بين عامي2005 و عام 2010، وكانت الرغبة في نقل سنة الأساس إلى عام 2007، فلو تم الرمز لسنة 2005 بالرمز(a) ولعام 2007 بالرمز(b) ولعام 2010 بالرمز (c) وبفرض أن الأرقام القياسية المتوفرة هي $I_{(b/a)}$، $I_{(c/a)}$، $I_{(c/b)}$، فإذا تمت قسمة $I_{(c/a)}$ على $I_{(b/a)}$،فإنه يتم الحصول على رقم قياسي بين السنة 2010 و 2007 حيث تحوّل الأساس من سنة 2005 إلى 2007 كما يلي:

$$I'_{(c/b)} = \frac{I_{(c/a)}}{I_{(b/a)}}$$

فإذا كان $I'_{(c/b)}$ تساوي $I_{(c/b)}$المحسوبة مباشرة فإن الرقم القياسي قابل للتحويل في الزمن أي:

$$I_{(c/b)} = \frac{I_{(c/a)}}{I_{(b/a)}}$$

ومن خلال علاقة قابلية الانعكاس في الزمن التالية:

$$I_{(a/b)} \ * \ I_{(b/a)} = 1$$

أو

$$I_{(a/b)} = \frac{1}{I_{(b/a)}}$$

وبالتالي:

$$I_{(c/b)} = I_{(c/a)} \;\; * \;\; I_{(a/b)}$$

حيث:

$$I_{(a/b)} = \frac{1}{I_{(b/a)}}$$

مثال 18

بافتراض أن أسعار الجملة لسلعة ما هي 500 دينار للطن عام 2000 و 600 دينار عام 2005 و 660 عام 2009، اثبت أن الأرقام القياسية البسيطة لأسعار هذه السلعة تقبل التحويل في الزمن.

الحل

أ- الرقم القياسي البسيط لأسعار هذه السلعة بين عامي 2000 و 2005.

$$I_{(05/02)} = \left(\frac{600}{500}\right) * 100 = 120 \;\; \%$$

ب- الرقم القياسي البسيط لأسعار هذه السلعة بين سنتي 2009 و 2000.

$$I_{(09/02)} = \left(\frac{660}{500}\right) * 100 = 132 \;\; \%$$

ج- الرقم القياسي البسيط لأسعار هذه السلعة بين سنتي 2009 و 2005.

$$I_{(09/05)} = \left(\frac{660}{600}\right) * 100 = 110 \;\; \%$$

ولكن يمكن حساب هذا الرقم القياسي إذا كان الأسعار غير معلومة في الفترات المختلفة وكالتالي:

$$I_{(09/05)} = \left(\frac{I_{(09/02)}}{I_{(05/02)}}\right) * 100 = \left(\frac{132}{120}\right) * 100 = 110 \quad \%$$

وبالتالي فإن الأرقام القياسية تقبل التحويل في الزمن.

مثال 19

الجدول التالي يوضح عدد من المواد وأسعارها

السلعة	السعر(P_0) في عام 2000	السعر(P_1) في عام 2004	السعر(P_2) في عام 2008
اللحم بالكيلو جرام	30	35	40
البيض (بالعشرات)	14	18	20
الحليب باللتر	8	10	11
الماء بالزجاجة	3	3	4
المجموع (أسعار تجميعية)	55	66	75

المطلوب

إثبات أن الأرقام القياسية البسيطة لأسعار هذه السلعة تقبل التحويل في الزمن.

الحل

أولاً: يتم حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط في عام 2004 منسوباً إلى عام 2000.

$$I_{(1/0)} = \left(\frac{66}{55}\right) * 100 = 120 \quad \%$$

ثانياً: يم حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط في عام 2008 منسوباً إلى عام 2000.

$$I_{(2/0)} = \left(\frac{75}{55}\right) * 100 = 136.4 \ \%$$

ثالثاً: يتم حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط في عام 2008 منسوباً إلى عام 2004.

$$113.6\ I_{(2/1)} = \left(\frac{75}{66}\right) * 100 = \%$$

رابعاً: يتم حساب الرقم القياسي التجميعي البسيط في عام 2000 منسوباً إلى عام 2004.

$$I_{(0/1)} = \left(\frac{55}{66}\right) * 100 = 83.3 \ \%$$

وحيث أن يمكن الحصول على الرقم القياسي $I_{(2/1)}$ بتطبيق العلاقة التالية:

$$I_{(c/b)} = \left(\frac{I_{(c/a)}}{I_{(b/a)}}\right) * 100$$

$$I_{(2/1)} = \left(\frac{136.4}{120}\right) * 100 = 113.6\%$$

ومن خلال تطبيق العلاقة الآتية يمكن الحصول على $I_{(2/1)}$

$$I_{(2/1)} = I_{(2/0)} * I_{(0/1)}$$

$$= (1.364)(0.833) = 1.136$$

$$= (1.136) * 100 = 113.6$$

وبالتالي فإن الأرقام القياسية تقبل التحويل في الزمن.

ملاحظة هامة

النسب المئوية للتغير

يتم تمثيل تطور ظاهرة ما عادة تحت شكل زيادة أو نقصان نسبي، فإذا ارتفع سعر كيلو اللحم (الضأن) في ليبيا من 7 دينار عام 1985 إلى 14 دينار سنة 2010. فإنه يمكن القول بأن سعر كيلو لحم الضأن قد تضاعف أو ازداد بمقدار 100%، وبالتالي فإن النسبة المئوية للزيادة أو النقصان يتم الحصول عليها من العلاقة التالية:

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{القيمة الجديدة} - \text{القيمة السابقة}}{\text{القيمة السابقة}} \times 100$$

حيث يكون الفارق سالباً في حالة الانخفاض.

كما يلاحظ أيضاً أن النسب المئوية للتغير لا تضاف إلى بعضها على سبيل المثال أن سعر علبة الجبن في الشهر الأول من سنة 2011 كان دينارين وفي الشهر الخامس من نفس السنة كان 2.5 للعلبة وفي الشهر التاسع من نفس السنة كان 3.5 دينار للعلبة، وبالتالي فإن الزيادة من بداية السنة حتى الشهر الخامس من السنة 2011 تساوي:

$$P_1 = \left(\frac{2.5-2}{2}\right)*100 = 25\ \ \%$$

أما عن الزيادة من الشهر الخامس حتى الشهر التاسع من نفس السنة.

$$P_2 = \left(\frac{3.5-2.5}{2.5}\right)*100 = 40\ \ \%$$

وبالتالي فإن الزيادة بين الشهر الأول والشهر التاسع من نفس السنة لا تساوي 65% (40+25)، وإنما تساوي:

$$P_3 = \left(\frac{3.5 - 2}{2}\right) * 100 = 0.75 \quad \%$$

18.7 التحليل الاقتصادي باستخدام الأرقام القياسية

سيتم مناقشة التحليل الاقتصادي واتجاهاته كما يلي:

18.7.1 مفهوم التحليل الاقتصادي باستخدام الأرقام القياسية وأهدافه

يعتبر الرقم القياسي من أدوات التحليل الاقتصادي للظاهرة إضافة لقدرتها التحليلية. وتعتمد هذه القدرة التحليلية على الأسس الآتية:

1- أن الرقم القياسي يتألف من نتائج ضرب، قسمة، وجذر حجم غير قليل من البيانات ذات المضمون الاقتصادي والوزن المتباين.

2- أنها تمثل علاقة بين المتوسطات، ولهذا فإنه يتم التعامل مع المتوسطات (Average) ومزاياها وعيوبها، وهي في هذا لها انعكاساتها الاقتصادية والإحصائية على النتائج والقرارات.

فالرقم القياسي للأسعار بصيغته التجميعية البسيطة مثلاً هو ناتج عن قسمة متوسط أسعار سنة المقارنة على متوسط أسعار سنة الأساس أي:

$$\because \frac{\sum P_1}{\sum P_0} * 100 = \frac{\sum P_n}{n} = \bar{P}_1 \div \bar{P}_0 = \bar{P}_1\left(\frac{1}{P_0}\right) = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0}$$

وبهذا يتم الحصول على متوسط التغير في الأسعار أو الكميات في فترتين مختلفتين ونفس الشيء ينطبق على الرقم القياسي المرجح فمثلاً:

$$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} = \frac{\sum P_1Q_0}{Q_0} \div \frac{\sum P_0Q_0}{Q_0}$$

$$\frac{\sum P_1Q_0}{Q_0} * \frac{Q_0}{\sum P_0Q_0} = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$$

وهي أيضاً متوسطات، أما الرقم القياسي الأمثل لفيشر فهو متوسط هندسي للمتوسطات.

3- إن كل الأرقام القياسية (عدا الرقم التجميعي البسيط ورقم فيشر الأمثل) ليس لها انعكاس بالزمن، وبهذا فإنها تتحول إلى قاعدة جيدة لتوضيح أثر عنصر الزمن (Time) على التغير الذي يحدث في الظاهرة وقياس أجزاءه ووزنه النسبي.

16.7.2 اتجاهات التحليل

إن استخدام الأرقام القياسية للأسعار أو الكميات أو القيمة في التحليل يمكن أن يتم بالاتجاهات الآتية:

1- استبعاد أثر التغيرات في الأسعار

يعود جزء كبير من تغيرات القيم إذا كانت للإنتاج أو المبيعات أو الكلفة أو الدخل القومي إلى

أثر التضخم مباشرة (Inflation) أو الارتفاع المستمر في الأسعار الجارية إن كان ذلك بسبب من عوامل داخلية في الصناعة والمشروع أو بسبب عوامل خارجية لهذا السبب تختلط التغيرات التضخمية مع التغيرات الحقيقية مما يوحي ذلك إلى وجود تقدم وهمي في المتغير وخاصة عند التعامل مع مفردات الدخل القومي الذي عادة ما يحسب بالأسعار الثابتة لقياس التغيرات الحقيقية، وبما أن الأرقام القياسية للأسعار تدل على تغير الأسعار فقط، دون النظر إلى التغيرات في حقيقة النشاط الاقتصادي.

2- استبعاد التغير في أسعار سنة الأساس عن سنة المقارنة

وذلك بطرح الرقم القياسي الأصغر من الرقم القياسي الأكبر لحساب أثر تغير الأسعار في سنة المقارنة:

أي:

$$\frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}$$

و

$$\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0}$$

3- حساب التغير في أوزان السلع قياساً إلى التغير في قيمة المتغير الحقيقي

والتي يمكن حسابها بنفس الصيغة حيث يُعزل أثر تغير الوزن عن أثر تغير قيمة المتغير الحقيقية.

أي:

$$\frac{\sum P_1 W_1}{\sum P_0 W_1}$$

و

$$\frac{\sum P_1 W_0}{\sum P_0 W_0}$$

فالرقم القياس للأسعار التجميعي للاسبير وباش يختلفان في وزن كل منهما، إذا ما أخذت الكميات كوزن للسعر، بهذا يمكن حساب أثر الكميات على تغير الرقم القياسي للأسعار، ولهذا يُفضل استخدام أوزان ثابتة نسبياً بدلاً من الكميات على أثر تغير الأسعار الحقيقي.

18.8 التطبيقات والتمارين

18.8.1 التطبيقات

يوجد عدد (19) تطبيقاً تم ذكرها في متن الفصل.

18.8.2 التمارين

1- اشرح مفهوم الرقم القياسي ومزايا استخدامه وأنواعه.

2- اشرح العناصر الأساسية المكونة للرقم القياسي.

3- اشرح مفهوم الرقم القياسي للأسعار واستخداماته، واذكر أنواع الأرقام القياسية للأسعار المستخدمة في التحليل الاقتصادي والإداري.

4- أدناه جدول يتضمن أسعار وكميات السلع الاستهلاكية في عامي2000 و 2007 ويبلغ دخل الأسرة الشهري المتاح عام 2000 بحدود 200 دينار وفي عام 2007 بحدود 300 دينار، أوجد الرقم القياسي لأسعار المستهلك (نفقات المعيشة) وحدد الدخل الحقيقي للأسرة (Real Income).

السلعة	السعر		الكمية	
	P_0	P_1	Q_0	Q_1
مواد غذائية (كيلو)	10.0	20.0	10.0	10.0
بنزين ومحروقات (لتر)	0.1	0.15	50.0	70.0
ملابس (قطعة)	5.0	6.0	4.0	5.0
أجهزة معمرة (جهاز)	200	200	0.25	0.5

5- الجدول التالي يبين أسعار وكميات سلعة ما خلال الفترة 2003-2008

السنة	السعر	الكمية المنتجة
2003	12	100
2004	15	120
2005	16	140
2006	18	150
2007	20	160
2008	24	170

المطلوب

حساب الأرقام القياسية البسيطة لكل من:

- الأسعار

- الكميات، باعتبار سنة 2003 هي سنة الأساس.

6 - الجدول التالي يوضح أسعار وكميات بعض السلع الصناعية المنتجة خلال عامي 2002 - 2007، احسب الأرقام القياسية للأسعار والكميات مستخدماً جميع الأرقام القياسية التي درستها.

السلعة	السنة 2000 السعر		السنة 2007 الكمية	
	P_0	P_1	Q_0	Q_1
أقمشة	0.5	40	0.8	50
تليفزيون	200	50	300	100
حاسبات	750	10	600	15
سكاير	5.0	100	4.0	300

7- اشرح أهم استخدامات الأرقام القياسية.

8- اشرح أهم عيوب ومزايا الأرقام القياسية.

9- الجدول التالي يوضح حجم الإنتاج للقطن في دولة ما خلال السنوات من 2000 - 2007.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
الكمية المنتجة	1200	1100	1400	1300	1500	1020	1080	1600

المطلوب

حساب:

1- الرقم القياسي البسيط للكميات

2- الرقم القياسي البسيط التجميعي للكميات.

10- الجدول أدناه يوضح أسعار بعض السلع في عامي 2002 و 2008 والكمية المنتجة من كل منهما:

السلع	الأسعار		الكميات	
	2002	2008	2002	2008
A	500	600	7000	6500
B	300	400	12000	10000
C	1000	1200	500	600

المطلوب

حساب:

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار والكميات.

2- الرقم القياسي للاسبير للأسعار.

3- الرقم القياسي لباش للأسعار.

4- الرقم القياسي الأمثل لفيشر (الأمثل).

5- الرقم القياسي لمارشال – إدجورث.

6- رقم دوربش وبالي للأسعار.

11- الجدول الآتي يوضح أسعار مجموعة من السلع عامي 2000 ، 2006.

السلع / السنوات	أ	ب	ج	د
2000	12	20	12	22
2006	17	25	18	26

باعتبار أن عام 2000 كسنة أساس، أوجد كل من:

الرقم القياسي النسبي للأسعار باستخدام كل من:

أ- المتوسط الحسابي للمناسيب.

ب- المتوسط الهندسي للمناسيب.

12- الجدول الآتي يعطي أسعار وكميات أربع سلع في كل من عامي 2002، 2007.

السلع	عام 2002		عام 2007	
	الأسعار	الكميات	الأسعار	الكميات
A	22	10	27	18
B	8	25	12	40
C	5	30	9	44
D	14	18	20	32

باعتبار أن عام 2002 سنة أساس أوجد كل من:

1- رقم لاسبير القياسي للأسعار.

2- رقم باشي القياسي للأسعار.

3- رقم فيشر القياسي للأسعار (الرقم القياسي الأمثل).

4- رقم مارشال – ادجورث القياسي للأسعار.

13– من بيانات الجدول بالتمرين السابق وباستخدام عام 2002كأساس. أوجد كل من:

1- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم (p_0q_0).

2- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم (p_0q_1).

3- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم (p_1q_0).

4- الرقم القياسي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم (p_1q_1).

14– الجدول الآتي يعطى سلسلة من الأرقام القياسية محسوبة على أساس أن سنة 1999 سنة أساس (سنة 1999 = 100)، والمطلوب حساب الأرقام القياسية بأخذ سنة 2005 سنة أساس (سنة 2005 = 100).

السنوات	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الأرقام القياسية	100	108	94	113	121	117	125

15- الجدول الآتي بعض بيانات عن أسعار وكميات أربع سلع لخمس سنوات متتالية ثم الرمز لها بالرموز (4،3،2،1،0). المطلوب إيجاد رقم لاسبير القياسي لأسعار السنوات 4،3 ، 2 ، 1 باستخدام أساس متحرك ($I_{4.3}$، $I_{3.2}$ ، $I_{2.1}$، $I_{1.0}$).

السنوات السلع	0		1		2		3		4	
	p_0	q_0	p_1	q_1	p_2	q_2	p_3	q_3	p_4	q_4
A	5	10	7	12	8	13	9	15	11	17
B	8	6	8	7	9	10	12	11	14	11
C	20	6	24	10	23	12	25	12	30	10
D	15	10	16	11	20	14	20	16	21	18

الفصل التاسع عشر

19 الإحصائيات وأنواعها

19.1 الإحصائيات السكانية (الإحصاء الديموغرافي)

19.2 الإحصائيات الحيوية

19.3 إحصائيات قطاع الصحة

19.4 إحصائيات قطاع الصناعة

19.5 إحصائيات قطاع الزراعة

19.6 إحصائيات قطاع التعليم

19.7 إحصائيات التجارة

19.8 التمارين

19 الإحصائيات وأنواعها

هناك مصدران أساسيان لكل أنواع الموارد هما الطبيعة والإنسان. فالطبيعة وحدها مصدر الموارد الطبيعية في حين أن الإنسان هو مصدر الموارد البشرية، ناهيك بالطبع عن النوع الثالث من الموارد وهو الموارد المصنعة والذي هو نتاج تفاعل الإنسان مع الطبيعة. إنَّ المواد البشرية إنَّما تشمل جميع السكان الذين يمكن إعدادهم للدخول في دائرة الاستغلال الاقتصادي بدءاً من الأطفال الرُضَّع حتى الشيوخ المسنين، فالإنسان بهذا المفهوم يُعدُّ مورداً اقتصادياً. أما ذلك الجزء المعدُّ فعلاً للمساهمة في عملية الإنتاج فهو الذي يُعدُّ من قبيل عوامل الإنتاج. بالطبع فإنَّ الجزء الذي يساهم فعلاً في العملية الإنتاجية هو الذي يُعتبر بمثابة مُدخلات، وعلى ذلك فالأطفال الذين تقل أعمارهم عن سن معَّينة ولا يسمح لهم قانون بدخول سوق العمل، وكذلك الطلبة الذين لم يتمُّوا بعد مراحل تعليمهم المختلفة ليسوا أعضاء في القوى العاملة ولكنهم يُشكِّلون جزءاً من الموارد البشرية، ولا يمكن اعتبارهم من عوامل الإنتاج إلاَّ بعد إعدادهم للمشاركة في الإنتاج. أمَّا ذلك الجزء من هذه الموارد الذي يشترك فعلاً في الإنتاج فهو الذي يُعدُّ من قبيل المدخلات[1].

سيتناول هذا الفصل الأنواع المختلفة للإحصائيات لتلك الموارد كالإحصائيات الحيوية

[1] محمود يونس محمد وعبد المنعم مبارك، مدخل إلى الموارد واقتصادياتها، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، 1983، ص 245.

والسكانية وإحصائيات بعض القطاعات الاقتصادية المختلفة مثل الزراعة والتعليم والصناعة والصحة والتجارة.

19.1 أولاً: الإحصاء الديموغرافي (الإحصائيات السكانية)

Demographic Statistics

"عادة ما يُستخدم اصطلاح "السكان Population" أو القاعدة السكانية لتشير إلى الإنسان كمورد اقتصادي. بينما يُستخدم اصطلاح "القوى البشرية Human Force" لتشير إلى الإنسان كعنصر إنتاجي، كما يستخدم اصطلاح "القوى العاملة Labor Force" إلى الإنسان كمدخل إنتاجي. وفي الواقع فإنه على الرغم مما تصنعه البيئة الطبيعية من قيود على النشاط الاقتصادي بصفة عامة، فإنَّ الموارد البشرية تتمثَّل بالإنسان ذاته كمستهلك ومنتج. إنه العامل الذي يبذل الجهد الجسماني والذهني لاستغلال الموارد الطبيعية بوصفه عامل مفكِّر متحرك. ولذلك فإنَّ أحد المقدمات الهامة للنشاط الإنتاجي بصفة عامة هو العنصر البشرى.

تعرف الدراسة العلمية للسكان باسم "علم السكان أو علم الديموغرافيا Demography" وهي كلمة من أصل يوناني تتكون من شقين: أولهما "Demos" والتي تعني في الإغريقية "شعب أو سكان" والشاق الثاني هو "graphia" وتدل على "علم وصفي" وبهذا يكون معنى الكلمة هو "علم وصف السكان"، ويعني هذا العلم بدراسة السكان دراسة إحصائية من حيث حجم وتركيب وتوزيع السكان وكذلك مكونات التغير الأفقي والرأسي في هذه

العناصر الثلاثة مثل المواليد والوفيات والهجرة، فضلاً عن التغير الاجتماعي للفرد في المجتمع سواء كان اجتماعياً أم اقتصادياً أم ثقافياً، وفيما يلي نتناول أهم هذه النقاط[1]".

19.1.1 حجم السكان والإحصائيات السكانية

يُعد النمو السكاني في العالم من أبرز الظاهرات الديموغرافية المميزة في العصر الحديث حيث يمثل تحدياً هاماً للبشرية خصوصاً بالنسبة لسكان "العالم الثالث" من الدول الفقيرة المتخلفة التي يتزايد سكانها بمعدلات مرتفعة تكاد تلغي الآثار الإيجابية لأي زيادة في الناتج القومي يمكن تحقيقها عن طريق الخطط التنموية التي تطبقها معظم هذه الشعوب (المصيدة السكانية)، ويتحدد معدل نمو السكان عموماً بعوامل ثلاثة هي: الخصوبة Fertility، الموت Mortality، والهجرة Migration.وبمعنى آخر، فإن نمو السكان هو دالة في المواليد والوفيات والتنقلات[2].

"إن التعرف على حجم السكان يتم من خلال التعدادات السكانية التي تجري في وقت معين ولعدد من المرات، غالباً ما تكون كل عشر سنوات حسب ظروف وقوانين البلد الاجتماعية والاقتصادية، وبطبيعة الحال يُستثنى من هذه الفئات ربات البيوت وأفراد القوات المسلحة غير المنتجين وطلاب المدارس ونزلاء السجون وذلك لتحديد الحجم الصافي من العمالة المتوفرة في

---

[1] محمود يونس محمد وعبد المنعم محمد مبارك، مدخل إلى الموارد واقتصادياتها، مرجع سبق ذكره، ص 246.

[2] محمود يونس وعبد المنعم مبارك، مدخل إلى الموارد واقتصادياتها، مرجع سبق ذكره، ص 247.

ذلك البلد أو نسبة المعيلين فيه، فضلاً عن أن التعرف على التركيب العمري للسكان له من الأهمية في التعرف على طبيعة الهرم السكاني في المجتمع. فكلما كان الهرمُ طبيعياً وذو قاعدة عريضة كلما ينبئ بحدوث زيادة سكانية سريعة أي أن المجتمع يُمثل حالة عالية من الحيوية مما يترتب عليه توفير المزيد من الخدمات الاقتصادية والاجتماعية والثقافية. أما إذا كان الهرم ضيقاً من الأسفل ومنتفخاً من الأعلى فإن ذلك يشير إلى أن المجتمع مجتمع هرم يحتاج على معالجة تتمثل في زيادة الإنجاب عن طريق القوانين والمحفزات التي تخدم تحقيق هذا الهدف، كأن يُمنح سلف زواج وزيادة مخصصات الزوجية والأطفال وغير ذلك من الوسائل المحفزة لاتجاه هذا الهدف. أما التركيب الجنسي فيُقصد منه توزيع سكان البلد إلى ذكور وإناث وحسب فئات العمر، إن هذا النوع من التركيب له أهمية اجتماعية واقتصادية كبيرة. فمن الناحية الاجتماعية، أن عدم التوازن بين نسبة الذكور والإناث يُفضي إلى خلخلة فرص الزواج للجنس الذي يسجل النسبة الأعلى في السكان[1]".

19.1.2 حجم القوى العاملة

"يُراد بحجم القوى العاملة عدد أو جميع الأفراد الذين بإمكانهم المساهمة في إنتاج السلع والخدمات المختلفة. ويضم هذا العدد الأشخاص المساهمون في العملية الإنتاجية والذين يقدرون

[1] هاشم علوان حسين والسيد عبد الله المشهداني، اقتصاديات الموارد الطبيعية، منشورات كلية الزراعة، جامعة بغداد، العراق، 1992، ص ص136 - 362.

ويرغبون ويبحثون عن العمل، إن مقدار أو حجم القوى العاملة ونسبتها إلى إجمالي السكان تختلف باختلاف المجتمعات وخصائصها ومرحلة التطور الاقتصادي والاجتماعي الذي تمر به، ومما يؤثر في حجم القوى العاملة في بلد معين هو التركيب العمري للسكان في ذلك البلد والقوانين التي تحدد الحد الأدنى والأعلى لسن العمل. غالباً ما تحصر القوى العاملة بين فئات السن (15 - 65) سنة، وهي التي يقع عليها العبء الأكبر من المساهمة في إنتاج السلع والخدمات في المجتمع، فكلما كان حجم القوى العاملة كبيراً مع وجود موارد معطلة كلما أدى ذلك إلى المزيد من استثمار تلك الموارد بفاعلية أكبر خاصة إذا رافق ذلك تدريب العمالة المتاحة على فنون الإنتاج بأشكاله المختلفة"[1].

19.1.3 التركيب الاقتصادي للسكان

"يُراد بالتركيب الاقتصادي للسكان توزيع أفراد المجتمع وخاصة الأشخاص الناشطون (القوى العاملة) على القطاعات الاقتصادية في الاقتصاد الوطني. والتركيب الاقتصادي يُعد من المؤشرات المهمة في الحكم على هذا البلد أو ذاك بكونه زراعياً أو صناعياً أو تجارياً أو غير ذلك، أو أنه يتمتع بقدر من الخدمات العامة التي تؤثر بشكل أو آخر على مستوى الرفاه فيه، ليس ذلك فحسب بل أن التركيب الاقتصادي يشمل نوع القوى العاملة ومستوياتها التعليمية والفنية، لما

---

[1] هاشم علوان حسين والسيد عبد الله المشهداني، اقتصاديات الموارد الطبيعية، منشورات كلية الزراعة، جامعة بغداد، العراق، 1992، ص 363.

لذلك من أهمية وتأثير على مستوى الإنتاجية والإنتاج في المجتمع. فكلما كانت القوى العاملة حاصلة على مستوى من التعليم والتدريب كلما أدى ذلك إلى تفاعل تلك القوى مع الموارد المتاحة بشكل يؤدي إلى زيادة الإنتاج وتحسين نوعه. وقد يتخذ مستوى التعليم صورة التعليم التقليدي أو المعاهد الفنية سواء بعد مرحلة الدارسة المتوسطة أو الثانوية، أو يتخذ صورة التدريب بأشكاله المختلفة ضمن برامج التعليم المستمر الذي يتضمن دورات تنشيطية للعاملين في المؤسسات والقطاعات المختلفة سواء قبل الخدمة أو بعدها ولمدد قصيرة نسبياً. كما أن المستوى الصحي له تأثير على أداء القوى العاملة في المجتمع، فالفرد السليم يستطيع أن يؤدي أعماله بدقة وإتقان، ويستطيع أيضاً أن يتفاعل مع الآلة بل ربما يطورها بشكل يخدم العملية الإنتاجية بشكل سليم"[1].

19.1.4 نمو وكثافة السكان

1. نمو السكان

يتحدد النمو السكاني بمقدار النمو الطبيعي فيه وصافي حركة الهجرة، ويمكن التعرف على مقدار النمو الطبيعي للسكان بواسطة الفرق بين الولادات والوفيات، أن معدل نمو السكان يختلف من بلد إلى آخر حسب مقدار التطور الاقتصادي والاجتماعي الذي يمر به ذلك البلد،

[1] هاشم علوان حسين والسيد عبد الله المشهداني، اقتصاديات الموارد الطبيعية، منشورات كلية الزراعة، جامعة بغداد، العراق، 1992، ص 361.

فغالباً ما تجد أن معدلات النمو السكاني مرتفعة في المجتمعات المتخلفة بالقياس إلى المجتمعات المتطورة. فقد تصل نسبة النمو السكاني السنوية في بعض المجتمعات النامية إلى 4% في حين لا تصل النسبة إلى 1% في بعض المجتمعات المتقدمة اقتصادياً واجتماعياً.

2. كثافة السكان Population Density

"تدل على درجة ازدحام الدولة أو الإقليم بالسكان، ويربط هذا المقياس بين عدد السكان والمساحة، ويحسب بقسمة عدد السكان على مساحة الأرض التي يعيش عليها هؤلاء السكان، وبالطبع يستبعد من هذه المساحة الأجزاء غير القابلة للسكن. كما يمكن تعريف الكثافة السكانية بأنها مجموع عدد السكان في مكان معين إلى مساحة ذلك المكان. وهذا المؤشر بصيغته المطلقة لا يعطي القيمة المرجوة منه من الناحية العملية وذلك لأن أهمية المكان ليس كلها بنفس القيمة الاقتصادية، حيث توجد أماكن لا تقدر قيمتها الاقتصادية بثمن مهما صغرت مساحتها، وهناك أماكن أخرى ليس لها قيمة اقتصادية مهما كبرت مساحتها. ولأجل دراسة الكثافة السكانية فإن الأمر يقتضي معرفة أنواع الكثافات والتمييز بينها كما يأتي[1]:

أ) الكثافة الحسابية

"هي مجموع عدد السكان بالنسبة لمساحة معينة يعيشون فيها، فكلما زادت المساحة تنخفض

---

[1] عمر رمضان الساعدي وعلي محمود فارس ورمضان عبد المولى الهنداوي، مقدمة في الموارد الطبيعية. منشورات جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2008، ص ص 362 - 366.

الكثافة الحسابية، لذلك فإن هذا النوع من الكثافة السكانية لا يُعبر عن طاقة البلد الاستيعابية أو الإنتاجية، فالكثافة الحسابية في ليبيا مثلاً هي 3 أشخاص لكل كيلومتر مربع، والكثافة الحسابية للوطن العربي تبلغ 20شخصاً: كيلومتر مربع ولأفريقيا 22شخصاً: كيلومتر مربع، وللعالم بشكل عام تبلغ 39 شخصاً / كيلومتر مربع؛ وذلك وفقاً لإحصائيات عام 2000، إن الكثافة الحسابية تعكس حقيقة استثمار المكان للمساحة التي يعيشون فيها، فقد يكون الضغط السكاني محصوراً في منطقة صغيرة أما المساحة الباقية فهي أراضي صحراوية أو صخرية أو غير قابلة للاستثمار، مثل تركز سكان مصر في مساحة لا تزيد عن 4% من مساحة الدولة. لذلك تعتبر الكثافة الحسابية قليلة الأهمية في دراسة العلاقة بين السكان في دولة معينة وبين موارد تلك الدولة الاقتصادية"[1].

ب) الكثافة الوظيفية

"هي الكثافة التي تُعبر عن نسبة عدد السكان إلى مساحة الأرض المستثمرة فقط، ولا تُحسب هنا مساحة الأراضي غير المستثمرة في أي مجال من المجالات الاقتصادية كالأراضي الصحراوية والبور والمتروكة والميتة، إن الكثافة الوظيفية تكون عادة أكبر من الكثافة الحسابية وتتجسد أهميتها بأنها لا تنسب السكان إلى المساحة بصورة مطلقة بل لابد من الأخذ في الاعتبار الوظيفة التي تؤديها هذه الأراضي. فعلى سبيل المثال تبلغ الكثافة الحسابية في اليابان 297 شخصاً في الكيلومتر المربع

---

[1] عمر الساعدي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص 362.

الواحد؛ بينما تبلغ الكثافة الوظيفية فيها قُرابة 5000 شخص في الكيلومتر المربع الواحد وذلك يعود إلى أن مساحة الأراضي المستثمرة في اليابان تبلغ 16% فقط من مساحة الدولة"[1].

ج) الكثافة الزراعية

"هي الكثافة المحسوبة من حاصل قسمة عدد السكان العاملين في الزراعة إلى مساحة الأراضي المزروعة، وتكون هذه الكثافة مرتفعة في الدول التي يعمل بها عدد كبير من السكان في النشاط الزراعي (زراعة، صيد، غابات، تربية حيوان) كما في مصر واليمن والهند والصين، في حين تنخفض هذه الكثافة في الدول الصناعية والمتقدمة كالولايات المتحدة وبريطانيا وتبلغ الكثافة الزراعية في مصر 300 شخص لكل كيلومتر مربع واحد وتصل في الهند والصين إلى 4000 شخص/كيلومتر مربع. وتتمثل أهمية حساب هذه الكثافة في معرفة كفاية الرقعة الزراعية في توفير الغذاء للسكان"[2].

د) الكثافة الاقتصادية

"يتطلب حسابها معرفة القدرة الإنتاجية للأرض، وكذلك الظروف الطبيعية ومقدار تأثيرها على الإنتاج والظروف البشرية وغيرها، إن هذه الكثافة توضح بشكل دقيق العلاقة بين السكان والموارد الاقتصادية، فهي لا تأخذ أعداد السكان فقط، وإنما تؤكد على حياتهم الاقتصادية

[1] عمر الساعدي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص 363.

[2] عمر رمضان الساعدي وعلي محمود فارس ورمضان الهنداوي، مقدمة في الموارد الطبيعية مرجع سبق ذكره، ص 363.

والاجتماعية، ومن الصيغ التقريبية التي يمكن اعتمادها في معرفة الكثافة الاقتصادية هي النسبة المئوية لحاصل قسمة عدد السكان على جملة الدخل القومي، ورغم أن هذه الكثافة تعتبر من أفضل أنواع الكثافات؛ إلا أنها أقل الأنواع استعمالاً وذلك لصعوبة الحصول على البيانات المطلوبة لحسابها والمتعلقة بالمتغيرات التي تؤثر فيها، كالقدرة الإنتاجية للأرض واختلافها من مكان لآخر، واختلاف الظروف الطبيعية والاجتماعية والتقنية التي تؤثر مجتمعة أو مستقلة على الإنتاج والدخل القومي.

وذلك لأنها لا تعبر عن قابلية بيئية طبيعية معينة لغرض تسهيل الحياة البشرية في البيئة والتأكد من أن قدرة هذه البيئة تكفي لسد حاجات السكان في مرحلة معينة من مراحل التطور السكاني والاقتصادي، لقد حاول علماء السكان تطوير صيغة أكثر دقة وشمولية للعلاقة بين السكان والمساحة التي يعيشون عليها على أساس معرفة كل دليل حجم السكان (P) ودليل الإنتاج (N) وتطبيق صيغة المعادلة الآتية":

$$\text{الكثافة الاقتصادية} = \frac{P}{N} * 100$$

حيث دليل السكان P = نسبة سكان المكان إلى مجموع سكان الدولة.

دليل الإنتاج N = نسبة مجموع إنتاج السكان إلى مجموع إنتاج الدولة.

هنا إذا كانت الكثافة الاقتصادية = 100 فإن ذلك يعني أن حجم السكان في هذه

المنطقة هو الحجم المثالي بالنسبة للموارد الاقتصادية فيها، أما إذا زادت الكثافة عن 100 فإن ذلك يدل على كثرة السكان وقلة الموارد الاقتصادية مما يعني بروز ظاهرة الفقر ونقص الموارد والعكس صحيح"، ومن الصيغ التقريبية التي يمكن اعتمادها في معرفة الكثافة الاقتصادية هي الصيغة التالية:

عدد السكان في وقت معين مقسوماً على جملة الدخل القومي في ذلك الوقت مضروباً في العدد مائة[1].

$$100 * \frac{\text{عدد السكان}}{\text{جملة القومي الدخل}}$$

هـ) الكثافة المقارنة

"هذه الكثافة مستنبطة من الكثافة الزراعية والوظيفية بعد تعديلهما حيث وجد أن المناطق القابلة للزراعة والمناطق المزروعة فعلاً يوجد لكل منها قيم مختلفة مما يؤثر في تباين نسبة الكثافة الزراعية، لذلك اقترح علماء السكان معيار للكثافة المقارنة Comparative Density وهذا المعيار يعتمد على تعديل الكثافة الوظيفية بحيث يكون رقم البسط مجموع السكان ورقم المقام يرتبط بمساحة الأرض ولكنها معدلة وفقاً لقيمة إنتاجها. ومن ثم اعتبار أن كل ثلاثة كيلومترات مربعة من الأرض العشبية *Grassland* تساوي $\frac{1}{5}$ كيلومتر مربع واحد من الأراضي الزراعية، ثم تطور هذا

[1] عمر رمضان الساعدي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص 364 – 365.

المعيار في مرحلة لاحقة ليكون أكثر دقة واعتبر الهكتار (10000 متر مربع) من الأراضي القابلة للزراعة وحدة واحدة على أساس أن الأراضي الصالحة للزراعة كلها ذات قيمة متشابهة تقريباً قبل الاستثمار. كما اعتبر هكتار البساتين والحدائق ثلاث وحدات في حين اعتبر هكتار الأراضي العشبية وحدة. إن حسابات الكثافة المقارنة لا زالت متباينة الدقة دولياً لأن قيم الأراضي الزراعية متفاوتة كثيراً بين بلدان العالم"[1].

و) الكثافة الحرجة أو الحدية

"هي قدرة منطقة معينة على تحمل السكان، وقد اقترحها علماء السكان لتحسين حساب الكثافة السكانية وتشير الكثافة الحرجة Critical Density إلى الكثافة الحسابية القصوى التي يمكن لأي نظام أراضي أن يتحملها دون أن يسبب مخاطر على البيئة أو ضغط على الأرض، وتُحسب هذه الكثافة بواسطة المعالة الآتي:

$$\text{الكثافة الحرجة} = \frac{C}{S} * m * 100$$

حيث:

m = معامل استخدام الأراضي أو العلاقة النسبية بين فترات الزراعة وفترات الراحة للأرض.

C = النسبة المئوية للأراضي المزروعة بالطرق التقليدية.

S = معامل الزراعة أو النسبة بين المساحة المزروعة إلى الفرد.

[1] عمر رمضان الساعدي وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص 365 – 366.

يصلح تطبيق هذا المعيار من معايير الكثافة على المجتمعات الزراعية التقليدية فقط، مع الأخذ في الاعتبار أن هناك صعوبات كثيرة في عملية حساب هذه الكثافة بشكل دقيق لاختلاف تعريفات معاملات المعادلة أعلاه بين بلدان العالم. وعموماً فإن الكثافة الحسابية والكثافة الوظيفية والكثافة الزراعية تعتبر من أفضل مقاييس الكثافة استخداماً وذلك لسهولة حسابها وسهولة استنباط الحقائق منها على العكس من بقية أنواع الكثافات التي يصعب الحصول على البيانات المطلوبة لحسابها"[1].

19.1.5 تعدادات السكان

1. أسس إجراء التعدادات ومراحلها

تجرى التعدادات عادة بإتباع أحد أساسين[2]:

أولاً: الأساس الواقعي Fact basis: ويتم بمقتضاه حصر السكان حسب أماكن وجودهم ساعة التعداد، بغض النظر عن أماكن إقامتهم الأصلية، ويمتاز هذا الأسلوب بسهولة التطبيق. خاصة في الدول التي يمكن فيها الانتهاء من عملية التعداد في وقت قصير، وبذلك يمكن تجنب الأخطاء التي قد تنشأ عن تحركات السكان. غير أن نتائج التعداد طبقاً للأساس الواقعي قد تكون مشوبة

[1] عمر رمضان الساعدي واخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص 364 – 365.

[2] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مدير الكتب والمطبوعات الجامعية، كلية الاقتصاد، جامعة حلب، سوريا، 1988، ص ص 193- 202.

ببعض العيوب، يتم ذكر منها:

أ) إن المعدلات الديموغرافية – كمعدلات المواليد والوفيات مثلاً – المنسوبة إلى العدد الواقعي للسكان في منطقة معينة لا تكون دقيقة. لأنها ليست منسوبة لسكان المنطقة ذاتها.

ب) يصعب عند استخدام هذا الأساس الحصول على بيانات صادقة أو دقيقة عن العابرين والمسافرين خاصة إذا كانت الدولة أو بعض مناطقها تتعرض لموجات دورية من الانكماش والتضخم السكاني في أوقات أو مواسم معينة.

ثانياً: الأساس النظري Theoretical Basis

يتم بمقتضاه حصر الأشخاص حسب أماكن إقامتهم المعتادة. وعليه، فإن الأساس النظري يسجل الفرد بكل خصائصه، حاضراً كان أم متغيباً في ساعة التعداد عن مكان إقامته الأصلية، ما دام هذا الغياب بصفة مؤقتة. ويعطي الأساس النظري صورة واقعية حقيقية للسكان الدائمين في منطقة ما، وفي هذا فائدة كبرى في التخطيط لمشاريع الإسكان والتعليم وسائر الخدمات الاجتماعية، وكذلك في حساب المعدلات الديموغرافية بشكل دقيق وصادق، وأهم عيوب الأساس النظري يمكن تلخيصها كما يلي:

أ) أنه أصعب عملياً من الأساس الواقعي، ويتطلب نوعاً معيناً من الوعي قد لا يتوافر لدى كل الناس حتى في الدولة الواحدة.

ب) احتمالات الأخطاء تكون فيه كبيرة، فقد تحدث فيه أخطاء إما من جانب التعداد أو من

جانب السكان تؤدي إلى إهمال تسجيل بعض الأفراد أو إلى احتسابه مرتين، ومن الواضح أن مدلول نتائج التعداد تختلف باختلاف الأساس المتبع لإجرائه.

2. المقاييس الديموغرافية المستمدة من بيانات التعدادات

تُمكّن بيانات التعدادات السكانية من حساب مجموعة من القيم والتوزيعات والنسب والمعدلات الديموغرافية التي تُستخدم في الدراسات الديموغرافية، والتي تفي في إجراء المقارنة بين الدول المختلفة أو بين المناطق المختلفة أو على مدار الأزمنة المتعاقبة لنفس الدولة، وأهم هذه المقاييس ما يلي:

1. عدد السكان الإجمالي Size of Total Population

يُعطى الأساس الواقعي عدد الأشخاص الأحياء داخل حدود بلد في تاريخ معين. وذلك بصرف النظر عن حل إقامتهم المعتاد وعن كونهم أجانب يقيمون في البلد إقامة مؤقتة أو دائمة، أو كانوا مواطنين يتمتعون بجنسية هذا البلد. أما الأساس النظري فإنه يُعطى عدد السكان داخل حدود البلد أو خارجه ما داموا مواطنين يحملون جنسية هذا البلد. ويغفل عدد الأجانب المقيمين داخل البلد (إقامة مؤقتة أو دائمة)، وبديهي أنه يمكن الجمع بين الأساسين، والحصول على نتائجهما في آن واحد من التعداد الواحد.

2. معدل النمو السنوي للسكان Rate of Population Growth Per Annum

يتم تقدير هذا المعدل باستخدام إحدى الصيغ التالية:

الصيغة الحسابية Arithmetic Formula، أو الصيغة الهندسية Geometric Formula. أو الصيغة الأسية Exponential Formula ويمكن استخدام الرموز التالية:

P_o للتعبير عن عدد السكان في سنة ما من سنوات التعداد.

P_t للتعبير عن عدد السكان في سنة تعدادية تالية.

t للتعبير عن المدة الفاصلة بين تعدادين بالسنين وأجزاء السنين.

r للتعبير عن المعدل السنوي لنمو السكان بالمتوسط، وهو المعدل المطلوب حسابه، ويضرب هذا المعدل عادة بمئة أو بألف.

عند استخدام الصيغة الحسابية، بفرض أن السكان يتزايدون أو يتناقصون بمقدار عددي ثابت من سنة إلى أخرى خلال المدة الفاصلة بين التعدادين، وذلك على نمط المتوالية العددية، ويُستخدم في هذه الحالة المعادلة التالية:

$$P_1 = P_o (1 + rt)$$

أو بصيغة أخرى:

$$r = \frac{P_t - P_o}{t\,P_o}$$

المعادلة الأولى أعلاه يمكن استخدامها في تقدير عدد السكان عند نقطة زمنية معينة بمعلومية عدد السكان عند نقطة زمنية أخرى، وبمعلومية معدل النمو السنوي للسكان بين تعدادين بافتراض ثباته بين نقطة الأساس والنقطة الزمنية المراد تقدير عدد السكان عندها.

ويُعاب على هذه الطريقة أنها لا تأخذ أثر الزيادة العددية في سنة معينة على الزيادة العددية في السنة التالية. وعندما تُستخدم الصيغة الهندسية، فإن معدل النمو السنوي للسكان يتم حسابه كما يلي[1]:

rP_o = الزيادة خلال السنة الأولى بعد التعداد.

$P_1= P_o + rP_o$ = عدد السكان في نهاية السنة الأولى.

$P_o\ (1+r)$ عدد السكان في نهاية السنة الأولى.

$P_2 = P_1\ (1+r)$= عدد السكان في نهاية السنة الثانية.

$P_o\ (1+r)\ (1+r) = p_0\ (1+r)^2$ = عدد السكان في نهاية السنة الثانية.

وتُصبح الصيغة العامة لهذه العلاقة على النحو التالي:

$P_t = P_o\ (1+r)^t$ عدد السكان في نهاية السنة t.

وهكذا فإن أعداد السكان في السنوات المتتالية عبارة عن متوالية هندسية حدها الأول P_o وأساسها $(1+r)$. وعدد حدودها $(t+1)$، وهذا هو السبب في تسمية هذه الصيغة بأنها الصيغة الهندسية نسبة إلى المتوالية الهندسية. ولحساب معدل النمو السنوي للسكان، فإنه يتم حساب أولاً لوغاريتم طرفي المعادلة الأخيرة، وبعد إعادة ترتيب الحدود، ويمكن أن تُكتب:

---

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مرجع سبق ذكره ، ص ص197 – 198.

$$\log(1+r)=\frac{\log P_t-\log P_o}{t}$$

تُشتق الصيغة الآسية من الصيغة الهندسية بتقسيم الوحدة الزمنية (وهي عام هنا) موضوع الدراسة إلى أجزاء صغيرة جداً. فإذا قسمت الوحدة الزمنية إلى (m) جزء فإن الصيغة العامة للمتوالية الهندسية تصبح:

$$P_t=P_o\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mt}$$

وبفرض أن $m/r = k$، يمكن أن تُكتب:

$$P_t = P_o\left[\left(1+\frac{1}{k}\right)^k\right]^{rt}$$

وعندما تكون k كبيرة جداً، فإن المقدار $(1+1/k)^k$ يأخذ القيمة $e=2.71828$، ويكون بالتالي الصيغة الآسية:

$$P_t = P_o e^{rt}$$

وبإيجاد لوغاريتم طرفي المعادلة وبإعادة ترتيب الحدود يتم الحصول على:

$$r = \frac{\log P_t - \log P_o}{t \log e}$$

تفيد معدلات النمو السنوي للسكان في حساب تقديرات السكان لدولة ما في نقطة مستقبلية من الزمن، وفي معرفة نمو التجمعات السكانية المختلفة في الدولة. فتهتم لدراسات الديموغرافية بنمو كل جزء من السكان على حدة لمعرفة ما إذا كانت منطقة أسرع في النمو من منطقة أخرى، ولمقارنة نمو سكان الريف بنمو سكان الحضر. وكذلك نمو الطوائف الدينية أو الفئات التعليمية (الأميين والمتعلمين مثلاً)، أو كل نشاط على حده (العمال الصناعيون وعمال التجارة مثلاً)، أو كل فئة زوجية على حدة (معدل نمو المطلقين).

3. كثافة السكن Over - crowding

يُعبر هذا المقياس عن متوسط عدد الأشخاص لكل حجرة في المسكن. يتم الحصول

عليه بقسمة عدد السكان على عدد الحجرات.

4. نسبة النوع Sex Ratio

تُحسب هذه النسبة بقسمة عدد الذكور أو عدد الإناث على عدد السكان الكلي. وتُسمى النسبة في حالة الأولى نسبة الذكور Masculinity Ratio وفي الحالة الثانية تُسمى نسبة الأنوثة Femininity Ratio. ويحدد البعض هذه النسبة بقسمة عدد الذكور على عدد الإناث أو العكس.

5. التوزيع والهرم السكاني

يُعتبر توزيع السكان حسب العمر والنوع عددياً أو نسبياً من أهم بيانات التعدادات. ويساعد هذا التوزيع في الكشف عن دقة تسجيل المواليد والوفيات. كما يفيد في الاستدلال على مدى قوة الدولة الحربية والإنتاجية، وعلى قدرة السكان على النمو في المستقبل، وله أيضاً أهميته في رسم السياسات الاجتماعية والاقتصادية.

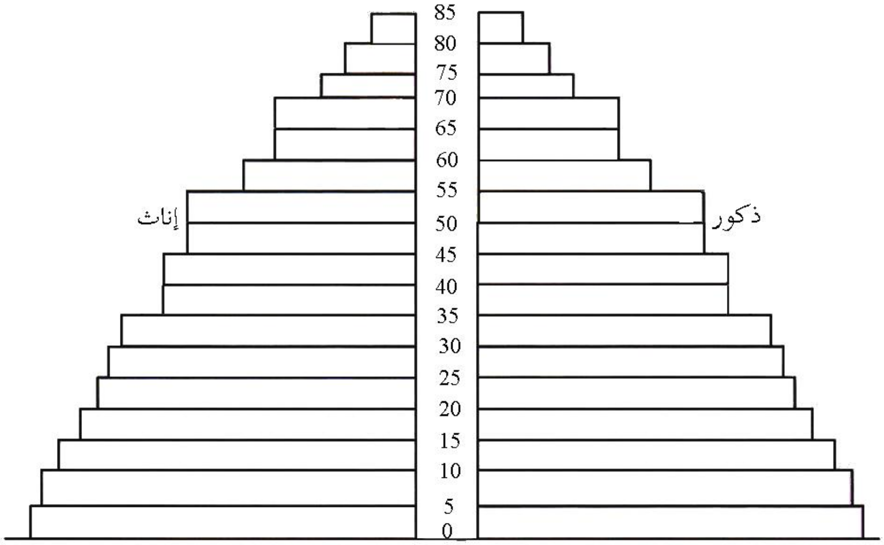
يتم تصوير هذا التوزيع جدولياً في شكل أرقام مطلقة أو نسبية كما هو موضح في الجدول رقم (19.1) التالي[1]:

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق ، نرجع سبق ذكره، ص 200.

جدول (17.1) التوزيع العمري والنوعي لسكان دولة ما في عام 2010

فئات العمر	الأعداد بالآلاف			النسب المئوية		
	ذكور	إناث	جملة	ذكور	إناث	جملة
0-4	130	129	259	5.6	6.5	13.0
5-9	125	125	250	6.3	6.2	12.5
10-14	124	122	246	6.2	6.1	12.3
………	………	………	………	………	………	………
………	………	………	………	………	………	………
………	………	………	………	………	………	………
85+	6	7	13	0.3	0.4	0.7
المجموع	1006	994	2000	50.3	49.7	100.0

يُمثل التوزيع العمري والنوعي بيانياً بشكل أشرطة بيانية أقرب ما تكون في صورتها إلى الهرم أو الشجرة كما هو موضح في الشكل رقم (19.1). ويُطلق على الرسم البياني الناتج اسم هرم السكان Population Pyramid أو شجرة الأعمار Tree of Ages. فيخصص المحور الرأسي لفئات الأعمار بالسنين متصاعدة من أسفل المحور إلى أعلاه. ويخصص المحور الأفقي لعدد السكان المطلق أو للنسب المئوية. ويمثل قاعدة الهرم عدد الأطفال أو نسبتهم، وقمته عدد الشيوخ أو نسبتهم، ويتم فصل الذكور عن الإناث على جانبي المحور الرأسي. ومن الواضح أن شكل الهرم السكاني يتأثر بالأوضاع الاقتصادية والاجتماعية السائدة التي تنعكس على معدلات الوفيات والمواليد وعلى معدلات الهجرة الداخلية والخارجية.



شكل رقم (19.1) التوزيع العمري النوعي لسكان دولة ما (الهرم السكاني)

6. نسبة الإعالة Dependency Ratio

تُحسب هذه النسبة بقسمة إجمالي عدد السكان على عدد السكان الذين في سن العمل، أو بقسمة عدد السكان في غير سن العمل على عدد السكان في سن العمل ويتطلب حساب هذا المقياس بأي من الصيغتين الاتفاق على الحد الأدنى والحد الأعلى لسن العمل، وقد جرى العرف على اعتبار أن سن العمل يتراوح بين 15 و 65 من العمر، وتفيد هذه النسبة في الاستدلال على مدى العبء الاقتصادي الذي يقع على كاهل الدولة أو بالأحرى على كاهل العاملين فيها.

مثال 1

إذا كان سكان ليبيا وحسب التعداد العام لسنة 2006 هو نحو 5.234 مليون نسمة (ليبيون فقط)[1]، وبافتراض أن عدد السكان وصل إلى 5.6 مليون نسمة سنة 2010، أوجد معدل النمو السكاني في ليبيا.

الحل

بتطبيق القانون

$$r = \frac{P_t - P_o}{t\,P_o}$$

$$r = \frac{5.6 - 5.234}{4(5.234)} = \frac{0.366}{20.936} = 0.017 = 1.7\%$$

مثال 2

لو كان معل النمو السكاني في ليبيا يُقدر بنحو 2% وأن عدد السكان عام 2006 هو 5.234.

أوجد عدد السكان التقديري لسنتي 2010 و 2015.

الحل

من معادلة النمو السكاني

$$r = \frac{P_t - P_o}{t\,P_o}$$

[1] الهيئة العامة للمعلومات والتوثيق، النتائج الأولية للتعداد العام للسكان، طرابلس، ليبيا، 2006،ص ج.

$$P_t - P_o = r\,t\,P_o$$
$$P_t = P_o + r\,t\,P_o$$

في عام 2010 تكون الفترة الزمنية الفاصلة هي 4 سنوات، وبالتالي فإن عدد السكان التقديري لسنة 2010 سيكون:

$$P_t\,(2010) = 5.234 + 0.02\,(4)\,(5.234) = 5.653$$

وفى عام 2015 تكون الفترة الزمنية الفاصلة هي 9 سنوات، وبالتالي فإن:

$$P_2\,(2.15) = 5.234 + 0.02\,(9)\,(5.234) = 6.176$$

19.2 ثانياً: الإحصائيات الحيوية Vital Statistics

19.2.1 النسبة (Ratio) والمعدل (Rate) [1]

هنالك العديد من الدوائر الحكومية والخاصة التي تحتفظ ببعض السجلات عن الأمور الصحية والاجتماعية للمجتمع الذي تتواجد فيه ففي ليبيا مثلاً هنالك السجل المدني (دائرة الأحوال المدنية)، والهيئة العامة للمعلومات والتوثيق (دائرة الإحصاءات العامة)، وقطاع (وزارة الصحة، وغيرها تحتفظ بسجلات عن حجم السكان، وأعداد حالات الزواج والطلاق، والوفيات ضمن فئات العمر المختلفة، وأعداد المواليد وانتشار الأمراض المختلفة ضمن فئات العمر المختلفة، وغيرها من البيانات الإحصائية الحيوية، ليس المهم معرفة أعداد حالات الوفيات ضمن فئة معينة، بل الأكثر أهمية هو معرفة نسبة هذه الوفيات. لهذا سيتم البدء بالتعرف على كل من

[1] محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، مقدمة في الإحصاء، مرجع سبق ذكره، ص 283.

النسبة (ratio) والمعدل (rate).

ليكن a = تكرار وقوع حادث ما خلال فترة زمنية محددة، وليكن a + b= عدد الأشخاص الذين كان من الممكن تعرضهم لهذا الحادث خلال نفس الفترة الزمنية، وليكن k أحد الأعداد 100000، 10000، 1000، 100، 10 . يُسمى المقدار k ((a / (a+b)) معدل وقوع هذا الحادث، ويُسمى العدد k أساساً. وفي العادة يتم أخذ k = 1000. أما النسبة فهي مقدار على النحو k (c/d) حيث أنه ليس ضرورياً أن تكون c جزءاً من d.

مثال 3

إذا كان عدد سكان مدينة 30000 نسمة في يوم منتصف السنة، وبلغ عدد الوفيات في تلك المدينة 600 شخصاً في السنة فإن:

$$a = 600$$
$$a + b = 30000$$

وإذا ما تم أخذ k = 1000 فإن معدل الوفيات في هذه المدينة يساوي

$$\frac{600}{30000} * 1000 = 20$$

أي أن الوفيات تحصل بمعدل 20 وفاة لكل 1000 شخص.

مثال 4

تحتوي مزرعة على 6000 رأس من الغنم، 1000 رأس من البقر. لهذا فإن نسبة الأبقار إلى الأغنام في المزرعة تساوي:

$$\left(\frac{1000}{6000}\right)*1000 = 166.667 \approx 167$$

أي أنه يوجد 167 رأساً من البقر لكل 1000 رأس من الغنم.

19.2.2 معدلات الخصوبة التعدادية Censual Fertility Rates

يمكن الحصول على معدل تقريبي للخصوبة خلال السنوات الخمس السابقة على إجراء التعداد وذلك بقسمة عدد الأطفال دون الخامسة من العمر على عدد النساء في سن الحمل، أي في سن (15-49) ويُعاب على هذا المقياس:

أ) تتعرض الفئة العمرية دون الخامسة غالباً لنقص الحصر في التعداد.

ب) أن الفئة العمرية دون الخامسة تشمل الباقين على قيد الحياة وقت التعداد من مواليد سنوات سابقة، وعليه فإن هذا المقياس يتأثر بوفيات الأطفال.

يمكن الحصول على معدل تقريبي آخر للخصوبة من بيانات التعداد وذلك بقسمة عدد النساء المنجبات خلال سنة التعداد على عدد الأطفال الأحياء دون العام من العمر مضافاً إليه المواليد الأموات وعدد الأطفال المتوفين دون العام من العمر مطروحاً منه عدد حالات التوائم، ويُطلق على هذا المقياس معامل الخصوبة Fertility Rate. كما يشير اصطلاح خصوبة السكان إلى ظاهرة الإنجاب في أي مجتمع سكاني وهي تختلف عن ظاهرة "القدرة على التوالد" التي تشير إلى المقدرة الطبيعية على حمل الأطفال. ويتم التعبير عن ظاهرة الخصوبة كمياً بعدد المواليد الأحياء، ولذلك فإن هذه الظاهرة تختلف من مجتمع لآخر ومن مكان آخر بل وفي نفس المجتمع

من طبقة أو مجموعة سكانية لأخرى وذلك نتيجة اختلاف العوامل الاجتماعية والاقتصادية والمؤسساتية عموماً. ويمكن قياس الخصوبة عددياً من خلال عدد من المقاييس لكل منها مزاياه وعيوبه. ومن أهم هذه المقاييس ما يلي[1]:

أ) معدل المواليد الخام:

وهو من أبسط مقاييس الخصوبة ويُحسب كالآتي:

$$\text{معدل المواليد العام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء خلال فترة معينة}}{\text{عدد السكان الإجمالي خلال نفس الفترة}} * 1000$$

عادة تكون هذه الفترة سنة فيكون المعدل سنوياً، وإن كان بعض الإحصاءات الحيوية في العديد من الدول تسمح بنشرها لفترات أقل (نصف سنوية أو فصلية أو شهرية)، ويوصف هذا المعدل بأنه "خام Crude" لأنه لا يأخذ في اعتباره التركيب السكاني المختلف من حيث العمر أو الجنس أو النشاط أو غير ذلك من الخصائص الديموغرافية، وهذا يُعد من عيوبه. غير أن من أهم مزاياه هو سهولة حسابه وعدم تطلبه للكثير من البيانات.

ب) معدل الخصوبة العام

في هذا المقياس يتم تلافي أحد عيوب المقياس السابق (المعدل الخام). ففيه يتم نسبة العدد السنوي للمواليد الأحياء إلى إجمالي عدد الإناث في سن الحمل (15 - 49 عام) وليس إلى إجمالي

---

[1] محمود يونس وعبد المنعم مبارك، مدخل إلى الموارد واقتصادياتها، مرجع سبق ذكره، ص ص 247- 249.

عدد السكان، أي أنه يتم استبعاد من مقام معدل المواليد الخام عدد الذكور وعدد الإناث خارج سن الحمل الطبيعي – أي أن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال فترة معينة}}{\text{عدد الإناث في مرحلة العمر } (15-49) \text{ خلال نفس الفترة}} * 1000$$

ج) معدل الخصوبة العمرية النوعية الخاصة

هو أدق من المقياسين السابقين وذلك لأن عدد المواليد، يختلف باختلاف أعمار الأمهات بدرجة كبيرة. ولذلك يُلاحظ في هذا المقياس الجديد أنه يتم تنسيب عدد المواليد لأمهات في أعمار معينة إلى عدد الإناث في كل فئة عمرية عادة تكون الفئة خمسيه (أي خمس سنوات). ومن ثم يُحسب هذا المعدل كالآتي:

$$\frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال السنة للإناث الوالدات في فئة عمرية}}{\text{عدد الإناث في نفس فئة العمر خلال نفس السنة}} * 1000$$

د) معدل الخصوبة الكلية

هو يرتبط بمعدل الخصوبة الخاصة، وهو مجموع معدلات الخصوبة الخاصة للمرأة الواحدة (أو لألف امرأة) مضروباً في طول الفئة العمرية (خمس سنوات مثلاً). وهو بهذا يمثل في الواقع متوسط عدد المواليد الذين يمكن أن تنجبهم المرأة الواحدة طوال سنوات قدرتها على الإنجاب، وحسابياً يكون هذا المعدل بالنسبة للمرأة الواحدة مساوياً:

$$\frac{\text{معدل الخصوبة العمرية النوعية الخاصة*طول الفئة العمرية}}{1000}$$

وبالطبع إذا لم تقسم على 1000يتم الحصول على معدل الخصوبة الكلية لكل (1000) امرأة.

من الجدير بالذكر أنه من الملاحظ في الوقت الحاضر أن معدلات المواليد تميل بصفة عامة إلى الانخفاض سواء في الدول المتقدمة أو في العديد من الدول النامية وذلك بسبب التطور الاقتصادي والاجتماعي الذي تشهده هذه الدول من ناحية، وإلى انخفاض معدلات الوفيات وارتفاع المعدلات المتوقعة للحياة من ناحية أخرى. وكذلك يُلاحظ أن الدراسات الديموغرافية تشير إلى أنه بالرغم من زيادة عدد المواليد الذكور عن الإناث إلا أن نسبة الوفيات بين الذكور تميل إلى تعديل هذا الاختلال بحيث يبدو كما لو أن هناك توازناً طبيعياً بين عدد الإناث والذكور.

مثال 5

الجدول التالي يبين توزيع الإناث في سن الحمل حسب فئات العمر وعدد المواليد أحياء حسب فئات عمر (سن) الأم.

جدول (19.2) بالمليون نسمة

فئات السن	عدد الإناث في منتصف السنة	عدد المواليد أحياء
20-15	3.862	0.086
26-21	17.865	0.280
32-27	25.687	0.782
38-33	29.686	0.538
44-39	21.485	0.427
45 فأكثر	16.629	0.049
المجموع	115.214	2.162

احسب ما يلي:

1. معدل الخصوبة حسب الفئة العمرية (21-26).
2. معدل الخصوبة للفئة العمرية 45 فأكثر.
3. معدل الخصوبة العام.
4. معدل المواليد العام إذا علمت أن عدد السكان في منتصف السنة يساوي مليار نسمة.

الحل

1. معدل الخصوبة حسب الفئة العمرية (21 - 26) =

$$1000 * \frac{\text{المواليد عدد أحياء للأمهات في الفئة العمرية}(26-21)}{\text{عدد الإناث في نفس الفئة}}$$

$$= \frac{0.286}{17.865} * 1000 = 16.009$$ لكل ألف.

2. معدل الخصوبة للفئة العمرة (45 فأكثر) = $1000 * \frac{0.049}{16.629}$

= 2.947 لكل ألف.

3. معدل الخصوبة العام = $\frac{2.162}{115.214} * 1000 = 18.765$ لكل ألف.

4. معدل المواليد العام بمعلومية أن عدد السكان =

$$1000 * \frac{\text{عدد المواليد أحياء خلال السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}}$$

= $\frac{2.162}{1000000} * 1000 = 0.00216$ لكل ألف نسمة.

19.2.3 إحصائيات الوفيات Mortality Statistics

"هي المحدد الثاني لنمو (تغير السكان. ويدَّعي البعض أن آثار هذا العامل لا تظهر فقط في تغير حجم السكان بل في تركيبهم كذلك خصوصاً التركيب العمري، ومن هنا فإن التحكم في الوفيات يلقي قبولاً أكثر مما يلقاه التحكم في الخصوبة، وقد شهدت معدلات الوفيات منذ أواخر القرن الماضي هبوطاً مستمراً خصوصاً بعد الحرب العالمية الثانية نتيجة تقدم وانتشار الخدمات والرعاية الصحية والطبية ليس فقط في الدول المتقدمة بل وفي العديد من الدول النامية أيضاً، وترتفع معدلات الوفيات عموماً بين الأطفال ولو أن هناك ميلاً متزايداً نحو انخفاض هذه المعدلات في الآونة الأخيرة. ويمكن الحكم على مستوى الوفيات السائد في المجتمع عن طريق عدد من المقاييس الكمية لعلَّ من أهمها[1]:

[1] للمزيد من الإيضاح انظر إلى: أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مرجع سبق ذكره، ص ص202-209

أ) معدل الوفيات الخام Crude Death Rate

وهو أكثر المقاييس شيوعاً وأسهلها حساباً حيث:

$$\text{معدل الوفيات العام} = \frac{\text{عدد الوفيات المسجلة خلال فترة معينة}}{\text{إجمالي عدد السكان خلال نفس الفترة}} * 1000$$

ولكن يُعاب على هذا المقياس انه يخلط بين مجموعات سكانية كثيرة ولا يميز بينها بحيث قد يؤدى الاعتماد عليه إلى الوصول إلى استنتاجات مضللة.

ب) معدل الوفيات حسب العمر

هو معدل يتعلق بكل فئة من فئات العمر حيث ينسب عدد الوفيات التي حدثت فيها إلى إجمالي السكان، ويمكن أن تُحسب هذه المعدلات للذكور والإناث فتصبح معدلات عمرية نوعية، وبالطبع فإن فئة الخمس سنوات هي الفئة العمرية الأكثر شيوعاً في حساب هذه المعدلات.

معدل الوفيات العمرية (النوعية) =

$$\frac{\text{عدد الوفيات خلال فترة معينة في فئة عمرية}\left(\text{ذكور/إناث}\right)}{\text{إجمالي عدد السكان خلال نفس الفترة}} * 1000$$

عادة ما يتم تقسيم معدلات الوفيات العمرية إلى أربع فترات من فترات العمر وهي فترة

---

2 محمد أبو صالح وعدنان عوض، مقدمة في الإحصاء، مرجع سبق ذكره ص ص283-291.

3 نبيل غنيم وآخرون، مقدمة في الإحصاء الوصفي والتطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ص289-294.

4 أحمد حسين راشد، الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان الأردن، 2003، ص ص298-310.

الرضاعة وفترة الطفولة وفترة العمل والإنجاب ثم الكهولة والشيخوخة.

ج) معدل وفيات الرضع Infant Mortality Rate

ويتم حسابه كالآتي:

$$\text{معدل وفيات الرضع} = \frac{\text{عدد حالات الوفاة للأطفال أقل من سنة خلال فترة}}{\text{مجموع عدد المواليد الأحياء خلال نفس الفترة}} * 1000$$

يمكن أن يرتبط بهذا المعدل معدلات أخرى فرعية لتحليل الجوانب المنفصلة للوفاة في السنة الأولى من العمر.

د) معدل الوفيات حسب السبب

يعكس هذا المعدل مستوى الصحة العامة والأمراض السائدة وتفاوت دورها في الوفيات، ويحسب كالآتي:

معدل الوفيات حسب السبب (مرض معين مثلاً) =

$$\frac{\text{عدد الوفيات الناتجة عن هذا السبب خلال فترة}}{\text{إجمالي عدد السكان خلال نفس الفترة}} * 1000$$

وإن كان عادة يتم ضرب النسبة ليس في 1000 بل في 10000 أو 100000 حتى يتم الحصول على رقم معقول نظراً لانخفاض قيمة هذا المعدل السببي بالطبع.

هـ) معدل الوفيات حسب المهنة

ويتم حسابه كالآتي:

$$\text{معدل الوفيات حسب المهنة} = \frac{\text{عدد الوفيات في مهنية معينة خلال فترة ما}}{\text{إجمالي عدد السكان في نفس المهنة خلال الفترة}} * 1000$$

وبالطبع يمكن حساب معدل نوعي (ذكور/إناث) لهذا المقياس أيضاً.

و) معدل وفيات الأمومة (Maternal mortality rate)

هو المعدل الذي يعبر عن وفاة الأمهات لأسباب تتعلق بأطفالهن كتلك الوفيات التي تحدث عند الولادة، أو نتيجة مضاعفات قد تنشأ في وقت لاحق، أو وقت سابق لها بسبب الحمل أو غيره، ويُعرف هذا المعدل على النحو التالي:

$$\text{عدد وفيات الأمومة يساوي} = \frac{\text{عدد وفيات الأمهات العائدة لأسباب تتعلق بأطفالهن}}{\text{عدد الأطفال الأحياء الذين ولدوا خلال هذا العام}} * 1000$$

ز) معدل وفيات الإسقاط (Fetal death rate)

ويساوي:

$$\frac{\text{عدد حالات الإسقاط خلال عام}}{\text{عدد حالات الولادة خلال هذا العام}} * 1000$$

من الجدير بالذكر أن هناك فروقاً بين بعض الأقطار(البلدان) في تعريف حالة إسقاط الجنين تعتمد على فترة الحمل، ولكن الأكثر شيوعاً هو أية حالة إسقاط بغض النظر عن فترة الحمل، أما نسبة وفيات الإسقاط (Fetal death ratio) فتساوي:

$$\frac{\text{عدد حالات الإسقاط خلال عام}}{\text{عدد الأطفال الذين ولدوا أحياء خلال نفس العام}} * 1000$$

19.2.4 إحصائيات الأمراض Morbidity Statistics

من المواضيع التي تهم العاملين في المجال الصحي، وتحليل الوضع الصحي في المجتمع، هو موضوع إحصائيات الأمراض. وفيما يلي عدة مقاييس في هذا المجال:

1. معدل الإصابات Incidence rate

ويساوي:

$$1000 * \frac{\text{عدد الإصابات الجديدة من مرض معين خلال عام}}{\text{عدد السكان في منتصف العام}}$$

2. معدل الانتشار Prevalence rate

يقيس هذا المعدل مقدار انتشار مرض معين في بلد معين وهو يساوي:

$$1000 * \frac{\text{عدد الإصابات الموجودة (قديمة أو جديدة) في لحظة معينة}}{\text{عدد السكان في تلك اللحظة}}$$

3. نسبة حالات الهلاك Case-fatality ratio

هذه النسبة مفيدة في التعرف على مدى نجاح برنامج مكافحة مرض معين، وتعرف هذه النسبة على النحو التالي: نسبة حالات الهلاك تساوي:

$$1000 * \frac{\text{عدد حالات الوفاة بسبب مرض معين}}{\text{عدد حالات الإصابات بهذا المرض}}$$

والفترة التي تقاس فيها هذه الحالات اختيارية يمكن أن تكون بأي طول.

مثال 6

إذا كان عدد الأطفال دون سن العاشرة في مدينة ما يساوي 8000 طفلاً، وبلغ عدد الوفيات من الأطفال دون هذا السن400، فإن معدل الوفيات دون سن العاشرة يساوي:

$$\frac{400}{8000}\,x1000 = 50$$

أي أن المعدل هو 50 وفاة لكل 1000 طفل في هذا السن.

مثال 7

يمثل الجدول (3) أعداد السكان وأعداد الوفيات في مدينتين أ، ب مصنفة حسب فئات الأعمار[1].

جدول (19.3)

العمر	المدينة أ		المدينة ب	
	عدد السكان	عدد الوفيات	عدد السكان	عدد الوفيات
20-29	45000	90	30000	45
30-39	40000	120	30000	105
40-49	35000	140	40000	180
50-59	30000	150	50000	225
المجموع	150000	500	150000	555

لاحظ أن معدل الوفيات الخام في أ = 500/150000*1000=3.33 لكل 1000. وأن معدل الوفيات الخام في ب = 555/150000*1000=3.70 لكل 1000.

[1] هذا المثال مقتبس من محمد أبو صالح وعدنان محمد عوض، مرجع سبق ذكره، ص ص 283-286.

لحساب معدل الوفاة المعياري لكل من أ، ب يتم القيام بالخطوات التالية على فرض أن = 1000 .k

1. يتم إيجاد العدد المعياري للسكان في كل من أ، ب بحيث يكون مجموع عدد السكان في كل منهما مصنفاً حسب الأعمار. وبهذا يتم الحصول على العمود الثاني في الجدول (19.4).

2. يتم إيجاد معدل الوفاة المحدد حسب فئات العمر في كل من أ، ب وبذلك يتم الحصول على العمودين الثالث والخامس في الجدول (19.4).

3. يتم إيجاد عدد الوفيات المتوقع في كل من أ، ب وذلك حسب القانون التالي:

عدد الوفيات المتوقع = (عدد السكان المعياري × معدل الوفاة المحدد) ÷ 1000

وبهذا يتم الحصول على العمودين الرابع والسادس في الجدول (19.4).

4. وأخيراً يتم إيجاد معدل الوفاة المعياري لكل من أ، ب باستعمال القانون التالي:

$$\text{معدل الوفاة المعياري} = \frac{\text{مجموع أعداد الوفيات المتوقعة}}{\text{عدد السكان المعياري}} * 1000$$

وتُلخص نتائج هذه الخطوات في الجدول (19.4).

جدول (19.4)

العمر	العدد المعياري للسكان	المدينة أ		المدينة ب	
		المعدل المحدد	عدد الوفيات المتوقع	المعدل المحدد	عدد الوفيات المتوقع
20-29	75000	2	150	1.5	112.5
30-39	70000	3	210	3.5	245
40-49	75000	4	300	4.5	337.5
50-59	80000	5	400	4.5	360
المجموع	300000		1060		1055

لهذا فإن معدل الوفاة المعياري للمدينة أ = $\frac{1060}{300000}*1000=3.353$ لكل 1000.

ومعدل الوفاة المعياري للمدينة ب = $\frac{1055}{300000}*1000=3.52$ لكل 1000.

من هنا يُلاحظ أن المعدلين المعياريين متساويان تقريباً، في حين أن المعدلات العام كانت مختلفة، لهذا لا يمكن أن يتم استنتاج وجود فروق في معدلات الوفيات بين المدينتين.

مثال 8

إذا كان عدد الأطفال الذين توفاهم الله قبل إتمام عامهم الأول يساوي 70 طفلاً بينما بلغ عدد الأطفال المولودين أحياء في نفس العام هو 7000 طفل فإن معدل وفيات الأطفال الرضع يساوي:

$$\frac{70}{7000}*1000=10$$

أي أنه يساوي 10 أطفال لكل 1000 طفل يولد.

مثال 9

الجدول التالي يبين فئات السكان وفئات الوفيات في بلد ما.

جدول (19.5)

فئة السن	الحالة الاجتماعية للسكان						الحالة الاجتماعية للمتوفين					
	لم يتزوج مطلقاً		متزوج		مطلقاً		لم يتزوج مطلقاً		متزوج		مطلقاً	
	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى
25-11	782	223	988	181	8	120	8	13	27	20	2	1.5
33-26	450	150	1800	2700	18	22	22	18	50	30	9	5
34 فأكثر	300	20	1500	2000	5	2	50	40	100	50	1	0.5

احسب معدلات الوفاة الخاصة بفئة السن (18-25) و للمتزوجين.

الحل

معدل الوفاة الخاص بفئة السن (18-25) =

$$1000 * \frac{1.5+2+20+27+13+8}{120+8+181+988+223+782}$$

$$= \frac{71.5}{2302} * 1000 = 31.06$$ لكل ألف.

معدل الوفاة الخاص بالمتزوجين =

$$1000 * \frac{50+100+30+50+20+27}{200+1500+270+180+181+988}$$

$$= \frac{277}{5119} * 1000 = 54.11$$ لكل ألف.

مثال 10

إذا كان عدد الوفيات بسبب مرض ما يُقدر بنحو 4000 نسمة وعدد السكان في ذلك البلد بنحو 4 مليون نسمة، احسب معدل الوفاة بسبب ذلك المرض.

الحل

معدل الوفاة بسبب المرضى = $\frac{4000}{400000}*1000=1$ لكل ألف.

مثال 11

إذا كان عدد الوفيات من النساء أثناء الحمل والولادة بدولة ما يُقدر بحوالي 45 ألف نسمة وعدد المواليد أحياء بحوالي مليون طفل وعدد المواليد الموتى بنحو 5000 طفل وعدد وفيات الرضع الأقل من سنة بحوالي 15 ألف منهم ألف طفل حديثي الولادة (أقلمن 28 يوم).

احسب

1) معدل وفيات الأمومة.
2) معدل وفيات الأطفال الرضع.
3) معدل وفيات الأطفال حديثي الولادة.
4) معدل وفيات الطفولة المبكرة.

الحل

1. معدل وفيات الأمومة =

$$1000 * \frac{\text{عدد وفيات النساء بسبب الحمل والولادة}}{\text{عدد المواليد أحياء}}$$

= $\frac{45000}{1000000}*1000=45$ كل ألف.

2. معدل وفيات الأطفال الرضع =

$$1000 * \frac{\text{عدد وفيات الأطفال الرضع عدا المواليد موتى}}{\text{عدد المواليد أحياء}}$$

$$= \frac{15000-5000}{1000000} * 1000 = 15 \text{ كل ألف.}$$

3. معدل وفيات الأطفال حديثي الولادة =

$$1000 * \frac{\text{عدد وفيات الأطفال أقل من 28 يوماً}}{\text{عدد المواليد أحياء}}$$

$$= \frac{1000}{1000000} * 1000 = 1 \text{ كل ألف.}$$

4- معدل وفيات الطفولة المبكرة =

$$1000 * \frac{\text{عدد الوفيات من} \left(\text{28 يوماً إلى 11 شهراً}\right)}{\text{عدد المواليد أحياء} - \text{عدد الوفيات أقل من 28 يوماً}}$$

$$= \frac{(15000-1000)}{(1000000-1000)} * 1000 = 14 \text{ كل ألف.}$$

19.2.5 ظاهرة الهجرة وأثرها على النمو السكاني[1]

تتحدد العوامل التي تؤثر في النمو السكاني بثلاثة هي المواليد، الوفيات، الهجرة، وإذا كان الفرق بين العاملين الأول والثاني يُسمى بالزيادة الطبيعية للسكان. فإن الهجرة تسمى

---

[1] أنظر: الساعدي وفارس والهنداوي، مرجع سبق ذكره، ص ص 372- 374.

– حمد حسين راشد، الإحصاء الوصفي والتطبيقي والحيوي، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2003، ص ص 211 - 207.

– محمود يونس وعبد المنعم مبارك، مرجع سبق ذكره، ص ص 252- 253

بالزيادة غير الطبيعية بالنسبة للدول المستقبلة للمهاجرين الجدد، والهجرة عموماً لا تُسهم في نمو سكان العالم ككل ما دام سكان الأرض لم يهاجروا (حتى الآن) إلى كوكب آخر وما دامت الأرض لم تستقبل (بعد) مهاجرين من كوكب آخر. إنما تلعب الهجرة دورها في اختلاف معدلات النمو السكاني من قارة إلى أخرى ومن دولة إلى أخرى. فقد تكون الزيادة الطبيعية مرتفعة فتعمل الهجرة على خفض معدلات النمو، وقد تكون الزيادة الطبيعية معتدلة فتعمل الهجرة على رفع معدلات النمو السكاني. إن الهجرة التي لا تعتبر من أسباب الزيادة الطبيعية لنمو السكان سوف تتحول بمرور الزمن إلى عامل مهم في الزيادة السكانية بعد الاستقرار والاندماج والتزاوج بين المهاجرين أنفسهم أو بينهم وبين مجتمع الجذب.

وهناك العديد من المقاييس الكمية التي يمكن بها حساب معدلات الهجرة والتي من أهمها ما يأتي:

1. معدل الهجرة الوافدة

وهو مقياس نسبي يحدد معدل عدد المهاجرين إلى منطقة معينة من جملة عدد سكان تلك المنطقة. ويمكن إيجاده كما يأتي:

$$\text{معدل الهجرة الوافدة} = \frac{\text{عدد المهاجرين إلى المنطقة أو الدولة}}{\text{مجموع سكان المنطقة أو الدولة}} * 1000$$

2. معدل الهجرة المغادرة

وهو مقياس نسبي يحدد معدل عدد المهاجرين من منطقة معينة أو دولة معينة إلى إجمالي عدد

سكانها، ويُحسب كالآتي:

$$\text{معدل الهجرة المغادرة} = \frac{\text{عدد المهاجرين من المنطقة أو الدولة}}{\text{مجموع سكان المنطقة أو الدولة}} * 1000$$

3. معدل الهجرة الصافية

وهو مقياس نسبي للفرق بين المهاجرين إلى منطقة أو دولة معينة والمهاجرين منها إلى إجمالي سكان تلك المنطقة أو الدولة، ويمكن حسابه من المعادلة التالية:

$$\text{معدل الهجرة الصافية} = \frac{\text{عدد المهاجرين إلى المنطقة أو الدولة} - \text{عدد المهاجرين منها}}{\text{إجمالي عدد سكان المنطقة أو الدولة}} * 1000$$

مثال 12

البيانات الآتية خاصة بإحدى الدول عام 2009 (بالألف)[1]

عدد السكان في منتصف السنة = 9839.6

عدد المواليد أحياء أثناء السنة = 491.23

عدد الإناث في سن الحمل في منتصف السنة = 2298.7

عدد المتزوجات في سن الحمل في منتصف السنة = 1705.3

عدد المواليد من أمهات في الفئة العمرية (20 – 25) = 99.42

عدد الإناث في الفئة العمرية (20-25) = 342.74

---

[1] نبيل غنيم واخرون ، مرجع سبق ذكره ، ص ص 291 – 292.

عدد الوفيات أثناء السنة = 213.57

عدد الوفيات الرضع أثناء السنة = 80.29

المطلوب حساب كل من:

1. معدل المواليد الخام.
2. معدل الخصوبة العام.
3. معدل الخصوبة الخاص بالفئة العمرية (20-25).
4. معدل التوالد.
5. معدل الوفيات العام.
6. معدل وفيات الأطفال الرضع.

الحل

1. معدل المواليد الخام = $\frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} * 1000$

$= \frac{491.23}{9839.6} * 1000 = 49.9$ في ألف.

2. معدل الخصوبة العام = $\frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد الإناث في سن الحمل في منتصف السنة}} * 1000$

$= \frac{491.23}{2298.87} * 1000 = 123.7$ في ألف.

3. معدل الخصوبة الخاص بالفئة العمرية $(20 - 25)$=

$$1000 * \frac{\text{عدد المواليد من أمهات في الفئة العمرية}(20-25)}{\text{عدد الإناث في الفئة العمرية}(20-25)\text{ أثناء السنة}}$$

$$= \frac{99.42}{342.74} * 1000 = 290.1$$ في ألف.

4. معدل التوالد = $\frac{\text{عدد المواليد أحياء أثناء السنة}}{\text{عدد المتزوجات في سن الحمل في منتصف السنة}} * 1000$

$$= \frac{491.23}{1705.3} * 1000 = 288.1$$ في ألف

5. معدل الوفيات الخام = $\frac{\text{عدد الوفيات أثناء السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} * 1000$

$$= \frac{123.57}{9839.6} * 1000 = 12.7$$ في ألف

6. معدل وفيات الأطفال الرضع = $\frac{\text{عدد وفيات الأطفال الرضع أثناء السنة}}{\text{عدد المواليد الأحياء أثناء السنة}} * 1000$

$$= \frac{80.29}{491.23} * 1000 = 163.4$$ في ألف.

مثال 13

إذا كان عدد سكان قطر ما في منتصف عام 2004 يُقدر بنحو 10 مليون نسمة وعدد المواليد أحياء 60 ألف وعدد الوفيات بنحو 10 آلاف وعدد المهاجرين إلى البلد حوالي 400 ألف وعدد المهاجرين منه بنحو 250 ألف. أوجد:1- معدل الزيادة الطبيعية للسكان.
2- معدل الهجرة.

3- معدل النمو السكاني.

الحل

1) حيث أن معدل النمو الطبيعي للسكان = $\frac{\text{(عدد المواليد–عدد الوفيات) خلال فترة ما}}{\text{إجمالي عدد السكان خلال نفس الفترة}} * 1000$

∴ الزيادة الطبيعية = عدد المواليد أحياء - عدد الوفيات

= $60000 - 10000 = 50000$ نسمة.

ومعدل الزيادة الطبيعية = $\frac{50000}{10000000} * 1000 = 5$ لكل ألف.

2) معدل الهجرة = $\frac{\text{عدد المهاجرين إليه–عدد المهاجرين منه}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} * 1000$

$= \frac{400000 - 250000}{10000000} * 1000$

$= \frac{150000}{10000000} * 1000 = 15$ لكل ألف.

3) معدل النمو السكاني = معدل الزيادة الطبيعية = معدل الهجرة

$= 5 + 15 = 20$ لكل ألف.

19.2.8 العوامل التي تؤثر في الزيادة الطبيعية للسكان

هناك عدة عوامل تؤثر في الزيادة الطبيعية للسكان منها[1]:

---

[1] محمد حسين راشد، مرجع سبق ذكره، ص ص 310- 311

1) التقدم الحضاري يصاحبه تقدم صحي وبالتالي يقلل من عدد الوفيات وكذلك تطوير وسائل منع الحمل يقلل من عدد المواليد وهذا يعني بأن التقدم الحضاري يؤثر سلباً وإيجاباً على الزيادة الطبيعية.

2) الموقع الجغرافي: يؤثر الموقع الجغرافي سلباً وإيجاباً على الزيادة الطبيعية حيث أنه في البلاد الحارة يكون سن البلوغ مبكراً في الباردة ويتأخر سن البلوغ.

3) الحروب تقلل من عدد المواليد وتزيد عدد الوفيات.

4) الفئات العمرية حيث في البلاد الفتية يكون عدد الوفيات قليل يعكس المجتمعات المتقدمة في السن.

5) العوامل الاجتماعية والاقتصادية: هنالك معتقدات وعادات في المجتمع تؤثر سلباً وإيجاباً على الزيادة الطبيعية وكذلك الوضع الاقتصادي.

19.3 ثالثاً: إحصائيات قطاع الصحة[1]

19.3.1 أهمية إحصائيات الصحة

يتألف نظام الصحة من أهداف ومرضى وممرضات وأطباء ووسائل العلاج وإدارة وتمويل... الخ. كما أن لكل مكوّن من المكونات السابقة قد تكون له مكوناته أيضاً التي تدخل

[1] لقد قام معدا الكتاب بالبحث عن عدة مراجع في خصوص الإحصائيات وأنواعها ولكن لم يجدا غير مرجع أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، ولذلك فقد تم الاعتماد عليه بالكامل (أي الاقتباس) عند كتابة هذا الجزء والأجزاء اللاحقة.

في بنائه، بحيث يكون كل منها نظاماً في حد ذاته، إن ما تصرفه الدول على بناء المستشفيات وتجهيزها لمقابلة التوسعات الصحية يتطلب توفير عدد كبير من البيانات عن تقديرات النمو في هذا القطاع وما يعنيه من حاجات إلى الوحدات الصحية وتوفر السيولة المالية.

وعليه فإن الإحصائيات الصحية ليست هدفاً في حد ذاتها وإنما هي أداة لخبراء القطاع في وضع الخطط اللازمة للرفع من مستوى الخدمات الصحية المتاحة.

19.3.2 الإحصاءات الصحية الوصفية

تهدف هذه الإحصاءات إلى وصف الحالة الصحية العامة والإمكانات المتوفرة في بلد ما لمكافحة الأمراض والتغلب عليها، وتتضمن الإحصاءات الصحية الوصفية عادة البيانات التالية:

أ) إحصاءات المستشفيات[1]

تتنوع إحصاءات المستشفيات وفقاً لدرجة شمول النظام الصحي، إلا أنه عادة ما تظهر هذه الإحصاءات وفقاً للتقسيمات التالية:

1- تبعية المستشفى: يتبع الدولة، خاص: وطني أو أجنبي.

2- الموقع: التقسيمات الإدارية الرئيسية في الدولة.

3- الداخلين للمستشفى: سبب الدخول (حوادث، مرض)، الجنس (ذكور، إناث).

4- أطباء المستشفى: استشاري أخصائي، ممارس عام، أسنان، صيدلي.

---

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 296- 302.

5- الفنيون: هيئة تمريض، مساعد صيدلي، فني أشعة أو مختبر.

6- عدد الأسرة: قسم الجراحة العامة، قسم التوليد، قسم الأطفال... الخ.

7- العمليات الجراحية: طب العيون، تقويم العظام، جراحة عامة، ... الخ.

8- عدد الأيام التي قضاها المرضى: الحوادث، المرض.

من الطبيعي أن تتضمن الإحصاءات ارتباطات لأكثر من عامل.

ب) إحصاءات الأطباء: وتتضمن هذه الإحصاءات عادة ما يلي:

(1) التخصص: استشاري، أخصائي، ممارس عام، أسنان، صيدلي، محلل.

(2) جهة العمل: مستشفى عام، خاص، عيادات: عامة، خاصة، صحة مدرسية، رعاية طفولة وأمومة.

(3) الجنسية: مواطن، غير مواطن.

ج) إحصاءات المرض: ويظهر في هذه الإحصاءات التقسيمات التالية:

1) مكان المعالجة: المستشفى، العيادة.

2) نوع المرض: طب عيون، أذن وأنف وحنجرة، أطفال، جراحة .. الخ.

3) التطعيم: جدري، كوليرا، شلل أطفال، .. الخ.

4) جنس المريض: ذكور، إناث، أطفال.

د) أقسام التصنيف الدولي للأمراض والحوادث

صنفت منظمة الصحة العالمية أنواع الأمراض كما يلي:

1. الأمراض المعدية والطفيلية.
2. الأورام.
3. الأمراض الهرمونية.
4. أمراض الدم والأعضاء المكونة له.
5. الاضطرابات العقلية.
6. أمراض الجهاز العصبي والحواس.
7. أمراض جهاز الدوران.
8. أمراض الجهاز التنفسي.
9. أمراض الجهاز الهضمي.
10. أمراض الجهاز التناسلي والبولي.
11. تعقيدات الحمل والولادة والنفاس.
12. الأمراض الجلدية.
13. أمراض العظام والأنسجة الرابطة.
14. الأمراض الوراثية.
15. بعض أمراض وفيات الولادة.
16. أمراض لم يتم تحديدها.
17. الحوادث والتسمم.

لقد ألحق بهذا التصنيف تصنيف الحوادث الصناعية الذي وضعته منظمة العمل الدولية، وهو يقع في (7) أقسام تتألف من أصناف ومجموعات مرقمة حسب التصنيفات الدولية العادية، وفيما يلي أقسام وفقرات هذا التصنيف:

1. الآلات مثل آلات التحويل، الآلات الزراعية وآلات قص الخشب والمحركات الأولية، عدا المحركات الكهربائية.
2. وسائل النقل وآلات الرفع.
3. الأدوات الأخرى مثل أوعية الضغط وأجهزة التبريد والأفران، والسلالم والمصاعد... الخ.

4. المواد والإشعاع، مثل الغاز والمواد الكيماوية عدا المتفجرات، والإشعاع ... الخ.

5. محيط العمل، في الأماكن المفتوحة، في الأماكن الداخلية.

هـ) مقاييس الإحصاءات الصحية

يقوم التحليل الصحي على استخدام البيانات الإحصائية الصحية بقصد استخلاص بعض المؤثرات والمقاييس التي يمكن من خلالها الحكم على نوع النظام الصحي وكفاءته، وفيما يلي أهم المقاييس المستخدمة في التحليل:

1) متوسط عدد السكان لكل طبيب واحد

ويُحسب هذا المتوسط بقسمة عدد السكان على عدد الأطباء حسب التخصص. وتعكس هذه النسبة مدى تقدم النظام الصحي في الدولة.

$$\text{عدد السكان لكل طبيب واحد} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{عدد الأطباء لكل تخصص}}$$

2) متوسط عدد الفنيين لكل سرير

ينتج هذا المتوسط من قسمة عدد الفنيين حسب التخصص(هيئة التمريض، مساعد صيدلي، فني أشعة أو مختبر) على عدد الأسرة (جمع سرير) في المستشفيات، وتدل هذه النسب على مدى كفاءة الخدمة التي تقدم إلى المرضى في المستشفيات:

$$\text{متوسط عدد الممرضات لكل سرير} = \frac{\text{عدد الممرضات في المستشفيات}}{\text{عدد الأسرة}}$$

3) متوسط عدد المرضى (أو عدد السكان) لكل سرير

يُحسب هذا المتوسط بقسمة عدد المرضى في المستشفيات (أو عدد السكان) على عدد الأسرة المتوفرة في مستشفيات الدولة:

$$\text{متوسط عدد المرضى (أو عدد السكان) لكل سرير} = \frac{\text{عدد المرضى (أو عدد السكان)}}{\text{عدد الأسرة}}$$

4) متوسط مكوث المريض في المستشفى

ينتج هذا المتوسط من قسمة عدد الأيام التي أمضاها المرضى في المستشفيات على عدد المرضى الداخلين للمستشفيات.

$$\text{متوسط مكوث المريض في المستشفى} = \frac{\text{عدد الأيام التي أمضاها المرضى في المستشفيات}}{\text{عدد المرضى الداخلين إلى المستشفيات}}$$

5) نسبة الأيام السريرية المشغولة

تُحتسب هذه النسبة في عام معين كما يلي:

$$\frac{\text{عدد المرضى الداخلين للمستشفيات في السنة} \times \text{متوسط مكوث المريض في المستشفى}}{\text{عدد ة الأسر} * 365}$$

6) نسبة العجز بين السكان

تقاس هذه النسبة بقسمة عدد السكان المصابين بعجز معين إلى عدد السكان في سنة ما، أي كما يلي:

$$\text{نسبة العجز بين السكان} = \frac{\text{عدد السكان المصابين بعجز معين}}{\text{عدد السكان في سنة معينة}}$$

7) المعدل المرضي لمرض معين

هو نسبة عدد المرضى إلى مجموع السكان، كنسبة مرض الملاريا مثلاً إلى مجموع السكان.

8) معدل وفيات مرض معين

هو نسبة عدد المتوفين بمرض معين إلى مجموع السكان، كنسبة وفيات مرض السل من كل (1000) أو أكثر من السكان.

9) نسبة المنتفعين بالمياه النقية من السكان في الحضر والريف

تُحسب هذه النسبة بقسمة عدد المنتفعين على مجموع السكان. ويُقدر عدد المنتفعين بقسمة حجم المياه النقية المستهلكة على معدل استهلاك الفرد الواحد من الماء. ويدل التطور في هذه النسبة على مقدار التقدم الصحي والوقائي في البلد.

10) نسبة تكاليف الخدمات الصحية من الإنفاق العام

يُقصد بتكاليف الخدمات الصحية نفقات الإدارة ونفقات التجهيزات والمشاريع الصحية.

و) تكاليف الخدمات الصحية

تشمل تكاليف الخدمات الصحية الاعتيادية والنفقات الرأسمالية (الاستثمارية)، حيث تشمل

الأولى الرواتب والأجور والمكافآت وشراء مواد وخدمات ومصاريف أخرى متغيرة. بينما تشمل الثانية نفقات بناء وشراء معدات وأجهزة صحية. ولحساب تكاليف السرير الواحد وتكاليف أيام الإقامة الفعلية في المستشفيات ينبغي تحليل جميع العناصر والعوامل التي تؤثر على مستوى تطور التكاليف المذكورة، وبالتحديد عدد المرضى الخارجين وعدد المرضى المعالجين (الداخلين)، وعدد الأسرة المتاحة وعدد الأيام الإقامة الفعلية وذلك بهدف التوصل إلى استخراج تكاليف المريض الواحد بدلاً من تكاليف السرير الواحد.

المشكلة الرئيسية التي تواجه الباحث في نطاق استخراج تكاليف المرضى الداخلين هو كيفية فصل تكاليف المرضى الخارجين عن مجمل تكاليف الخدمات الصحية، وتتركز تكاليف خدمات المريض الخارجي في منافذ صرف محددة تتمثل بأنواع الأدوية وبعض المواد الطبية الأخرى (الوصفات الطبية والمواد الطبية)، الفحوصات الطبية (رواتب وأجور الهيئات الصحية). الخدمات التشخيصية (الخدمات المختبرية وخدمات الأشعة) وأقساط اهتلاك العيادات الخارجية.

بصدد فصل النفقات الاستثمارية الخاصة ببناء المستشفيات والمستوصفات والعيادات التابعة للدولة وبالتالي لا توجد أية مشكلة عند توزيع التكاليف الاستثمارية على المرضى الداخلين والخارجين. حيث أن مباني المستشفيات خاصة بالمرضى الداخلين، بينما تكاليف العيادات يجب ربطها بالمرضى الخارجين. ويحسب قسط الاهتلاك لمباني المرافق الصحية بناء على تقدير عمرها الزمني والذي يتراوح عادة حوالي (10-20) سنوات.

يجب أن يلاحظ أن تكاليف السرير الواحد لا يعتبر مؤشراً سليماً لمستوى تكاليف المريض المعالج الواحد في الليلة الواحدة. أو بعبارة أخرى أن معدل تكاليف السرير لا يمثل معدل تكاليف المريض، لأن العامل المتغير المقترن مع جملة المرضى هو عدد أيام الإقامة الفعلية بدلاً من الطاقة الاستيعابية للأسرة، وقد تكون نسبة انشغال الأسرة هي المحور التي تحدد مدى الانحراف أو فرق التكاليف بين المريض والسرير. وفيما يلي بعض المؤشرات التي تُستخدم بهذا الصدد:

$$\text{الطاقة الاستيعابية للأسرة} = \text{عدد الأسرة} * 365$$

$$\text{كلفة السرير الواحد}\left(\text{دينار لليوم}\right) = \frac{\text{جملة التكاليف}}{\text{الطاقة الاستيعابية للأسرة}}$$

$$\text{معدل التكاليف للمريض الواحد} = \frac{\text{جملة التكاليف}}{\text{عدد أيام الإقامة الفعلية}}$$

تنظم عادة قائمة تكاليف الخدمات الصحية للمرضى الداخلين والخارجين.

19.4 رابعاً: الإحصائيات لقطاع الصناعة[1]

19.4.1 ماهية الإحصاءات الصناعية

الإحصاءات الصناعية هي أداة إحصائية لقياس حجم وتطور الإنتاج الصناعي الذي يتم في وحدات اقتصادية معينة في فترات زمنية معينة، والإنتاج الصناعي هو مصطلح يتألف من كلمتين هما الإنتاج والصناعة، ويُقصد بالإنتاج خلق المنفعة سواء أكان ذلك في شكلها المادي

[1] أحمد رفيق باسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 369- 379.

أو في شكلها المعنوي أي في صورة خدمات، ويُقصد بالصناعة في معناها الواسع النشاط من أي نوع كان. ولكنها طبقاً للتصنيف الدولي تشمل المناجم والمحاجر والصناعات التحويلية والبناء والتشييد ثم الكهرباء والغاز والمياه.

الإحصاءات الصناعية تعتبر من أهم المؤشرات التي تثير اهتمام الحكومات والباحثين الاقتصاديين والاجتماعيين، فالصناعة في الدول المتقدمة هي حجر الأساس الذي تقوم عليه اقتصاديات تلك البلاد، وهي الدعامة الرئيسية لإحداث التطور الاقتصادي والاجتماعي في الدول النامية، كما تشكل القطاع الخلاق الذي يستطيع أن يتجاوب مع التخطيط الواعي المدروس، والقطاع القادر على تنويع مصادر الدخل القومي وتوسيع قاعدة الإنتاج القومي وتنميته. ونمو الإنتاج الصناعي دليل على التقدم الاقتصادي، ومراقبة هذا النمو باستخدام إحصاءات الإنتاج الصناعي تزود الباحثين بأدوات توضح الاتجاهات العامة للاقتصاد وتساعد على التنبؤ بما سيكون عليه الحال في المستقبل القريب. كما أن نمو الإنتاج الصناعي دليل على قدرة الاقتصاد على امتصاص اليد العاملة الجديدة وتشغيلها وإتاحة فرص العمل المنتج لأبناء الوطن.

الإحصاءات الصناعية في الوقت الحاضر من الأهمية بمكان خصوصاً بعد أن أصبحت معظم الدول تعتمد على التخطيط. فرجال التخطيط يحتاجون إلى هذه الإحصاءات التي تبين الإمكانات الحالية للصناعة في الدولة. والأجهزة المشرفة على الصناعة تحتاج أيضاً إلى هذه

الإحصاءات لمباشرة أعمالها وإحكام الرقابة على الصناعة ومساعدتها إذا لزم الأمر. وعن طريق هذه الإحصاءات يمكن تقدير الدخل الناشئ من الصناعة عند إعداد تقديرات الدخل القومي، وأخيراً وليس آخراً فإن الدراسات العلمية الحديثة التي تعتمد على التحليل الإحصائي تحتاج غالباً إلى الإحصاءات الصناعية.

إن أهداف الإحصاءات الصناعية هي عديدة ومتنوعة، ولعل من أهم هذه الأهداف ما يلي:

1. معرفة الصناعات القائمة وتوزيعها على المناطق المختلفة في أنحاء البلاد.

2. التعرف على درجة نشاط كل صناعة في فترة زمنية معينة، من حيث حجم الإنتاج وقيمته.

3. معرفة المواد المستخدمة في الإنتاج الصناعي، ووسيلة هذا الاستخدام وكميته وقيمته في خلال فترة الإحصاء.

4. تحديد عدد المشتغلين في كل صناعة من عمال وموظفين وإداريين وفنيين وكتابيين ونصيب كل فئة من هذه الفئات من ناتج الصناعة.

5. معرفة الأموال المستثمرة في الموجودات الثابتة والمتداولة خلال الفترة التي عمل عنها الإحصاء.

وبالإضافة إلى ذلك تتناول الإحصاءات الصناعية موضوعين هامين هما:

أ) التعدادات الصناعية أو الحصر الصناعي: وهي عملية جمع المعلومات من المؤسسات والمشاريع الصناعية. وهذه التعدادات قد تكون دورية (كل عشر سنوات أو أقل) أو سنوية. كما

قد تكون شاملة أي تشمل كافة المشاريع الصناعية الهامة أو غير شاملة أي تجرى باستخدام العينات. وسندرس بعد قليل هذه التعدادات بالتفصيل طبقاً للتوصيات الدولية للإحصاءات الصناعية الأساسية. وللبرنامج الدولي للبحوث الصناعية الأساسية.

ب) التبويب الصناعي: إن البيانات عن المشاريع الصناعية يجب أن تُصنف وفق أسس مختلفة حسب الفروع الصناعية أو قطاعي الإنتاج والاستهلاك، أو حجم المشاريع الصناعية أو حسب نوع الملكية أو أي أساس آخر يكون مفيداً في تحليل البيانات ودراستها وقياس التغيرات التي تطرأ على القطاع الصناعي ككل، وفي أجزائه المختلفة.

19.4.2: الأعمال التحضيرية لإجراء التعداد

1. تشريع التعداد: يسبق إجراء التعداد عادة صدور تشريع خاص يقضي بعدم استخدام البيانات التي ترسلها المصانع في غير الأغراض الإحصائية، ويكفل سرية هذه البيانات ويمنع إذاعتها بصورتها الأولية أو بأي طريقة أخرى يمكن بها تحديد نشاط أي مؤسسة معينة. ومثل هذا التشريع يبعث الطمأنينة في نفوس المواطنين من أصحاب المصانع والمؤسسات الإنتاجية للإدلاء بالمعلومات الصحيحة.

2. تحديد فترة التعداد: إن الفترة التي يشملها التعداد هي عادة سنة كاملة، ويُستحسن أن تكون هذه السنة سنة ميلادية كاملة. ولكن إذا كانت هناك مؤسسات لا تتفق سنتها المالية مع السنة الميلادية كأن تنتهي سنتها المالية في آخر يونيه بدلا من شهر ديسمبر، فيجب أن تنبه هذه

المؤسسات إلى إعطاء بياناتها عن الفترة المخصصة للتعداد.

3. وحدة التعداد: في حصر الإنتاج الصناعي تعتبر الوحدة هي المؤسسة، فإذا كانت هناك شركة لها أكثر من مؤسسة. يجب أن تملأ كل مؤسسة من مؤسسات الشركة استمارة مستقلة بها. أما إذا كانت حسابات هذه المؤسسات متداخلة مع بعضها البعض بحيث يتعذر فصل حساب كل مؤسسة عن الأخرى. فتملأ استمارة واحدة عن الشركة كلها. والتعريف العام للمؤسسة هو أنها وحدة اقتصادية تزاول نشاطاً اقتصادياً واحداً وتقع في مكان جغرافي واحد ويملكها ويديرها شخص واحد طبيعي أو معنوي.

4. استمارة التعداد: إن الأهداف التي يُراد تحقيقها من الحصر هي التي تحدد لنا عدد الاستمارات اللازمة وأنواعها والمعلومات التي يجب أن تُطلب فيها، وبما أن تعداد الإنتاج الصناعي يكون شاملاً لمختلف فعاليات المؤسسة، فإن استمارة الحصر تغدو كراساً من الاستمارات المتعددة كل واحدة منها تكون خاصة بصناعة معينة. والغرض من ذلك هو تسهيل مهمة أصحاب المصانع في الإجابة على الأسئلة بسرعة وبسهولة، أضف إلى ذلك فإن تجانس بيانات الاستمارة الإحصائية يُسهل مهمة صياغة هذه الأسئلة من ناحية. ويُسهل مهمة تبويب هذه البيانات من ناحية أخرى.

5. تحديد مجال التعداد: يتصف تعداد الإنتاج الصناعي عادة بالشمول حيث يجب أن تشمل البيانات الخاصة بالإنتاج الصناعي جميع الصناعات التحويلية بما فيها صناعات التشييد والمباني

وكذلك جميع المناجم والمحاجر. ولكنه لا يشمل أي نوع من أنواع النشاط التجاري حتى ولو كان هذا النشاط ملحقاً بمصنع يدخل تحت تعداد الإنتاج الصناعي. ويجب أن ينبه صاحب المصنع بألا يذكر أي بضاعة اشتراها وباعها كما هي بدون أن يدخل عليها أي عمل صناعي. كما يجب أن يُستبعد من هذا التعداد العمال المكلفين بأعمال غير صناعية كالبيع والشراء والتوزيع وما شابه ذلك. وتجدر الإشارة هنا إلى أن فكرة التعداد تتصف بالشمول. ولكن في حصر الإنتاج الصناعي تقابل لجان التعداد ، مصانع كثيرة صغيرة لا تُساهم إلا بجزء ضئيل من النشاط الصناعي في البلد. أضف إلى ذلك أن هذه المصانع مع كثرتها قد تكون مُبعثرة في كافة أرجاء البلاد مما يجعل الوصول إليها صعباً وقد لا توجد لديها بيانات صحيحة ودقيقة، ولذلك يُفضل إهمال هذه المصانع من نطاق تعداد الإنتاج الصناعي والاكتفاء بتقدير ما تنتجه بعمل أبحاث أخرى وذلك بأن يُطلب منها بيانات إجمالية تُساعد على تقدير كمية الإنتاج وقيمته.

6. الدعاية المناسبة للتعداد الصناعي وإعداد ميزانية التعداد

7. تدريب الإداريين والمشرفين على إجراء التعداد

1 9.4.3 البيانات المطلوبة في التعدادات الصناعية

تضمن البرنامج الدولي للإحصاءات الصناعية الأساسية فقرات البيانات الصناعية التي ينبغي جمعها ونشرها، وفيما يلي أهم هذه الفقرات:

أ. خصائص الوحدة الإحصائية:

1. نوعية النشاط الصناعي.

2. حجم المؤسسة.

ب. عدد الوحدات الصناعية وعدد المشتغلين بها خلال فترة زمنية محددة.

ج. الرواتب المدفوعة خلال تلك الفترة.

د. القدرة الإنتاجية والإنتاج الفعلي خلال تلك الفترة.

ه. مجموع تكاليف الإنتاج (متغيرة وثابتة).

و. مجموع المبيعات وقيمة البضائع المخزنة.

وغيرها من البيانات المهمة في عملية التعداد، ومن ثم يتم حصر عدد المؤسسات الصناعية وصفاتها وإجمالي الاستخدام والأجور والموجودات الثابتة ومجمل الناتج الصناعي (الكلي) Gross Industrial Output وهو يساوي مجمل المنتج مطروحاً منه البضائع التي بنفس الوقت التي اشتريت بها، أما القيمة المضافة فتساوي مجمل المنتج ناقصاً منه المستخدم (input) الذي يتألف من المواد الأولية، الوقود، قيمة الخدمات الصناعية المقدمة من الآخرين، ثمن الكهرباء[1].

---

[1] لمزيد من الإيضاح أنظر أحمد رفيق وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 376- 398.

19.4.4 إحصاءات الإنتاج الصناعي

سيتم أولاً تعريف الإنتاج أو الناتج الصناعي ثم ثانياً المقاييس العينية والمعيارية والنقدية له.

أولاً: تعريف الناتج الصناعي

الناتج الصناعي هو مجموعة القيم المادية التي ينتجها جهد الإنسان في قطاع الصناعة، وحسب هذا التعريف، فإنه لا يحسب ضمن الناتج الصناعي. أنواع المنتجات التالية:

1. ناتج الأقسام غير الصناعية التابعة للمشروع الصناعي مثل أقسام النقل والإنشاء والزراعة وغيرها.

2. فضلات العملية الإنتاجية الصناعية ما دامت هذه الفضلات لا تشكل ناتجاً منتظراً من هذه العملية.

3. المنتجات غير القابلة للتوزيع بسبب وجود العيوب فيها.

ويشمل الناتج الصناعي بالإضافة على الأشياء المادية سائر الأعمال الصناعية التي يقوم بها المشروع لأقسامه المختلفة أو للخارج (مثل التصليحات).

يُقسم الإنتاج الصناعي من حيث مراحل الإنتاج له إلى ثلاثة أنواع رئيسية هي:

1. البضائع التامة الصنع: وهي المنتجات التي تم صنعها تماماً في المشروع الصناعي حسب المستوى القياسي المقروء ولا تجرى أية مرحلة إنتاجية أخرى عليها.

2. البضائع نصف المصنوعة: وهي المنتجات التي تم صنعها في بعض أقسام المشروع الصناعي، والتي لا زالت تحتاج إلى عمليات صناعية أخرى في نفس المشروع.

3. البضائع غير تامة الصنع: وهي المنتجات التي لم ينته إنتاجها في أقسام المشروع المختلفة، والتي تحتاج إلى عمليات أخرى لإكمال صنعها.

ثانياً: مقاييس الناتج الصناعي

يُقاس الناتج الصناعي بمقاييس مختلفة، ويمكن تلخيص هذه المقاييس كما يلي:

1. المقاييس العينية

يُقاس الناتج الصناعي هنا بوحدات القياس المعروفة كالطول والوزن والحجم وغير ذلك، ويصعب غالباً تطبيق المقياس العيني نظراً لكثرة المنتجات الصناعية ولاختلاف وحدات القياس، ولذلك يقتصر عادة استخدام هذا المقياس على المنتجات الهامة. ويمكن تلخيص فوائد المقاييس العينية في النقاط التالية:

أ. عند تطبيق المقاييس العينية يمكن تقدير مقدار حاجة المشروع الصناعي ومن ثم القطاع الصناعي ككل إلى الوقود، الطاقة الكهربائية، والمواد الأولية المختلفة وما شابه ذلك.

ب. يساعد حساب الناتج الصناعي عيناً على حساب مقاييس إنتاج الأنواع الهامة من هذا الناتج بالنسبة للفرد الواحد من السكان.

ج. يفيد في تصوير أنواع المنتجات المختلفة بأشكالها كأشياء.

يُعاب على المقاييس العينية أنها لا تُعطي صورة صادقة عن حجم الناتج الصناعي للأسباب التالية:

أ. يتعذر قياس الأعمال الصناعية فالمقاييس العينية تصف المنتج الصناعي الذي له شكل مادي محدد.

ب. لا يمكن تحديد كمية البضائع غير تامة الصنع أو تحت الصنع وإدخالها في المقياس العيني في معظم الحالات.

2. المقاييس العينية المعيارية

تعني تحويل الأنواع المختلفة من الناتج إلى وحدات نوع معين من الإنتاج. فالأنواع المختلفة من الأقمشة تحول إلى نوع واحد بواسطة استخدام ما يُسمى "بمعامل التحويل" الذي يمكن حسابه على أحد الأسس التالية:

أ) استهلاك الناتج مثلاً (القوة الحصانية المحركة).

ب) كمية العمل المبذول في الإنتاج (ساعة / شخص).

ج) طول العملية الإنتاجية (تُستخدم في معامل التعدين).

د) تكاليف الوحدة الواحدة من الناتج.

وتفيد المقاييس العينية التقديرية في حساب بعض المقاييس الأخرى مثل حساب إنتاجية العمل، كما تفيد إلى حد كبير في حساب الناتج الكلي للمشروع بأبسط صورة وهو التعبير عن

مختلف أنواع المنتجات بناتج واحد يسهل تصوره. ومع ذلك، فإن المقياس العيني التقديري يعاني أيضاً من نفس الجوانب السلبية التي يعاني منها المقياس السابق.

3. المقاييس النقدية

هي أهم المقاييس نظراً لأن التعبير النقدي عن الناتج يوفر الفرص للتعبير عن مختلف أنواع الناتج على تعدد وحدات القياس بوحدة قياس واحدة هي وحدة العملة. وتعتبر المشكلة الأساسية في عمل المقاييس النقدية هي اختيار نوع الأسعار لتسعير الناتج وحساب المقاييس النقدية، ويميز بهذا الخصوص الأسعار التالية:

أ) سعر الكلفة وهو مجموع التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي يتحملها المشروع الصناعي لإنتاج وحدات الإنتاج.

ب) سعر الجملة وهو سعر الكلفة مضافاً إليه مجمل الربح الذي يحدده المشروع وتاجر الجملة.

ج) سعر التجزئة وهو سعر الجملة للمنتج مضافاً إليه نفقات وأرباح تاجر التجزئة.

د) سعر السوق ويُستخدم هذا التعبير في حسابات الدخل القومي وهو نفس سعر المفرق.

هـ) سعر كلفة عناصر الإنتاج وهو أيضاً يُستخدم في حسابات الدخل القومي ويساوي سعر السوق مطروحاً منه الضرائب غير المباشر (صافية من إعانات الدولة).

هناك مشكلة أخرى مرتبطة بتسعير الناتج الصناعي وهي الفترة الزمنية التي تحسب فيها الأسعار. فقد تستخدم أسعار الفترة الجارية التي تم فيها الإنتاج وهو ما يسمى بالسعر الجاري.

كما تستخدم أيضاً الأسعار السائدة في فترة معينة لتسعير الناتج الذي تم إنتاجه في فترات أخرى وهو ما يُعرف بالسعر الثابت. وأهم المقاييس النقدية للناتج الصناعي في بعض الدول ما يلي:

أ) الناتج الإجمالي

هو القيمة النقدية لكمية الناتج الصناعي خلال فترة زمنية معينة، ويشمل الناتج الإجمالي للمشاريع العناصر التالية: (1) البضائع التامة الصنع. (2) البضائع نصف المصنوعة. (3) الأعمال الصناعية المجهزة للخارج. (4) البضائع غير تامة الصنع. ويُلاحظ أن قيمة البضائع نصف المصنوعة وغير تامة الصنع تتحدد من خلال الفرق بين قيمتها في بداية الفترة المدروسة ونهايتها.

ب) الناتج البضاعي

هو القيمة النقدية للناتج المباع للغير، ويتألف من العناصر التالية: (1) البضائع التامة الصنع، (2) البضائع نصف المصنوعة المجهزة لخارج المشروع. (3) الأعمال الصناعية المجهزة للخارج. وهذا يعني أن البضائع نصف المصنوعة التي تبقى في المشروع من أجل الإكمال وكذلك البضائع غير تامة الصنع لا تدخل في حساب الناتج البضاعي.

ج) الناتج الصافي

هو القيمة النقدية للإنتاج الإجمالي (المبيعات) مطروحاً منها قيمة المواد الأولية الأساسية والمواد المساعدة الداخلة في الإنتاج، ويُلاحظ أن الأجور لا تدخل في عملية الاستقطاع. وعليه فإن الناتج الصافي هو القيمة المضافة في القطاع الصناعي أو الدخل القومي الصافي من الصناعة.

وأما المقاييس الهامة المستخدمة في بعض الدول الأخرى فهي:

أ) مجمل الناتج

هو مجموع قيم البضائع والخدمات المنتجة، أي أنه يساوي الناتج الإجمالي في بعض الدول مع ملاحظة الفارق في تعريف الإنتاج في كلا النظامين، حيث ينصرف معنى الإنتاج في بعض الدول إلى معناه الواسع (أي جميع السلع والخدمات المنتجة)، بينما يقتصر معنى الإنتاج في بعض الدول على إنتاج البضائع والخدمات التي تقدم للإنتاج المادي فقط.

ب) الناتج الإجمالي

هو الفرق بين مجمل المنتج والمستخدم الذي يتضمن الإنفاق على البضائع والمواد الداخلة في الإنتاج من مواد أولية ووقود وزيوت وطاقة وغيرها، ويستثنى في ذلك الاهتلاك.

ج) الناتج الصافي

هو الفرق بين الناتج الإجمالي والاهتلاك، وهو القيمة المضافة في بعض الدول. وهذا الناتج يُسعّر عادة بسعر السوق وإذا طُرحت منه الضرائب غير المباشرة من الإعانات، يتم الحصول على الناتج الصافي بكلفة عناصر الإنتاج. ويمكن القول بأن القيمة المضافة تشمل ما يلي:

1. أجور وتعويضات العمال المستخدمين والموظفين.
2. إيجار الأراضي والمباني.
3. فائدة رأس المال.

4. أرباح المنتجين.

5. الضرائب والرسوم.

6. اهتلاك الموجودات الثابتة.

19.4.5 أهم الأرقام القياسية المستخدمة

يمكن تلخيص السلاسل السابقة على شكل نسب مئوية (مناسيب)، ومن ثم حساب وسطها الحسابي. أو ترجيح هذه المناسيب. كما يمكن تلخيص هذه السلاسل على شكل كميات مطلقة وترجيح هذه الكميات بإحدى الأوزان التي يمكن استخدامها في عملية الترجيح مثل القوة العاملة أو القوة المحركة أو قيمة الإنتاج أو صافي قيمة الإنتاج في الفترة المقارنة أو الفترة الأساس.

أولاً: الوسط الحسابي البسيط للمناسيب

لكي يتم تركيب الرقم القياسي للإنتاج الصناعي بموجب هذه الطريقة، فإننا نبدأ أولاً بتحديد الكمية المنتجة (أو القيمة المعدلة) لكل من السلع المختارة في الفترة المقارنة في أية سلسلة من السلاسل الأربعة السابقة. ومن ثم تُحول هذه الكمية أو القيمة إلى نسبة مئوية من الكمية أو القيمة في الفترة الأساس، وعليه فإن المنسوب يساوي:

$$100 * \frac{\text{الكمية أو القيمة في الفترة المقارنة}}{\text{الكمية أو القيمة في الفترة الأساس}}$$

وبجمع هذه المناسيب وقسمتها على عددها يتم الحصول على الوسط الحسابي البسيط

للمناسيب، وعليه فإن الرقم القياسي للإنتاج الصناعي بموجب هذه الطريقة يأخذ الصيغة التالية:

$$I = \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_0} * 100}{N}$$

حيث أن:

Q_1 هي كمية أو قيمة السلعة المعدلة في الفترة المقارنة.

Q_0 تمثل كمية أو قيمة السلعة المعدلة في الفترة الأساس.

N تشير إلى عدد السلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي.

تجدر الإشارة هنا إلى أن الفترة الأساس يجب أن تكون فترة غير شاذة وتتوافر فيها البيانات المطلوبة. كما يجب الملاحظة بأن هذا الرقم يُعطي أهمية متساوية لجميع السلع التي تدخل في تركيبه. وعليه فإن هذا الرقم يُعطي نتائج مضللة إذا تفاوت الأهمية النسبية للصناعات التي تدخل في تركيبه.

ثانياً: ترجيح المناسيب

توجد عدة أوزان يمكن استخدامها في ترجيح المناسيب منها كما سبق ذكره القوة العاملة، أو القوة المحركة للآلات المستخدمة. أو قيمة الإنتاج، أو صافي قيمة الإنتاج. وتستخدم هذه الأوزان بحذر شديد، لأنها قد تؤدي إلى نتائج مضللة، وفيما يلي الاعتراضات التي توجه إلى استخدام هذه الأوزان:

أ) القوة العاملة

في كثير من الصناعات لا يجوز أن يُستخدم عدد العمال كمؤشر لمدى أهمية الصناعة في الاقتصاد القومي، فعدد العاملين في صناعة الساعات هو عدداً ضئيلاً إذا ما قيس بعدد العاملين في صناعة الحلوى. أضف إلى ذلك أنه في هذه الحالة يجب قبل اتخاذ عدد العمل كمؤشر لقياس الأهمية، أن نصف هؤلاء العمال وصفاً دقيقاً من حيث درجة المهارة (ماهر – نصف ماهر – عامل يدوي)، وهذا قد يستحيل قياسه كمياً.

ب) القوة المحركة

تستخدم بعض الصناعات بطبيعتها قوة محركة كبيرة، ولذلك فإن استخدام هذا المقياس يكون خطيراً في بعض الأحيان لأنه يُعطي بعض الصناعات أهمية كبيرة أكثر من اللازم.

ج) قيمة الإنتاج

إن استخدام هذا المقياس في ترجيح المناسيب قد يُعرّض لمشكلات عديدة لأن تكلفة الإنتاج تعتمد على عناصر تكاليفه، فبعض الصناعات تنتج سلعاً نهائية باستخدام منتجات نهائية أيضاً بالنسبة لمصانع أخرى، ومن ثم تكون قيمتها كبيرة جداً. في حين أن بعض الصناعات قد تكون أكثر أهمية من الأولى، ومع ذلك فإنها تنتج سلعاً نهائية باستخدام مواد خام رخيصة القيمة. فصناعة الغزل والنسيج ليست أقل أهمية من صناعة الألبسة الجاهزة، ومع ذلك فإن قيمة الإنتاج الكلي للثانية قد تكون أكبر من الأولى.

د) صافي قيمة الإنتاج

إن صافي قيمة الإنتاج للصناعات المختلفة قد يكون أصلح المقاييس للأهمية النسبية لهذه الصناعات. ويُقصد بصافي قيمة الإنتاج أو القيمة المضافة كما سبق ذكره أن قيمة المنتجات بسعر المصنع مطروحاً منها قيمة المواد الخام الداخلة في الإنتاج، وقيمة المواد المساعدة في الإنتاج، وكذلك قيمة الوقود والكهرباء اللازمة للإنتاج.

ثالثاً: الرقم القياسي المرجح للمناسيب

من المناقشة السابقة يمكن بسهولة أن يُعطى الرقم القياسي المرجح للمناسيب (الوسط الحسابي المرجح للمناسيب) الصيغة التالية:

$$I = \frac{\sum \frac{Q_1}{Q_o} * V_o}{\sum V_o} * 100$$

حيث أن:

Q_1 هي كمية أو قيمة السلعة المعدلة في الفترة المقارنة.

Q_o هي كمية أو قيمة السلعة المعدلة في الفترة الأساس.

V_o هي الأوزان أي صافي قيمة السلعة في الفترة الأساس.

رابعاً: الرقم التجميعي المرجح

تُستخدم عدة صيغة لاسبير لحساب الرقم التجميعي المرجح للإنتاج الصناعي. فإذا

فرضنا أن الكميات المنتجة من السلع في الفترة الأساس والفترة المدروسة هي:

الفترة الأساس:

Q_{on}،...، Q_{o3}، Q_{o2}،Q_{o1}

الفترة المدروسة:

Q_{1n}،...، Q_{13}، Q_{12}،Q_{11}

وإذا تم فرض أن صافي قيم السلع في الفترة الأساس هي V_{o1}،V_{o2} ،.... ،V_{on} ، فإن رقم لاسبير للإنتاج الصناعي يكون كما يلي:

$$I = \frac{\sum Q_1 V_o}{\sum Q_o V_o} * 100$$

19.5 خامساً: الإحصائيات الزراعية[1]

19.5.1 ماهية الإحصاءات الزراعية

تُعرف الإحصاءات الزراعية بأنها المعلومات المتعلقة بمختلف أوجه النشاط في القطاع الزراعي، ويُقصد بالقطاع الزراعي الإنتاج النباتي والإنتاج الحيواني ومنتجات الغابات والصيد بمختلف أنواعه من بري وبحري ونهري، وتشمل أيضاً الإحصاءات الزراعية جميع العمليات التي تنصب على الأعمال الزراعية ومنتجاتها منذ البدء في إنتاجها في الحقل وإعدادها للتوزيع أو

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 401 - 404

التصنيع أو التخزين حتى تصل إلى يد المستهلك النهائي لها. ويدخل في نطاق الإحصاءات الزراعية نوعين أساسيين من الإحصاءات هما الإحصاءات الأساسية والإحصاءات الجارية. إن الإحصاءات الأساسية هي التعدادات الزراعية التي تتناول خصائص النبات الزراعي المستقرة مثل عدد الحيازات أو الملكيات وفئات مساحتها وخصائص الحائزين واستغلال الأرض وأنواع المحاصيل المزروعة ومساحتها وأنواع الخضر والفاكهة والعمال والآلات والمواشي ومستلزمات الإنتاج في سنة التعداد. والتي تجمع عادة كل خمس أو عشر سنوات. وأما الإحصاءات الجارية فهي تشمل المعلومات التي تتعرض إلى تغيرات سريعة بسبب الظروف الجوية أو الاقتصادية ومن أمثلتها كميات الإنتاج الزراعي وأسعار المحاصيل واليد العاملة في الزراعة ذلك بالإضافة إلى المؤشرات الإحصائية كالمعاملات الفنية والأرقام القياسية للإنتاج والأسعار. وللإحصائيات الزراعية فوائد عديدة منها:

1. تأمين المعلومات اللازمة لإعداد خطط التنمية الاقتصادية والاجتماعية وخاصة في الدول النامية التي تعتمد على الزراعة.

2. المساعدة في رسم سياسة الاستيراد والتصدير والاستهلاك المحلي على ضوء كميات الإنتاج الزراعي.

3. مساعدة التجار ورجال الأعمال الذين يتعاملون مع القطاع الزراعي على تحديد سياسات مؤسساتهم سواء تجاه القطاع الزراعي أو تجاه العمليات المتعلقة به. وكذلك أرباب الصناعات

المتعلقة بالزراعة وإنتاجها يستفيدون في رسم سياسة مؤسساتهم وتقرير أمورها المتعلقة بالإنتاج وتشغيل العاملين.

4. توجيه المزارعين إلى زراعة محاصيل معينة أو تحديد المساحات المسموح بها لبعض المحاصيل وفقاً لحاجة البلاد وإمكاناتها على الاستهلاك والتصدير وبما يتلاءم مع التنمية الاقتصادية فيها.

5. تصوير الواقع الزراعي الذي تعيش فيه الأكثرية الغالبة من المجتمعات في الدول النامية وإظهار العلاقات السائدة ومواطن الضعف في البنية الزراعية والإيحاء بمختلف الإمكانات البديلة لتنمية المجتمع الزراعي وتطوره وفقاً لأهداف الخطة وبما يتلاءم معها:

19.5.2 التعدادات الزراعية

يُعرف التعداد الزراعي بأنه حصر شامل لموارد الثروة الزراعية والحيوانية وما تغله هذه الثروة من إنتاج للدولة خلال فترة زمنية معينة.

ويهدف التعداد إلى إعطاء صورة واضحة عن النواحي التالية:

1. مساحات الأراضي المزروعة وغير المزروعة والقابلة للاستصلاح والبور للتعرف على إمكانيات التوسع الأفقي الزراعي.

2. متوسط المردود بالنسبة لكل محصول كماً وقيمة للتعرف على مدى كفاءة الاستغلال الزراعي واستكشاف إمكانيات التوسع الرأسي.

3. الموارد البشرية المستخدمة في الزراعة.

4– كمية وقيمة مستلزمات الإنتاج الزراعي كالأسمدة والبذور والمبيدات وغيرها.

5. الحيوانات والآلات المستخدمة في الزراعة.

6. وسائل الري المتوفرة للقطاع الزراعي.

7. التكوينات الرأسمالية وأنواعها المتعددة المتوفرة للقطاع الزراعي.

8. بنية وقيمة الإنتاج الحيواني.

19.5.3 طرق التعداد

تجرى البحوث الإحصائية الزراعية بإحدى طريقتين:

1. طريقة التعداد الشامل: وهي التعدادات التي تجرى على جميع الحيازات الزراعية وتجمع خلالها الإحصاءات الزراعية الأساسية. ومثل هذه التعدادات تجرى بصورة دورية على الأغلب – كل عشر سنوات – ومنها التعدادات الزراعية العالمية التي توصي بإجرائها منظمة الغذاء والزراعة الدولية. ويعتبر التعداد الشامل ضرورياً في الحالات التالية:

أ) عندما ترغب الدولة في الحصول على المعلومات الضرورية الخاصة بالوحدات الإدارية الصغيرة كأساس في التخطيط الإقليمي مثل الإصلاح الزراعي أو إدخال الكهرباء للأرياف.

ب) استخدام أرقام التعداد الشامل كأساس للإحصاءات الزراعية الشاملة.

2. طريقة العينات: ويكون ذلك باختيار عينات من الوحدات الإحصائية بإحدى طرق الاختيار العشوائي وخاصة العينة المتعدد المراحل. ولعل أن أهم الأسباب التي تدعو إلى استخدام العينات

هي:

أ) بعض الأقطار لا تتوفر لديها المبالغ اللازمة أو الكادر أو التسهيلات الأخرى لإعداد وإنجاز العمليات المطلوبة للتعداد الشامل.

ب) تستخدم طرق العينات كوسيلة لتوسيع مدى التعداد وكذلك لتقدير دقة بيانات التعداد.

ج) تستخدم العينات أيضاً في التعدادات التجريبية وللسيطرة على أخطاء إعداد بيانات التعداد الشامل.

19.5.4 الأعمال التحضيرية للتعداد

يمكن تلخيص الأعمال التحضيرية للتعداد الشامل بما يلي:

1-. تشريع التعداد: وهذا يعني وضع الأساس القانوني للتعداد لتثبيت المسئولية الإدارية والحصول على المبالغ اللازمة وتقدير المدى العام للتعداد وتوقيته وإلزاميته أي إلزام الجمهور قانوناً للتعاون مع المكلفين بإجراء التعداد، وسريته أي سرية المعلومات التي يتم الحصول عليها من التعداد.

2. ميزانية التعداد: ينبغي وضع ميزانية تقديرية لتكاليف عملية التعداد ويتضمن ذلك تكاليف الأعمال التحضيرية للتعداد وجمع المعلومات وإعدادها ونشر النتائج والدراسات بعد التعداد.

3. التحضيرات الجغرافية للتعداد: ينبغي تحديد المساحة التي يقوم بتغطيتها كل عداد ووضع قائمة بوحدات العد.

4. إعداد الاستمارة الإحصائية للتعداد وتحضير التعليمات لملء الاستمارة.

5. التعدادات التجريبية: تجرى تعدادات تجريبية ودراسات اختبارية لاختبار الاستمارة والتعاريف وأسلوب العد لاختيار الأسلوب المناسب لجمع المعلومات وإعدادها.

6. وحدة التعداد وهي الحيازة الزراعية.

7- تحديد فترة التعداد وهي غالباً سنة ميلادية كاملة.

8. الدعاية المناسبة للتعداد.

9. تدريب الإداريين والمشرفين.

19.5.5 برنامج التعداد

إن برنامج التعداد هو قائمة تفصيلية من البيانات التي تجمع عنها المعلومات والتي على ضوئها تصمم الاستمارة الإحصائية، وتقسم عادة هذه القائمة إلى أقسام رئيسية، وكل قسم يتألف من مجموعات أصغر تتألف بدورها من بنود. فيما يلي بعض تلك التقسيمات:

1. الحائز، الحيازة، الملكية، نوع الحيازة.
2. استغلال الأرض.
3. المحاصيل.
4. الفاكهة.
5. الإنتاج الحيواني (لحوم، ألبان، صوف)، الدواجن (لحم، بيض).
6. عسل النحل.

7. الاستخدام في الزراعة (إيجار – مشاركة ... الخ).

8. المعدات الزراعية.

9. نوع الري.

10. نوع الأسمدة.

11. الإنتاج الزراعي (نباتي، حيواني، ... الخ).

12. التكاليف الإنتاجية (ثابتة ومتغيرة).

13. وسائل المواصلات المتاحة.

14. التكاليف التسويقية.

وغيرها من البيانات المتعلقة بالتعداد الزراعي للمزرعة ومنها يتم حصر كافة المزارع على مستوى القطر[1].

19.5.6 المقاييس الإحصائية للناتج الزراعي

يمكن التعبير عن الناتج الزراعي عيناً وبواسطة النقود، والناتج العيني هو الناتج الزراعي بحالته الطبيعية ويُعبر عنه بوحدات القياس المعروفة مثل الطن واللتر وغيرها، وأما الناتج النقدي فهو مجموع الناتج الزراعي معبراً عنه بالنقود ويفيد هذا المقياس في تصوير حجم الناتج الزراعي ككل وحجم الناتج الزراعي في فروع القطاع الزراعي المختلفة. ويمكن تلخيص أهم المقاييس

[1] للمزيد من الإيضاح أنظر أحمد رفيق وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 407- 420.

الإحصائية للناتج الزراعي كما يلي:

1. الناتج الزراعي الإجمالي وهو عبارة عن مجموع قيم منتجات القطاع الزراعي (النباتي والحيواني)، أي أن مكوناته هي المحاصيل الحقلية ومنتجات الأشجار المعمرة والناتج غير التام (بالنسبة للناتج النباتي) والمنتجات الحيوانية والزيادة في عددها ووزنها. ويُقدر الناتج الزراعي الإجمالي إما بسعر السوق وهو السعر الجاري وإما بسعر المزرعة وهو عبارة عن سعر السوق مطروحاً منه تكاليف التسويق.

2. الناتج الزراعي الصافي وهو يساوي الناتج الزراعي الإجمالي مطروحاً منه قيم مستلزمات ونفقات الإنتاج الزراعي كالبذور والأسمدة والأدوية وغيرها ومطروحاً منه أيضاً الاهتلاكات، والناتج الزراعي الصافي تمثل الدخل القومي أو القيمة المضافة في قطاع الزراعة.

3. معدل إنتاجية العامل الزراعي الواحد ويُستخرج هذا المعدل للناتج الزراعي الإجمالي والصافي، ويُحسب بقسمة الناتج الزراعي على عدد الأفراد الذين يقومون بالإنتاج الزراعي.

4. معدل إنتاجية المنطقة الزراعية من الناتج الزراعي ويُحسب بقسمة الناتج الزراعي في المنطقة المدروسة على مساحة الأرض الزراعية في هذه المنطقة، ويفيد هذا المقياس في الكشف عن إنتاجية المناطق المختلفة في القطر لمقارنتها ببعضها.

5. إنتاجية وحدة النقود في المشروع الزراعي ويُحسب بقسمة الناتج الزراعي الإجمالي على مجموع التكاليف الزراعية.

6. عائد وحدة النقود في الإنتاج الزراعي ويُحسب بقسمة الناتج الزراعي الإجمالي على مجموع التكاليف الزراعية.

19.5.7 إنتاجية العمل الزراعي

تعتمد إنتاجية العمل في الزراعة على عوامل كثيرة منها قوة العامل ومهارته وحجم الإنتاج والوسائل المستخدمة في الإنتاج والظروف الطبيعية وغيرها.

1. حساب إنتاجية العمل الزراعي: تُقاس إنتاجية العمل إما بوحدات عينية أو نقدية. وتُحسب عيناً بقسمة عدد الوحدات المنتجة من الناتج على عدد وحدات الزمن لإنتاج الناتج:

$$E = \frac{Q}{T}$$

حيث أن:

E إنتاجية العمل.

Q عدد الوحدات المنتجة.

T وحدات الزمن المنفقة لإنتاج الناتج.

وإذا استخدمت المقاييس النقدية فإن إنتاجية العمل تُقاس بقيمة الناتج الزراعي الإجمالي ومكوناته المختلفة (بالأسعار الثابتة) محسوبة بالنسبة لكل شخص/يوم أو شخص/ساعة، أو بالناتج الإجمالي بالنسبة لكل عامل.

2. تغير إنتاجية العمل الزراعي: يُقاس تغير إنتاجية العمل الزراعي باستخدام الأرقام القياسية.

وهي ثلاثة أنواع عينية وجهدية ونقدية، ولعل أهم الأرقام التي يمكن حسابها في هذا المجال ما يلي:

أ) الرقم القياسي الفردي المتوسط وهو الرقم القياسي المحسوب لإنتاجية العمل لناتج واحد في مشاريع متعددة، ولحساب هذا الرقم يتم القيام أولاً بحساب متوسط الإنتاجية في المشاريع المختلفة وكالتالي:

$$\overline{E} = \frac{\sum ET}{\sum T} * 100$$

حيث أن E تشير إلى متوسط الإنتاجية T إلى وقت العمل في كل مشروع بالنسبة لإنتاج الناتج الواحد المدروس. ومن ثم يُحسب الرقم القياسي المتوسط باستخدام الصيغة:

$$I = \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}_o} * 100$$

حيث أن (I) تشير إلى الرقم القياسي المتوسط في السنة المقارنة (1) بالنسبة لسنة الأساس (0).

ب) الرقم القياسي العام المتوسط وهو الرقم المحسوب لمجموعة من المنتجات الزراعية بعد تحويلها إلى نوعية واحدة باستخدام الأسعار الثابتة أي أسعار إحدى السنوات، ولحساب هذا الرقم يتم استخراج أولاً متوسط الإنتاجية بوحدات نقدية في السنة المقارنة والسنة الأساس:

$$\overline{E}_1 = \frac{\sum Q_1 P}{\sum T_1}, \qquad \overline{E}_o = \frac{\sum Q_o P}{\sum T_o}$$

حيث أن (P) تشير إلى السعر الثابت لكل منتج، ومن ثم تُستخدم الصيغة التالية لحساب الرقم القياسي العام المتوسط:

$$I = \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}_o} * 100$$

وهذا الرقم يظهر تغير الإنتاجية من ناحية والأهمية النسبية لإنفاق العمل على كل ناتج من ناحية أخرى.

ج) الرقم القياسي الموّحد لتغير إنتاجية العامل الزراعي، ويُحسب هذا الرقم باستخدام الصيغة التالية:

$$I = \frac{\sum E_1 N_o}{\sum E_o N_o} * 100$$

حيث أن (E) تشير إلى إنتاجية العامل الزراعي، أي كمية الناتج مقسوماً على عدد العمال المشتغلين في إنتاج الناتج وحيث أن (N_o) هو معدل عدد العمال لكل مجموعة في السنة الأساس.

مثال 14

البيانات بالجدول (19.6) التالي تمثل كميات إنتاج محصول الشعير والقمح والفاكهة (بالطن) ووقت العمل (شخص/يوم) في إحدى مزارع محافظة (منطقة) الجبل الأخضر بليبيا.

جدول (19 .6)

نوع الإنتاج / السنة	2004		2009	
	Q_o	T_o	Q_1	T_1
الشعير بالطن	30	20	32	16
القمح بالطن	20	16	40	20
الفاكهة بالطن	25	20	45	25
المجموع		56		61

والمطلوب حساب الأرقام القياسية البسيطة (الفردية) للحيازة المذكورة وحساب الرقم القياسي العام المتوسط مع العلم بأن سعر بيع الطن من الشعير والقمح والفاكهة هو 500،650، 550 دينار على الترتيب.

الحل

يتم تكوين الجدول (19.7) الخاص بالأرقام القياسية البسيطة وكالتالي:

جدول رقم (19.7)

نوع الإنتاج	$E_o = \frac{Q_o}{T_o}$	$E_1 = \frac{Q_1}{T_1}$	$I = \frac{E_1}{E_o}$	$Q_o P$	$Q_1 P$
الشعير	1.50	2.00	1.33	16500	17600
القمح	1.25	2.00	1.60	13000	26000
الفاكهة	1.25	1.80	1.44	12500	22500
المجموع				42000	66100

يلاحظ من الجدول أن الصف الرابع يوضح الأرقام القياسية البسيطة للأسعار وللحصول على الرقم القياسي العام يتم استخدام العلاقة التالية:

$$\overline{E}_o = \frac{\sum Q_o P}{\sum T_o} = \frac{42000}{56} = 750$$

$$\overline{E}_1 = \frac{\sum Q_1 P}{\sum T_1} = \frac{66100}{61} = 1083.6$$

$$I = \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}_o} * 100 = \frac{1083.6}{750} * 100 = 144.5\%$$

أي أن إنتاجية العمل قد ازدادت بنسبة 144.5% بسبب تغير إنتاجية العمل من ناحية، وتغير الأهمية النسبية لكل ناتج من ناحية أخرى.

مثال 15

بافتراض أن بيانات الجدول رقم (19.8) تمثل الإنتاج الزراعي بالمليون دينار ومعدل عدد العمالة المشتغلة بالألف عامل بقطاع الزراعة بليبيا حسب كل نشاط في عامي 2002 و2007.

جدول رقم (19.8)

السنة / نوع الإنتاج	2002		2007	
	Q_o	N_o	Q_1	N_1
الإنتاج النباتي	250840	82	279610	85
الإنتاج الحيواني	989915	148	1306760	155
المجموع	1240755	220	1586370	240

أوجد

1. معدل إنتاجية العامل الواحد خلال السنتين المذكورتين.

2. الرقم القياسي لتغير إنتاجية عنصر العمل.

الحل

1. يتم استخراج إنتاجية العامل الزراعي بقسمة كمية الناتج على عدد العمال في سنة المقارنة وسنة الأساس، ثم تُرجح الإنتاجية بعدد العمال في سنة الأساس (N_o) وذلك كما هو مبين في الجدول (19.9) التالي:

جدول (19.9)

نوع الناتج	$E_o = \frac{Q_o}{N_o}$	$E_1 = \frac{Q_1}{N_1}$	N_o	E_oN_o	E_1N_o
الإنتاج النباتي	3059.0	3289.5	82	250838	269739
الإنتاج الحيواني	6688.6	8430.7	148	989913	1247744
المجموع	6539.8	6609.9	220	1240751	1517483

$$I = \frac{\sum E_1 N_o}{\sum E_o N_o} * 100 = \frac{1517483}{1240751} * 100 = 122.3\%$$

أي أن إنتاجية العامل الواحد المزرعي قد ازدادت بنسبة 23.3% (122.3% - 100%).والذي يمكن ملاحظته أيضاً أن $\sum E_o N_o$ الموضحة بالعمود الرابع من الجدول (19.9) تساوي تقريباً $\sum Q_o$ الموضحة بالعمود الأول من الجدول (19.8)

19.5.8 المقاييس الإحصائية للأراضي الزراعية

تتعدد المقاييس الإحصائية للأراضي الزراعية المستغلة والمستصلحة ومن هذه المقاييس ما يلي:

أولاً: مقاييس مساحة الأراضي المستغلة

1. مساحة الأراضي المستغلة كل عام، لكل نوع من الأراضي أو المجموع وتُحسب بالهكتارات.

2. نسبة الزيادة السنوية لكل نوع من أنواع الأراضي أو للمجموع وتُحسب كما يلي:

$$\text{نسبة الزيادة السنوية} = \frac{\text{المساحة المستغلة في السنة الحالية} - \text{المساحة في السنة السابقة}}{\text{المساحة في السنة السابقة}}$$

3. قياس التغير في المساحة المستغلة في السنة المدروسة بالنسبة لسنة أساس سابقة ويُحسب كما يلي:

$$I = \frac{L_1}{L_o} * 100$$

حيث أن:

I الرقم القياسي للمساحة المستغلة.

L_1 المساحة في السنة المقارنة أو المدروسة.

L_o المساحة في السنة الأساس.

ثانياً: مقاييس إنتاجية الأراضي المستغلة

1. معدل الإنتاجية وهو كمية الناتج الإجمالي للأرض منسوباً إلى مساحتها $(E = Q/L)$.

2. نسبة الكفاءة الإنتاجية وهي النسبة المئوية لمعدل الإنتاجية الفعلي إلى معدل الإنتاجية القياسي، أي أن:

$$\text{نسبة الكفاءة الإنتاجية} = \frac{\text{معدل الإنتاجية القياسي}}{\text{معدل الإنتاجية الفعلي}} * 100$$

3. الرقم القياسي الفردي للإنتاجية وهو يحسب للناتج الواحد وصيغته:

$$I = \frac{E_1}{E_o} * 100$$

حيث أن:

I الرقم القياسي الفردي للإنتاجية.

E_1 معدل الإنتاجية في السنة المقارنة.

E_o معدل الإنتاجية في السنة الأساس.

4. الرقم القياسي العام المتوسط للإنتاجية وهو الرقم المحسوب لمجموعة المنتجات المتشابهة كالحبوب أو البقول وغيرها. ويحسب هذا الرقم باستخدام الصيغة:

$$I = \frac{E_1}{E_o} * 100$$

حيث أن:

$$E_1 = \frac{\sum E_1 L_1}{\sum L_1}, \quad \mathrm{E}_o = \frac{\sum E_o L_o}{\sum L_o}$$

وحيث أن E_o و E_1 هما متوسط الإنتاجية في السنتين الأساس والمقارنة وهذا الرقم يظهر التغيرات التي تحصل بسبب عاملين هما تغير الإنتاجية والمساحة المزروعة.

مثال 16

الجدول (19.10) يوضح المساحة والإنتاج للخضراوات والبقوليات في ليبيا خلال السنوات 1995، 2000، 2005.

جدول رقم (19.10)

نوع الإنتاج / السنوات	الخضراوات		البقوليات		المجموع	
	المساحة بالألف هكتار	الإنتاج بالألف طن	المساحة بالألف هكتار	الإنتاج بالألف طن	المساحة بالألف هكتار	الإنتاج بالألف طن
1995	38	1183	25	50	63	1233
2000	42	1226	28	60	70	1286
2005	48	1254	30	70	78	1332

المطلوب

1. حساب الأرقام القياسية البسيطة معتبراً سنة 1995 كسنة أساس.
2. حساب الرقم القياسي العام المتوسط باعتبار سنة 1995 كسنة أساس.

الحل

قبل التطرق لكيفية حساب الأرقام القياسية البسيطة، فانه يتم حساب متوسط الإنتاج أو الإنتاجية لكل من الخضروات والبقوليات، فعلي سبيل المثال متوسط الإنتاج أو الإنتاجية

للخضروات لسنة 1995 يتم الحصول علية من قسمة الإنتاج(1183) على المساحة المزروعة 38 وتساوي 31.13، في حين متوسط الإنتاج للبقوليات لنفس السنة يساوي 2 وهو تم الحصول علية من قسمة الإنتاج(50) على المساحة المزروعة (25) ، بينما بلغ متوسط إجمالي الإنتاج لكل من الخضراوات والبقوليات لسنة 1995 فقد بلغ 19.57 حيث تم الحصول علية من قسمة إجمالي الإنتاج لتلك السنة (1233) على إجمالي المساحة المزروعة (63).

أما عن حساب الأرقام القياسية البسيطة (الفردية) باستخدام الصيغة $I=\left(\frac{E_1}{E_o}\right)*100$، حيث أن $E=\frac{Q}{L}$ وذلك لكل محصول باعتبار سنة 1995 كسنة أساس، ويتم توضيح ذلك في العمودين الخامس والسادس من الجدول التالي:

جدول رقم (9.11)

السنوات	معدل الإنتاجية		الرقم القياسي		المجموع		$\bar{E}=\frac{\sum EL}{\sum L}$	$I=\left(\frac{E_1}{E_o}\right)*100$
	الخضراوات	البقوليات	الخضراوات	البقوليات	$\sum L$	$\sum EL$		
1995	31.13	2.00	100.00	100.00	63	1233	19.57	100.00
2000	29.19	2.14	93.77	107.00	70	1286	18.37	93.87
2005	26.13	2.33	83.94	116.50	78	1332	17.08	87.28

كما يظهر الرقم القياسي العام المتوسط في العمود الأخير من الجدول، حيث بلغ الرقم القياسي العام المتوسط لسنة 2000 بنحو 93.87 والذي تم الحصول عليه من $\left(\frac{18.37}{19.57}\right)$ 100، أما قيمة هذا الرقم لسنة 2005 فقد تم الحصول عليه من $\left(\frac{17.08}{19.57}\right)$ 100 .

19.5.9 المقاييس الإحصائية لعدد الحيوانات

إن أهم المقاييس الإحصائية التي تحسب لعدد الحيوانات هي المعدلات الشهرية والسنوية:

1. المعدل الشهري لعدد الحيوانات ويُحسب عند توفر المعلومات في بداية ونهاية كل شهر كما يلي:

$$\text{المعدل الشهري لعدد الحيوانات} = \frac{\text{العدد في بداية الشهر} + \text{العدد في نهاية الشهر}}{2}$$

2. المعدل السنوي لعدد الحيوانات ويُحسب من المعدلات الشهرية لعدد الحيوانات كما يلي:

$$\text{المعدل السنوي لعدد الحيوانات} = \frac{\text{مجموع المعادلات الشهرية}}{12}$$

19.5.10 المقاييس الإحصائية لتكاثر الحيوانات

إن أهم المقاييس الإحصائية التي يمكن حسابها لتكاثر الحيوانات هي:

1. نسبة الإناث أو نسبة الإناث اللاتي بسن الحمل في القطيع، وهذه النسبة تبين إمكانية التزايد في القطيع:

$$\text{نسبة الإناث في القطيع} = \frac{\text{عدد الإناث}}{\text{المجموع}} * 100$$

2. نسبة الإناث لكل رأس من الذكور وتفيد هذه النسبة في التعرف على إمكانية التكاثر في القطيع:

$$\text{نسبة الإناث لكل رأس من الذكور} = \frac{\text{عدد الإناث}}{\text{عدد الذكور}} * 100$$

3. نسبة استخدام الإناث وتُحسب كما يلي:

$$\text{نسبة استخدام الإناث} = \frac{\text{عدد الحوامل}}{\text{عدد الإناث في سن الحمل}} * 100$$

4. نسبة الذبح ونسبة النفوق وتحُسبان كما يلي:

$$\text{نسبة الذبح} = \frac{\text{عدد الرؤوس المذبوحة} + \text{العدد المباع للذبح}}{\text{معدل العدد السنوي}} * 100$$

$$\text{نسبة النفوق} = \frac{\text{عدد النفوق}}{\text{معدل العدد السنوي}} * 100$$

19.5.11 الأجور في الزراعة

الأجور هي جميع المدفوعات النقدية أو العينية أو كليهما لجميع العمال المشتغلين وغير المشتغلين عن وقت العمل. ولدراسة مكونات الأجور، تصنف في تصنيفات مختلفة، كالتصنيف حسب فئات العمال. أو احسب ساعات العمل الاعتيادية أو الإضافية ... الخ.

أ) مستوى الأجور

يُعبر عن مستوى الأجور بمعدلاتها، حيث تُحسب هذه المعدلات لكل مجموعة من العمال أو كل مهنة، للساعة واليوم والشهر، والتي تختلف من حيث محتواها نظراً لاختلاف هذه المقاييس، إن أهم معدلات الأجور التي يمكن حسابها هي كما يلي:

1. معدل الأجور الشهرية: ويُحسب بقسمة مجموع الأجور الشهرية على المعدل اليومي لعدد

العمال المسجلين خلال الشهر.

2. معدل الأجور اليومية: ويُستخرج بقسمة مجموع الأجور الزراعية على عدد أيام العمل الفعلية.

3. معدل الأجور في الساعة: ويُحسب بقسمة مجموع الأجور على عدد ساعات العمل الفعلية للعمل. ويلاحظ أن هذا المقياس لا يتضمن أي جزء ضائع من وقت العمل.

ب) تغير الأجور

تتغير الأجور في الزراعة من فترة لأخرى لأسباب مختلفة. ويمكن قياس هذا التغير باستخدام أحد الأرقام القياسية التالية:

1. الرقم القياسي المتوسط: ويُحسب بقسمة المعدل العام للأجر الزراعي في السنة المقارنة إلى العام للأجر في السنة الأساس، أي حسب الصيغة التالية:

$$I = \frac{\overline{W}_1}{\overline{W}_o} * 100$$

حيث أن:

$$\overline{W}_o = \frac{\sum W_o N_o}{\sum N_o}, \qquad \overline{W}_1 = \frac{\sum W_1 N_1}{\sum N_1}$$

حيث أن (W) تشير إلى الأجر الزراعي، ويظهر هذا الرقم تغير معدلات الأجور وتغير الأهمية النسبية لفئات العمال.

2. الرقم القياسي الموحد: ويُحسب بقسمة معدل الأجر في السنة المقارنة على معدل الأجر في

السنة الأساس، مع ترجيح معدلات الأجر المذكورة بعدد العمال في السنة المقارنة (صيغة باشي)، أي حسب الصيغة التالية:

$$I = \left(\frac{\sum W_1 N_1}{\sum N_1} \div \frac{\sum W_o N_1}{\sum N_1} \right) * 100$$

$$= \frac{\sum W_1 N_1}{\sum \mathrm{W_o N_1}} * 100$$

تجدر الإشارة إلى أن هذا الرقم يعكس تغير معدلات الأجر فقط، حيث يفترض أن عدد العمال ليس متفاوتاً في السنتين المقارنة والأساس لدرجة كبيرة.

19.6 سادساً: إحصائيات التعليم[1]

19.6.1 أهمية إحصاءات التعليم

يتصف النظام التعليمي عادة بدرجة كبيرة من التعقيد، بحيث لا يوجد بيان إحصائي وحيد يمكن أن يصف هذا النظام أو ذاك. فنظام التعليم له مكوناته الكثيرة من أهداف وتلاميذ ومدرسين وكتب ومناهج وإدارة وتمويل، فالعمليات الإحصائية التي يتم إجراءها* بين الحين والآخر تُساعد في التنبؤ بالمشاكل التي قد تواجه هذا القطاع في المستقبل، ويؤكد إجراء هذه

---

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 267- 282.

* يُقصد بالعمليات الإحصائية هي جمع البيانات والمعلومات ثم تصنيفها وتبويبها وتحليلها واستخلاص نتائجها، وتُشكل المؤسسات التعليمية المصدر لأغلب البيانات الإحصائية.

العمليات الإحصائية الاعتبارات التالية:

1. إن معظم الدول تصرف مبالغ كبيرة على التعليم.

2. إن تحقيق أهداف المجتمع في رفع المستوى التعليمي يتطلب باستمرار توفير بيانات عن العوامل المؤثرة في العملية التعليمية، كأوضاع المعلمين ومرتباتهم ومستوياتهم العلمية والمباني التعليمية وغير ذلك من البيانات.

3. إن برنامج الوسع التعليمي من إنشاء مباني جديدة وصيانة للمباني الحالية يتطلب مبالغ وتقديرات عن النمو السكاني والتعليمي.

4. إن سوق العمل واحتياجه لنوعية معينة من الخريجين، يتطلب توفير بيانات عن أعداد الخريجين وتخصصاتهم ومستوياتهم العلمية.

لذلك فإن الإحصائيات التعليمية، حصراً وتصنيفاً وتحليلاً ليست هدفاً في حد ذاتها وإنما هي أداة رجال التعليم في وضع الخطط وتحديد الأولويات أو اتخاذ القرارات. وقد يرجع نجاح الخطط أو صواب اتخاذ القرار في أغلب الأحيان إلى نوعية البيانات الإحصائية المتحصل عليها من حيث دقتها ودرجة صدقها وكفاءة تحليلها واستخلاص النتائج منها.

19.6.2 إحصاءات مؤسسات التعليم

يُقصد بالمؤسسة التعليمية كل تنظيم يُدار من قبل الدولة أو الأفراد يستهدف مساعدة الفرد على اكتساب مهارات أو معارف أو خبرات، ويقوم بالعمل فيه معلمون، ويحضره متعلمون بصورة

منتظمة. وتتنوع إحصاءات مؤسسات التعليم وفقاً لدرجة شمول أو تعقيد النظام التعليمي، إلا أنه عادة ما تظهر هذه الإحصاءات وفقاً للتقسيمات التالية:

1. تبعية المؤسسة: مدارس تتبع الدولة، خاصة،... الخ.
2. نوع المؤسسة: ابتدائية، إعدادية، ثانوية، جامعة، مركز تدريب متوسط أو عالي.
3. جنس المؤسسة: ذكور، إناث، مشترك.
4. نوع التخصص: عام، فني، زراعي، صناعي، تجاري.
5. طبيعة الدوام: نهاري، داخلي، دوام واحد، دوامين... الخ.
6. الموقع: ريف، حضر.

ومن الطبيعي أن تتضمن الإحصاءات ارتباطات لأكثر من عامل.

19.6.3 إحصاءات التلاميذ

تصنف الإحصاءات الخاصة بالتلاميذ عادة وفقاً للتقسيمات التالية:

1. تبعية التعليم: عام، خاص، ... الخ.
2. نوع المرحلة: ابتدائية، إعدادية، نوع الثانوية التخصصية، ... الخ.
3. الجنس: ذكور، إناث.
4. نوع التخصص للدبلوم: عام، زراعي، تجاري، ... الخ.
5. الصف: أول، ثاني، ... الخ.

6. السن: 6، 7، 8، ... الخ.

7. القيد: منقول، معيد، محول.

8. الجنسية: مواطنون، غير مواطنين.

9. نوع الدوام: نهاري، مسائي، كل الوقت، بعض الوقت.

ومن الطبيعي أن تتضمن هذه الإحصاءات ارتباطات لأكثر من عامل.

19.6.4 إحصاءات القوى العاملة في التعليم

تشمل هذه الإحصاءات عادة نوعين من البيانات:

أ) بيانات عن المعلمين: وتُصنف إحصاءاتهم وفقاً للتقسيمات التالية:

1. نوع المؤسسة.

2. تبعية التعليم.

3. نوع المرحلة.

4. الجنس.

5. الجنسية.

6. المؤهل.

7. التخصص.

8. السن.

9. سنوات الخدمة.

ب) بيانات عن العاملين الإداريين والفنيين: وتُصنف إحصاءاتهم غالباً وفقاً للتقسيمات التالية:

1. الوظيفة.

2. نوع المؤهل.

3. سنوات الخدمة.

4. الجنسية.

19.6.5 إحصاءات المباني المدرسية

تُصنف هذه الإحصاءات طبقاً للتقسيمات التالية:

1. عائدية المبنى: ملك للدولة، إيجار.

2. حالة المبنى: من حيث

أ) العمر.

ب) نوع البناء.

ج) الصلاحية.

د) توفير الخدمات (قاعات، مختبرات، مكتبات، ... الخ).

3 . سعة المبنى: من حيث: عدد الطلاب وعدد الفصول.

19.6.6 إحصاءات التكاليف والتمويل

تشمل هذه الإحصاءات عادة ما يلي:

1. تقدير ميزانيات قطاع التعليم.
2. توزيع الميزانيات على مراحل التعليم.
3. توزيع الميزانيات وفقاً لبنود الصرف.
4. توزيع الميزانيات وفقاً لمصادر التمويل المختلفة.

19.6.7 التحليل الكمي للتعليم

تقتصر وظيفة الإحصاءات الوصفية على وصف النظام التعليمي من حيث حجمه، وتوزيع فرصه، وبعد إعداد هذه الإحصاءات يقوم الإحصائي التربوي عادة بتحليلها وبيان دلالاتها الكمية والنوعية. والتحليل الإحصائي لأي نظام للتعليم يعني النظر إليه من خلال البيانات الإحصائية، من حيث درجة النمو في النظام، أو نوع التوازن فيه (بين الذكور والإناث، أو بين الريف والحضر، أو بين الأعمار المختلفة)، أو من حيث قدرة النظام على تحقيق أهدافه (الاستيعاب الكامل، أو تحقيق تكافؤ الفرص، أو تنمية التعليم العلمي أو الفني)، أو من حيث كفاءة أو فعاليته، ويشمل هذا النظر للبيانات الإحصائية نوعين من التحليل: التحليل الكمي والتحليل النوعي.

يعني التحليل الكمي استخلاص الدلالات المباشرة من الإحصاءات التعليمية الخاصة

بنمو التعليم وأعداد المقبولين أو المقيدين فيه.

أ) معدل النمو Rates of Growth

يُقصد بمعدل النمو النسبة المئوية للزيادة في أعداد التلاميذ بين سنة وأخرى ولما كانت هذه النسبة تختلف عادة من سنة إلى أخرى فيحسن أخذ متوسط نسب النمو لعدد السنين السابقة ويمكن استخدام أحد المعادلات الثلاث التالية لاستخلاص معدل النمو:

$$N_t = N_o(1 - zt)$$
$$N_t = N_o(1 + z)^t$$
$$N_t = N_o\, e^{zt}$$

حيث:

N_t = عدد المسجلين في السنة (i).

N_o = عدد المسجلين في سنة الأساس (o).

z = معدل الزيادة السنوية في المسجلين.

t = عدد السنوات.

e = (2،71828)

بتطبيق أحد هذه المعادلات يمكن تحديد معدل النمو (الزيادة) في أعداد المقبولين الذكور أو الإناث، في الريف أو الحضر، أو بالنسبة لأنواع التعليم المختلفة أو التخصصات المختلفة.

ب) معدل القيد المدرسي أو التسجيل الخام Crude Enrolment Rates

إن النظر إلى النمو المطلق أو النسبي في أعداد المسجلين لا يعطي صورة دقيقة عن قدرة النظام التعليمي على استيعاب السكان الذين هم في عمر الذهاب إلى المدرسة، أو على إعطائهم فرصاً متكافئة للتعليم، ولذلك يُستخدم عادة ما نسميه معدلات القيد أو الحضور المدرسي أو معدلات التسجيل، ويُقصد بمعدل القيد أو الحضور المدرسي عدد التلاميذ المقيدين بالمدرسة – في مرحلة تعليمية معينة، منسوبين إلى السكان الذين في العمر المدرسي الذي يتفق معها، ويُعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$n = \frac{N}{P(6-11)} * 100$$

حيث:

n = معدل القيد المدرسي أو التسجيل الخام .

N = عدد التلاميذ المسجلين في التعليم الابتدائي.

P(6-11) = عدد السكان في الفئة العمرية (6-11) سنة أي أن هذه الفئة العمرية هي من المفترض أن تكون بالمدارس للدراسة بالمرحلة الابتدائية.

19.6.8 معدل القيد الصافي Net Enrolment Rate

يُحسب هذا المعدل بقسمة عدد التلاميذ المسجلين في المرحلة التعليمية في السن المقابل لها (6-11) فقط (في حالة التعليم الابتدائي مثلاً) على عدد السكان في فئة السن المذكورة:

$$n = \frac{N(6-11)}{P(6-11)} * 100$$

ويمكن حساب هذا المعدل بسهولة في حالة وجود جداول إحصائية لتوزيع المقيدين في التعليم حسب السن. ويلاحظ أن المعدل الصافي يساوي تقريباً المعدل الإجمالي إذا كانت أعداد التلاميذ التي تزيد أو تقل عن سن المرحلة قليلة أو يمكن إهمالها.

19.6.9 معدل القيد لمتوسط العمر المدرسي

Average School Age Enrolment Rate

لتقدير هذا المعدل يتم أولاً تقدير المدى العمري Age Span لتلاميذ المرحلة بحساب متوسط أعمار التلاميذ في الصف الأول ومتوسط أعمارهم في الصف الأخير، ومن ثم يتم تنسيب عدد التلاميذ المسجلين في المرحلة إلى عدد السكان في المدى العمري للمرحلة:

$$n(a.s) = \frac{N}{P(a.s)} * 100$$

حيث P (a.s) تشير إلى عدد السكان في المدى العمري للمرحلة، ويمكن تقدير معدل القيد في كل عمر أحادي بتقدير متوسط أعمار التلاميذ في كل صف، ومن ثم قسمة عدد التلاميذ المسجلين في الصف إلى عدد السكان في السن المقابل لمتوسط العمر في الصف. وتستخدم هذه المعدلات في بناء الهرم السكاني والتعليمي.

19.6.10 التحليل النوعي للتعليم

يقوم هذا التحليل على استخدام البيانات الإحصائية التربوية بقصد استخلاص بعض المؤشرات التي يمكن من خلالها الحكم على نوع التعليم المقدم. ومن المعلوم أن جودة التعليم تُقاس بمدى استجابة التلميذ المقدم له للأهداف المرجوة من التعليم. وفيما يلي أهم المؤشرات التي يمكن استخدامها في الحكم على نوعية التعليم.

19.6.11 كثافة الفصل

تُقاس كثافة الفصل في مرحلة تعليمية بمتوسط عدد التلاميذ في الفصل الواحد في هذه المرحلة:

$$\text{كثافة الفصل في مرحلة معينة} \frac{\text{عدد التلاميذ المسجلين في هذه المرحلة}}{\text{عدد الفصول في هذه المرحلة}}$$

بصورة عامة يمكن القول بأنه توجد علاقة عكسية بين كثافة الفصل في مرحلة تعليمية معينة ومستوى كفاءة التعليم في هذه المرحلة.

أ) نصاب المدرس الأسبوعي

هو عبارة عن عدد الساعات المقرر أن يدرسها المدرس في الأسبوع.

$$\text{نصاب المدرس الأسبوعي} \left(\text{في مرحلة معينة}\right) = \frac{\text{عدد الساعات الأسبوعية المقررة في هذه المرحلة}}{\text{عدد المدرسين العاملين في هذه المرحلة}}$$

من المعلوم أنه كلما قل نصاب المدرس الأسبوعي كلما زادت فرصة عناية المدرس بتلاميذه. وبالتالي زادت احتمالات رفع كفاءة التعليم.

ب) نصيب المدرس من التلاميذ

يُقدر بقسمة عدد التلاميذ على عدد المدرسين القائمين بالتعليم فعلاً في نفس المرحلة، ويمكن القول أنه كلما قل نصيب المدرس من تلاميذ كلما ازدادت إمكانات رفع كفاءة التعليم. ويُستخدم هذا المعدل بوجه عام في تقدير الحاجات إلى مدرسين.

ج) معدل النجاح بالصف Success Rate

يُحسب هذا المعدل بقسمة عدد التلاميذ الناجحين في صف ما على عدد التلاميذ المسجلين في نفس الصف.

د) معدل الرسوب أو الباقين للإعادة Repletion Rate

هو عبارة عن عدد التلاميذ الذين يعيدون صفهم مقسوماً على عدد التلاميذ المسجلين في نفس الصف في السنة السابقة.

ه) معدل الاستبقاء أو النجاة Retention Rate

عندما لا تتوفر بيانات عن توزيع المسجلين في الصفوف المختلفة بين المنقولين (ناجحين) أو معيدين (راسبين)، فيمكن استخدام معدل الاستبقاء للتعبير عن معدل النجاح، ويُسمى في هذه الحالة معدل النجاح الظاهري. وهذا المعدل هو عبارة عن عدد التلاميذ المسجلين في صف ما في سنة معينة مقسوماً على عدد التلاميذ المسجلين في الصف الأدنى في السنة السابقة. كما يمكن أن يُحسب هذا المعدل لمرحلة تعليمية بقسمة عدد التلاميذ الذين أكملوا دراستهم في مرحلة معينة على عدد التلاميذ المقبولين في الصف الأول للمرحلة.

و) معدل الإهدار أو الفاقد Wastage Rate

يُقصد بالإهدار التربوي حالات الرسوب والتسرب لدى الطلبة والتي تؤدى إلى الاختلال في التوازن بين مدخلات التعليم ومخرجاته، ويُحسب معدل الإهدار في صف ما بقسمة عدد التلاميذ الذين يبقون للإعادة في الصف أو يتسربون منه خلال العام الدراسي على عدد المسجلين في هذا الصف في نفس العام.

19.6.12 الكفاءة الداخلية للتعليم[1]

يُقصد بالكفاءة الداخلية للتعليم الجوانب التالية:

1. الكفاءة الكمية: وتعني قدرة الجهاز التعليمي على إنتاج أكبر عدد من الخريجين (المخرجات) بالنسبة لعدد الداخلين فيه (المدخلات).
2. الكفاءة النوعية: وتعني انطباق شروط الجودة على الخريج وفقاً للمواصفات الموضوعة له، وترتبط غالباً بعوامل غير كمية كأهداف التعليم ومناهج الدراسة.
3. الكفاءة الخاصة بالتكلفة: وتعني انخفاض تكلفة الخريج إلى أدنى مستوى ممكن دون أن يؤثر ذلك على نوعيته.

إن دراسة الكفاءة الداخلية الكمية للتعليم مهمة لأنها ترتبط بمعدلات النجاح والرسوب

[1] لمعرفة المزيد حول كيفية قياس الكفاءة الداخلية للتعليم أنظر أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص282 - 286.

والتسرب، أي ترتبط بالعوامل التي تؤثر على قدرة الجهاز التعليمي على تخريج الداخلين فيه من حيث العدد والمدة.

19.6.13 موازين القوى البشرية المؤهلة

إن الوصول إلى قرارات بشأن تنمية الموارد البشرية عن طريق التعليم والتدريب يتطلب إقامة موازين بين الطلب على قوة العمل المؤهلة كما تحدده الأوضاع الاقتصادية والاجتماعية القائمة وخطط تنميتها في المستقبل. وبين عرض قوة العمل كما تطرحه إمكانات التعليم والتدريب الحاضرة وإسقاطات نموها في المستقبل. وإسقاطات عرض قوة العمل المؤهلة تقوم أساساً على العمليات التالية:

1. تقدير المخزون من القوى العاملة في الفئات الوظيفية المختلفة موزعة تبعاً لمستوياتها التعليمية المقابلة. ويتم تقدير هذا المخزون من تحليل بيانات التعداد العام للسكان أو بيانات إحصاء القوى العاملة عن طريق العينة.
2. تقدير الداخلين إلى قوة العمل من أجهزة التعليم والتدريب المختلفة وفقاً لأساليب الإسقاط التي سبق شرحها، أي تقدير الخريجين الداخلين إلى قوة العمل.
3. تقدير الخارجين من سوق العمل في الفئات الوظيفية نتيجة للوفاة أو ترك الخدمة أو الهجرة أو غيرها من العوامل.

في ضوء موازنات القوى البشرية المؤهلة سواء تمت بمستوى إجمالي أو على مستوى المهنة الواحدة

يمكن وضع الخطط التعليمية التي تستطيع خلال سنوات الخطة تحقيق التوازن بين العرض والطلب. أو بمعنى آخر اتخاذ القرارات التي تجعل من أجهزة التعليم والتدريب أداة قادرة على مواجهة الحاجات إلى القوى البشرية التي تتطلبها خطط التنمية الاقتصادية والاجتماعية، ويمكن تحديد خطوات وضع هذه الخطط فيما يلي:

أ) تحديد أعداد الخريجين

عند تحديد أعداد الخريجين الذين يجب تخريجهم للوفاء بحاجات المجتمع إلى قوى عاملة مؤهلة يجب أن تأخذ بالاعتبار ما يلي:

1. ليس جميع الخريجين من مرحلة تعليمية معينة يدخلون قوة العمل في مراكز العمل المقابلة لهذه المرحلة، بحيث أن البعض يواصل دراسته في مراحل تالية، وأن البعض الآخر يبقى خارج قوة العمل لعوامل مختلفة كالزواج أو الهجرة أو الوفاة أو غير ذلك من العوامل.
2. في كثير من الحالات يحتاج الخريج إلى فترة إعداد قبل دخوله سوق العمل، ولا يمكن سد حاجة المجتمع إلى القوى العاملة قبل مضي فترة الإعداد المذكورة التي تختلف حسب نوع المهنة أو الاختصاص.

يمكن استخدام المعادلة التالية لتحديد عدد الخريجين الذين يجب تخريجهم لسد حاجة المجتمع من القوى العاملة المؤهلة.

$$Y = X\left(\frac{1}{1-(U=V)}\right)\left(\frac{1}{1\text{-}Z}\right)$$

حيث أن:

Y = عدد الخريجين الذين يجب تخريجهم في مرحلة تعليمية معينة.

X = حاجة المجتمع إلى هؤلاء الخريجين خلال سنوات الخطة.

U = نسبة الخريجين الذين يواصلون تعليمهم في مرحلة تالية.

V = نسبة الخريجين الذين لا يدخلون سوق العمل بسبب عوامل مختلفة.

Z = نسبة الخريجين الذين يدخلون سوق العمل ثم يتركون لأسباب مختلفة.

لما كانت الزيادة المطلوب تخرجها (Y) لا يمكن توزيعها مباشرة على سنوات الخطة الاقتصادية والاجتماعية، حيث أن عدد الخريجين في السنوات الأولى قد تم تحديده سلفاً بأعداد المسجلين في الدراسة، وقد تم إدخاله في إسقاطات المعروض من قوة العمل من النظام التعليمي عند إعداد الموازنة البشرية، فإن عدد المطلوب تخريجه سنوياً يجب أن يتم بقسمة عدد الخريجين المطلوبين على مدة الخطة مطروحاً منها مدة الدراسة بالمرحلة التعليمية.

ب) تقدير التوسع في أعداد المسجلين

باستخدام التقديرات الخاصة بأعداد المطلوب تخريجهم سنوياً لتحقيق التوازن بين العرض والطلب في قوة العمل، يمكن حساب أعداد المطلوب قبولهم وتسجيلهم في المرحلة التعليمية بإجراء استكمال داخلي، وذلك بتطبيق معدلات التدفق (النجاح والرسوب والتسرب).

ج) حساب تكاليف التعليم

"يمكن النظر إلى تخطيط التعليم من منظور التوسع التعليمي وتحسين الإمكانات التربوية المتاحة بما يتيح لأكبر عدد من المواطنين الاستفادة من فرص التعليم وفقاً للأهداف التربوية أو الثقافية التي تحددها الدولة أو المجتمع، ومن الواضح أن النظرة للتعليم من هذا المنطلق تكون نظرة استهلاكية باعتباره خدمة تقدمها الدولة لمواطنيها أو سلعة من حق كل فرد في المجتمع أن يحصل عليها ضمن إطار قدراته وإمكاناته من جهة، وقدرات المجتمع وإمكاناته على تقديمها من جهة أخرى.

كما يمكن النظر إلى تخطيط التعليم من منطلق تمكين التعليم من تلبية حاجات المجتمع إلى قوة عاملة. ويعتبر التعليم هنا عملية إنتاجية شأنها في ذلك شأن الاستثمارات الأخرى. ويتمثل عائد الاستثمار في الدخول المستقبلية للأفراد الذين سوف يتخرجون من المراحل التعليمية ويدخلون قوة العمل.

مهما كانت النظرة إلى التعليم، فإن تخطيطه يرافق بتكاليف مالية يجب أن تدرس بعناية وتخطط بغية تجنب الإهدار وحتى يصل العائد إلى نهايته العظمى. وتتضمن تكاليف التعليم عادة نوعين من النفقات: النفقات الجارية وتعود مباشرة إلى السنوات التي تم إجراء الصرف خلالها، والنفقات الرأسمالية وتعود لعدد من السنوات المستقبلية وتقترن بمدة استعمال العناصر المكونة لها.

ويُدرج في قائمة تكاليف التعليم لسنة معينة جميع عناصر النفقات الجارية وأقساط اهتلاك النفقات الرأسمالية العائدة لهذه السنة، ولكي تحدد تكلفة الطالب في أنواع التعليم

المختلفة. يجب أن تعد قائمة تكاليف مستقلة لكل نوع من أنواع التعليم ولكل مرحلة من مراحله، وتُعد هذه القوائم عادة لعدد من السنوات بهدف معرفة تطور تكلفة الطالب وتحديد عناصر النمو والانكماش في هذه التكلفة"[1].

19.7: سابعاً: الإحصاءات التجارية[2]

تُعرف الإحصاءات التجارية عادة على أنها المعلومات العددية التي تصف حركة تبادل السلع الاقتصادية من بضائع وخدمات من إنتاج الوطن ومستوردة من العالم الخارجي خلال فترة محددة من الزمن، ومن هذا التعريف يمكن تقسيم الإحصاءات التجارية إلى قسمين:

أ. إحصاءات التجارة الخارجية.

ب. إحصاءات التجارة الداخلية.

19.7.1 تعريف إحصاءات التجارة الخارجية وفوائدها

تعرف إحصاءات التجارة الخارجية على أنها المعلومات العددية التي تصف حركة التبادل التجاري لدولة ما مع الدول الأخرى خلال فترة معينة من الزمن، ويمكن تحديد أهم الفوائد والاستعمالات لإحصاءات التجارة الخارجية كما يلي:

1. توضيح التغيرات في حجم وتركيب التجارة الخارجية والآثار الناتجة من التنمية على النشاط

---

[1] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 293- 294.

[2] أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، الإحصاء الاقتصادي، مرجع سبق ذكره، ص ص 235- 262.

الإنتاجي والاستهلاكي والاستثماري.

2. استعمالها من قبل الدولة ورجال الأعمال والتجار في رسم السياسة الاقتصادية للاستيراد والتصدير.

3. استخدامها في تقدير الحسابات القومية، وفي عمل الميزانية النقدية للدولة وإمكان معرفة العملات الأجنبية التي يمكن تحصيلها وكذلك التزامات الدولة أمام الدول الأجنبية.

4. استعمالها في رسم السياسة التموينية وفي رسم السياسة الإنتاجية، و كثيراً ما تتخذ الواردات كمدخل للتنمية الصناعية.

5. المساعدة في إنشاء الاتفاقيات التجارية بين الدول وفي إقامة الاتحادات الجمركية أو الأسواق المشتركة.

19.7.2 جمع البيانات وشمولها

تتناول التجارة الخارجية عدداً كبيراً من العمليات، وكل عملية منها تسجل عادة مرتين، الأولى في الدولة التي تصدر البضاعة، والثانية في الدولة التي تستقر بها البضاعة. ويتم تسجيل معلومات التجارة الخارجية على كشوف الاستيراد والتصدير والمرور (ترانزيت)، من قبل أصحاب العلاقة أو المخلصين الجمركيين، وأهم المعلومات التي تطلب في هذه الكشوف هي:

1. ميناء الشحن في حالة التصدير وميناء التفريغ في حالة الاستيراد.

2. تاريخ الشحن أو التفريغ.

3. اسم الصنف أي نوع السلعة.
4. ذكر الرتب إذا وجدت وطريقة الوزن أو الكيل أو الطول.
5. الكمية وتشمل عدد الوحدات وعدد الطرود.
6. قيمة البضاعة على ظهر الباخرة في حالة التصدير وقيمتها لدى وصولها في حالة الاستيراد.
7. البلد المصدرة إليه البضاعة أو المستوردة منه.

يقوم المسؤولون في دوائر الجمارك بتدقيق الكشوف ومطابقة المعلومات الواردة فيها علي الوثائق والمستندات التي يجب أن تُرفق بالكشوف مثل الفواتير وبوالص الشحن. ومن ثم ترسل الكشوف إلى دوائر الإحصاء لتقوم بتفريغ هذه المعلومات على بطاقات إحصائية يدوياً أو آلياً تمهيداً لنشر إحصاءات التجارة الخارجية. وتجدر الإشارة إلى أنه توجد مجموعة من البضائع والمواد التي تنتقل بين الدول إلا أنها قد لا تدخل في إحصاءات التجارة الخارجية لسبب أو لآخر. وأهم هذه المواد هي:

1. البضائع المهربة.
2. شراء وبيع الكهرباء والغاز ما بين المدن الواقعة على حدود الدول.
3. بعض الطرود البريدية، والسبائك الذهبية المستوردة لأغراض نقدية.
4. المنح والهدايا والإعانات ما بين الدول.
5. استيراد وتصدير الأغراض المنزلية (العفش) المنزلي.

19.7.3 مفاهيم أساسية لإعداد إحصاءات التجارة الخارجية

تُستخدم في إحصاءات التجارة الخارجية مجموعة من المصطلحات والتعاريف، تلعب دوراً كبيراً في تحديد قيمة وإطار هذه الإحصاءات، وأهمها:

أ. مفهوم القيمة فوب F.O.B والقيمة سيف .C.I.F والقيمة السوقية

يُقصد من كلمة فوب التعبير الأجنبي Free on Board Carrier أي أن القيمة المحددة تشمل قيمة البضائع وما يترتب عليها من ضرائب ومصاريف حتى وصولها إلى ظهر وسيلة الشحن، ومن هنا نجد أنه يمكن للقيمة فوب أن تأخذ معاني عدة:

1. قيمة البضائع واصلة إلى ظهر الناقلة التي تحملها من المصنع.

2. قيمة البضائع واصلة إلى مرفأ التصدير، ويُطلق على هذه الحالة فاس .F.A.S اختصاراً للتعبير الأجنبي Free Alongside Ship.

3. قيمة البضائع واصلة إلى مركز المؤسسة المصدرة.

أما القيمة سيف فهي اختصاراً للتعبير Freight، Insurance،Cost . أي أن القيمة المحددة تشمل تكاليف البضاعة وأقساط التأمين عليها وأجور نقلها حتى وصولها إلى مرفأ بلد المستورد.

يستخدم أيضاً مفهوم القيمة السوقية في البلد المصدر أو المستورد Market Value in Exporting or Importing country وطبقاً لهذا المفهوم تحدد قيم البضائع على أسعار السوق الفائدة في بلد التصدير أو الاستيراد. وقد تختلف هذه القيمة عن كل من

قيمة الفوب أو السيف خاصة إذا وجدت ضرائب على التصدير أو إعانات له.

كما تستخدم معظم دول العالم مفهوم القيمة فوب في مرفأ التصدير لتقويم الصادرات وهناك بعض الدول تستخدم بالإضافة إلى طريقة الفوب طريقة القيمة السوقية في تقويم الصادرات. أما قيمة الواردات فتحددها غالبية الدول على أساس القيمة سيف.

ب) بلد المقصد والمنشأ والشحن وجنسية البلد

يختلف مفهوم بلد المقصد والمنشأ من دولة الأخرى، وينعكس هذا الاختلاف على إحصاءات التجارة الخارجية، وبصورة عامة، يتبع من أجل تحديد بلد المقصد والمنشأ إحدى الطرائق الثلاث التالية:

1. طريقة مكان الإنتاج ومكان الاستهلاك، حيث تعتبر جميع البضائع مستوردة من مكان صنعها ومصدرة إلى مكان استهلاكها النهائي، وفي هذه الطريقة التي تأخذ بها معظم دول العالم، يعتبر المكان الأول بلد المنشأ والمكان الثاني بلد المقصد.

2. طريقة الشحن أو البلد الأول المصدر إليه والبلد الأخير المستورد منه. وطبقاً لهذه الطريقة يُعتبر بلد المقصد البلد الأول الذي سوف تذهب إليه البضاعة مباشرة، ويُعتبر بلد المنشأ آخر بلد تشحن منه البضاعة مباشرة.

3. طريقة البيع والشراء حيث يُسجل التصدير والاستيراد على أسماء البلدان التي قامت بالبيع والشراء.

ج) سعر القطع الرسمي والسعر الحر

تنشر الدول إحصاءاتها عن التجارة الخارجية مقدرة وفقاً لنظامها النقدي الأمر الذي يستوجب تحويل قيم الواردات المدفوعة بعملات أجنبية إلى عملة البلد المستورد. وتحويل قيم الصادرات المقبوضة بعملات أجنبية إلى عملة البلد المصدر. والسؤال المطروح هنا هو كيف يتم هذا التحويل؟

يمكن أن تقسم أنظمة القطع الأجنبي في العالم إلى ثلاثة أقسام:

1. الأنظمة التي تتبع سعراً واحداً لعملاتها وهي قابلة للتحويل الحر وفق سعر محدود.

2. الأنظمة التي تتبع سعراً واحداً لعملاتها وهي غير قابلة للتحويل الحر.

3. الأنظمة التي تتبع عدة أسعار لعملاتها وهي غير قابلة للتحويل الحر.

فإذا كانت الدولة تتبع سعراً موحداً لعملتها وهي قابلة للتحويل الحر، فإنها لا تجد أية صعوبة في تقويم وارداتها وصادراتها، وهي إما أن تستخدم السعر المحدد إذا كانت تقلبات هذا السعر قليلة، أو أن تستخدم متوسط السعر المحول به خلال كل فترة زمنية معينة. أما إذا كانت الدولة تتبع سعراً موحداً لعملتها وهي غير قابلة للتحويل، فإنه يوجد عادة لعملة هذه الدولة سعران: الأول وهو السعر الرسمي أي السعر المحدد الذي يتم على أساس التعامل مع الدولة، وأما الثاني فهو السعر الحر، Free Exchange Rate (أو سعر السوق السوداء Black Market Rates إذا لم يكن التعامل به مسموحاً قانوناً) أي السعر الذي يتعامل به

الأفراد والهيئات الخاصة، ويتوقف استخدام السعر الرسمي أو الحر في إحصاءات التجارة الخارجية على الهدف المرجو من هذه الإحصاءات، فمثلاً إذا كانت الهدف من إحصاءات التجارة الخارجية هو استخدامها كمؤشر للدلالة على تغيرات الحركة التجارية في الدولة. فيمكن استخدام السعر الرسمي في هذه الإحصاءات. أما إذا استخدمت الإحصاءات المذكورة في دراسات اقتصادية مقارنة، فيجب اعتماد السعر الحر بدلاً من السعر الرسمي الذي يعطي غالباً صورة غير حقيقية لاقتصاد الدولة.

أخيراً إذا كانت الدولة تتبع عدة أسعار للقطع لتحقيق أهداف معينة كتشجيع التصدير أو تقليص الاستيراد. فيجب أن يتلاءم أيضاً السعر المستعمل في التحويل مع هدف الدراسة التي يراد استعمال إحصاءات التجارة الخارجية فيها.

19.7.4 الأرقام القياسية للتجارة الخارجية

إن الرقم القياسي لقيمة الاستيراد أو التصدير لا يعطي أية دلالة حول تطور التجارة الخارجية. إذ أن الزيادة في القيمة هي محصلة للتغير في الكميات المستوردة (أو المصدرة) والتغير في أسعار السلع المستوردة (أو المصدرة)، وبالتالي فإن الزيادة المذكورة يمكن أن تُعزى لأحد الاحتمالات التالية:

1. ازدياد كمية الاستيراد وانخفاض الأسعار.
2. ازدياد كمية الاستيراد وارتفاع الأسعار.

3. ازدياد كمية الاستيراد وعدم تغير الأسعار.

4. انخفاض كمية الاستيراد وارتفاع الأسعار.

بهدف تحديد أحد الاحتمالات المتقدمة وراء هذا التغير في الاستيراد. فإنه لابد من حساب آثار كل من الكميات والأسعار على قيمة الاستيراد وإبقاء العوامل الأخرى ثابتة. ولتحقيق هذا الهدف، يتعين حساب رقمين قياسيين للتجارة الخارجية هما:

1. الرقم القياسي لوحدة الكمية.

2. الرقم القياسي لسعر الوحدة.

حيث يصوّر الأول تطور الكميات، في حين يتناول الثاني تطور الأسعار، هناك عدة طرق يمكن استخدامها لحساب الرقم القياسي لسعر الوحدة Unit Value Index Number والرقم القياسي لوحدة الكمية Quantum Index Number فمن الممكن استخدام معادلة لاسبير ومعادلة باش أو فيشر أو استخدام طريقة السلسلة من أجل حساب هذين الرقمين القياسيين، إلا أن أكثر الطرق استخداماً في العالم هي طريقة لاسبير، وعليه فإن الرقم القياسي لسعر الوحدة يعطي بالمعادلة التالية:

$$I(1/o) = 100 * \frac{\sum P_1 Q_o}{\sum P_o Q_o}$$

ويُعطي الرقم القياسي لوحدة الكمية بالمعادلة التالية:

$$I(1/o) = 100 * \frac{\sum P_o Q_1}{\sum P_o Q_o}$$

حيث:

P_o السعر في سنة الأساس (o).

P_1 السعر في السنة المدروسة (1).

Q_o الكمية في سنة الأساس (o).

Q_1 الكمية في السنة المدروسة (1).

يُلاحظ أن المجموع يشمل جميع البضائع محل الاستيراد أو التصدير المصنفة وفقاً للتصنيف الدولي الموحد للتجارة الخارجية [1] SITC

(Standard International Trade Classification)

19.7.5 معدلات التبادل الدولي

بعد الحصول على الأرقام القياسية للقيمة والكمية والسعر يمكن اشتقاق أرقام قياسية مركبة تعرف بمعدلات التبادل الدولي. وفيما يلي أهم هذه المعدلات:

أ. معدل التبادل الإجمالي

هو عبارة عن نسبة تقيس العلاقة بين التغيرات في كمية الصادرات والواردات من سنة إلى أخرى. ويعطي هذا المعدل بالمعادلة التالية:

---

[1] يشمل التصنيف الدولي الموحد على عدة أقسام منها على سبيل المثال لا الحصر الأغذية والحيوانات الحية، والمشروبات والتبغ، والزيوت، والدهون الحيوانية والنباتية، والمواد الخام غير معده للأكل باستثناء المحروقات ... الخ للمزيد من المعلومات انظر إلى أحمد رفيق قاسم وعمر حلاق، مرجع سبق ذكره، ص ص 344 — 345 .

$$\text{معدل التبادل الإجمالي} = \frac{\text{الرقم القياسي لوحدة الكمية للواردات}}{\text{الرقم القياسي لوحدة الكمية للصادرات}} * 100$$

وتعني زيادة هذه النسبة من سنة إلى أخرى أنه مقابل كمية معينة من الصادرات أمكن الحصول على قدر أكبر من الواردات

ب) معدل التبادل الصافي

وهو عبارة عن نسبة تقيس العلاقة بين التغيرات في سعر وحدة الصادرات والواردات من سنة إلى أخرى. ويعطي هذا المعدل بالمعادلة التالية:

$$\text{معدل التبادل الصافي} = \frac{\text{الرقم القياسي لسعر الوحدة للصادرات}}{\text{الرقم القياسي لسعر الوحدة للواردات}} * 100$$

تعني زيادة هذه النسبة عن (100) أنه نتيجة لارتفاع أسعار الصادرات عن الواردات أمكن الحصول على أكثر من وحدة من الواردات مقابل تصدير وحدة واحدة من الصادرات، ويعتبر هذا الاتجاه في صالح الدولة.

ج) معدل التبادل الداخلي (القدرة على الاستيراد)

هو عبارة عن نسبة تقيس كمية الواردات التي يمكن الحصول عليها مقابل حصيلة الصادرات، ويعطي هذا المعدل بالمعادلة التالية:

$$\text{معدل التبادل الداخلي} = \frac{\text{الرقم القياسي للقيمة للصادرات}}{\text{الرقم القياسي لسعر الوحدة للواردات}} * 100$$

يلاحظ أن هذا المعدل يساوي معدل التبادل الصافي مضروباً بالرقم القياسي لوحدة الكمية للصادرات.

19.7.6 أهمية إحصاءات التجارة الداخلية واستعمالاتها

تشمل إحصاءات التجارة الداخلية عادة نوعين من الإحصاءات:

1. إحصاءات المؤسسات التي تمارس نشاط التوزيع.
2. إحصاءات أسعار المنتجات الموزعة.

تعتبر إحصاءات الأسعار من أقدم الإحصاءات انتشاراً واستعمالاً وذلك لما لها من فوائد هامة سواء بالنسبة للدولة أو للباحثين أو لأرباب العمل أو للأفراد المستهلكين. ومن أهم أدوات تلخيص إحصاءات الأسعار وعرض اتجاهاتها هو حساب الأرقام القياسية لهذه الأسعار حسب المستويين اللذين تجمع الإحصاءات على أساسهما وهما مستوى الجملة ومستوى التجزئة.

أما إحصاءات المؤسسات فتشمل التوزيع والاستهلاك المحلي وحركة دوران رؤوس الأموال. أي أن الباحث يرغب في معرفة كمية السلع المباعة وقيمتها وأنواع الأنشطة المختلفة وتقسيمها بحسب الجهات المختلفة في البلاد. وكمية الاستهلاك والمخزون ودورة رؤوس الأموال، وبصورة عامة، تفيد هذه الإحصاءات في مجالات عديدة ولها استعمالات كثيرة أهمها:

1. دراسة تركيب مؤسسات توزيع البضائع والخدمات.
2. معرفة تكاليف التوزيع ودراسة هوامش الربح المختلفة.

3. التنبؤ بالطلب الاستهلاكي وآثار ذلك على خطط التنمية.

4. المساعدة في إعداد تقديرات الدخل القومي.

5. المساعدة في إعداد جداول المدخلات والمخرجات.

6. المساعدة في رسم السياسة الاقتصادية من حيث حجم الاستهلاك وتوزيعاته.

19.7.7 الأرقام القياسية للأسعار

1. الأرقام القياسية لأسعار الجملة

الرقم القياسي لأسعار الجملة هو أداة إحصائية لقياس التغير في أسعار مجموعة معينة من مواد الجملة التي يتم تبادلها خلال فترة معينة من الزمن. وهذا النوع من الأرقام القياسية يمكن استخدامه عند رسم أية سياسة لمراقبة الأسعار، كما يمكن استعماله كأداة أساسية عند دراسة القوة الشرائية للنقود، وفي إنتاج أنواع أخرى من الإحصاءات الاقتصادية مثل تقدير الحسابات القومية بالأسعار الثابتة. وأخيراً يمكن اتخاذه كمؤشر من أجل تحديد سياسات الاستيراد والتصدير وانعكاسات السياسات المماثلة السابقة على الوضع الاقتصادي. ويمر إعداد الرقم القياسي لأسعار الجملة بخطوات متتالية سيتم القيام بدراستها وتحليلها كما يلي:

أ) **تحديد المواد الداخلة في تركيب الرقم القياسي**

يعتبر تحديد المواد الداخلة في الرقم القياسي لأسعار الجملة من العمليات الأساسية التي تعتمد عليها حساسية الرقم ودقته. والمواد التي يجري عليها التبادل بالجملة عديدة، وتختلف من بلد

لآخر بحسب درجة التطور الاقتصادي التي بلغها والموارد المالية المخصصة لإنشاء هذا الرقم وغيرها من الاعتبارات الأخرى.

ب) تحديد فترة الأساس

يجب أن تبذل عناية كبيرة في اختيار فترة الأساس بحيث تكون فترة طبيعية ملائمة بعيدة عن التقلبات الاقتصادية، وهناك ثلاث طرق يمكن استعمال إحداها كفترة أساس. فقد تكون فترة الأساس عبارة عن فترة زمنية محددة. كأن تكون سنة معينة مثلاً، وقد تكون فترة الأساس عبارة عن متوسط عدة سنوات بدلاً من سنة واحدة، وذلك بسبب صعوبة إيجاد فترة معقولة خالية من أية شوائب اقتصادية. وأخيراً، فقد تكون فترة الأساس الفترة السابقة مباشرة للفترة المدروسة، وذلك باستعمال الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك.

ج) اختيار الأوزان الواجب استعمالها

يجب أيضاً أن تختار الأوزان بما يتلاءم مع الواقع كي لا تعطي أهمية لفئة على حساب فئة أو لمادة على حساب مادة أخرى. ولابد من إعادة النظر في الأوزان المتخذة أساساً في الترجيح مرة كل عدة سنوات، بغية إدخال التعديلات اللازمة على هذه الأوزان في ضوء التغيرات التي قد تطرأ على أهمية السلع المتاجر بها في سوق الجملة بين فترة زمنية وأخرى.

د) جمع الأسعار اللازمة

يتم عادة الحصول على الأسعار اللازمة من نشرات ودوائر الإحصاء المختصة، وإذا كانت

الأسعار التي تنشرها دوائر الإحصاء غير كافية بالغرض لسبب من الأسباب، فلابد في هذه الحالة من اللجوء إلى جمع الأسعار من مصادرها الأساسية مباشرة.

من الممكن حساب الرقم القياسي لأسعار الجملة وفقاً لأي معادلة من معادلات الأرقام القياسية المرجحة، وأكثر هذه المعادلات استعمالاً هي معادلة لاسبير لسهولتها ووضوح معناها، تليها معادلة الرقم القياسي بطريقة النسب المرجحة بقيم سنة الأساس والتي تقود إلى نتائج مماثلة لمعادلة لاسبير.

2. الأرقام القياسية لأسعار التجزئة (نفقة المعيشة)

الرقم القياسي لأسعار التجزئة هو أداة إحصائية لقياس متوسط التغير في أسعار مجموعة من مواد التجزئة التي تشتريها فئة معينة خلال فترة من الزمن. والفرق بين هذا الرقم والرقم القياسي لتكاليف المعيشة هو أن الأخير يقيس تغيرات لإنفاق الأسر التي تتحدد نتيجة لتغيرات الدخل، وتغير الدخل يؤدي إلى تغير في كمية المواد المستهلكة وفي أسعارها. وعليه فإن الرقم القياسي لأسعار التجزئة يقيس ذلك الجزء من تغيرات تكاليف المعيشة العائد إلى تغيرات الأسعار فقط. ويمكن تعداد أهم أوجه استعمالات الرقم القياسي لأسعار التجزية كما يلي:

1. تحديد أجور العمال والموظفين، إذا غالباً ما تتطور بنفس نسبة تطور الأسعار.
2. المساهمة في تقرير سياسة الدولة تجاه الضرائب على الاستهلاك والأجور.
3. الدلالة على وجود التضخم النقدي.

4. حساب القوة الشرائية للوحدة النقدية.

5. حساب الأجر الحقيقي للعمال وتفريقه عن الأجر النقدي.

وهناك خطوات يجب القيام بها لإعداد الرقم القياسي لأسعار التجزئة يتم تلخيصها فيما يلي:

أ) انتقاء المواد الداخلة في الرقم القياسي وجمع أسعارها

يشتمل الرقم القياسي لأسعار التجزئة عادة على مواد تمثل أهم السلع الاستهلاكية والخدمات التي تشتريها عادة أسرة متوسطة الدخل والحجم. ويراعي في انتقاء المواد التي تدخل في الرقم عاملين: العامل الأول هو أهمية الإنفاق على المادة بالنسبة لمجموع الإنفاق. وفي الحقيقة، لا يوجد مقياس عام موحد يدل على أهمية المادة بالنسبة لإنفاق الأسر، ويترك ذلك إلى تقدير الإحصائي، والعامل الثاني هو محاولة تصنيف المواد التي تشتريها الأسر في زمر ذات اتجاه واحد بالنسبة للأسعار ومن ثم اختيار المواد التي يمكن لها أن تمثل هذه الزمر.

تختلف أعداد المواد الممكن انتقائها وإدخالها في الرقم القياسي من دولة إلى أخرى، إلا أنه يجب أن تكون قائمة المواد ممثلة لمختلف الفئات وتمثل حركة ارتفاع أو انخفاض تكاليف المعيشة.

فعلى سبيل المثال يتم اعتماد الأقسام الرئيسية التالية في ليبيا عند حساب الرقم القياسي العام لتكلفة (نفقة) المعيشة[1]:

1. المواد الغذائية والمشروبات

[1] الهيئة العامة للمعلومات والتوثيق، الكتيب الإحصائي، طرابلس، ليبيا، 2007، ص 231.

2. الملابس والأحذية.

3. المسكن ومستلزماته.

4. الأثاث.

5. العناية الصحية.

6. النقل والمواصلات.

7. التعليم والثقافة والتسلية.

8. سلع وخدمات أخرى.

وتتوقف صحة الرقم القياسي ودقته وحساسيته على المصدر الذي تستقي منه المعلومات، وعندما تجمع الأسعار من مصادر موثوقة ومن معتمدين ممثلين لمختلف المناطق، فإن الإحصاءات تكون أكثر تمثيلاً لأسعار المواد المستهلكة، وبالتالي يكون الرقم القياسي لأسعار التجزئة (تكلفة المعيشة) أصدق تمثيلاً للتكاليف التي يدفعها المستهلكون من أجل الحصول على المواد الممثلة في الرقم القياسي، ويتم تجميع أسعار السلع والخدمات بطريقتين، أولهما طريقة المقابلة الشخصية من الباحثين، وثانيهما طريقة استمارات الاستبيان، حيث يتبع الأسس العلمية عند تطبيق إحدى هاتين الطريقتين. كما يجب عند حساب هذا المعيار مراعاة اختيار الأوزان وأعدادها، أي يتم ترجيح كل مادة داخلة في الرقم القياسي بما يتناسب مع أهميتها في الإنفاق والاستهلاك.

19.8 التمارين

1. ما هو المقصود بالإحصائيات السكنية وما هو المقصود بالكثافة والنمو للسكان؟
2. ما هي الأسس المتبعة عند إجراء تعداد السكان؟
3. ما هو المقصود بالتوزيع والهرم السكاني؟
4. ما هو الفرق بين النسبة والمعدل مع إعطاء أمثلة على ذلك؟
5. هناك عدة مقاييس للخصوبة، أذكرها مع توضيح مزايا وعيوب كل منها.
6. يمكن الحكم على مستوى الوفيات السائد في مجتمع ما عن طريق عدة مقاييس كمية، أذكرها.
7. اشرح ما هو تأثير ظاهرة الهجرة على النمو السكاني؟
8. أذكر العوامل التي تؤثر في الزيادة الطبيعية للسكان.
9. ما هي أهمية إحصائيات قطاع الصحة؟
10. ما هي الإحصاءات الصناعية؟ وما هي البيانات المطلوبة في التعداد الصناعي؟
11. ما هو الفرق بين التعداد الصناعي والتبويب الصناعي؟
12. ما هي المقاييس العينية والنقدية للناتج الصناعي؟
13. ما هي فوائد الإحصائيات الزراعية؟
14. تحدث عن المقاييس الإحصائية لمساحة وإنتاجية الأراضي المستغلة.

15. ما هي أهمية إحصائيات التعليم؟

16. ما هو المقصود بالكفاءة الداخلية للتعليم؟

17. ما هي أهم موازين القوى البشرية المؤهلة؟

18. عرف إحصائيات التجارة الخارجية وعدد فوائدها؟

19. ميّز بين مفاهيم القيمة التالية: فوب- سيف - السوقية.

20. أذكر أهمية إحصائيات التجارة الداخلية واستعمالاتها.

الملاحق

A: الجداول الإحصائية المستخدمة في الاختبارات

الملحق A

الجداول الإحصائية المستخدمة في الاختبارات

يتضمن هذا الملحق الجداول الخاصة بعملية اختبار دقة المعلمات التقديرية وضمن درجات حرية معينة ولمستويات معينة من المعنوية تشمل هذه الجداول ما يلي:

1- جدول مربع كاي χ^2

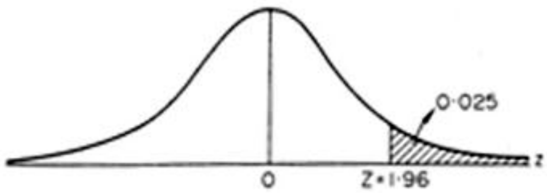
2- جدول توزيع t

3- جدول توزيع z

4- جدول توزيع F

5- جدول دربن – واطسون D-W لاختبار الارتباط الذاتي

Table 1. Areas under the Normal Curve



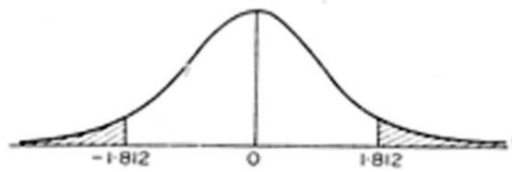
Example

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$P(Z > 1{\cdot}96) = {\cdot}0250$

z	·00	·01	·02	·03	·04	·05	·06	·07	·08	·09
0·0	·5000	·4960	·4920	·4880	·4840	·4801	·4761	·4721	·4681	·4641
0·1	·4602	·4562	·4522	·4483	·4443	·4404	·4364	·4325	·4286	·4247
0·2	·4207	·4168	·4129	·4090	·4052	·4013	·3974	·3936	·3897	·3859
0·3	·3821	·3783	·3745	·3707	·3669	·3632	·3594	·3557	·3520	·3483
0·4	·3446	·3409	·3372	·3336	·3300	·3264	·3228	·3192	·3156	·3121
0·5	·3085	·3050	·3015	·2981	·2946	·2912	·2877	·2843	·2810	·2776
0·6	·2743	·2709	·2676	·2643	·2611	·2578	·2546	·2514	·2483	·2451
0·7	·2420	·2389	·2358	·2327	·2296	·2266	·2236	·2206	·2177	·2148
0·8	·2119	·2090	·2061	·2033	·2005	·1977	·1949	·1922	·1894	·1867
0·9	·1841	·1814	·1788	·1762	·1736	·1711	·1685	·1660	·1635	·1611
1·0	·1587	·1562	·1539	·1515	·1492	·1469	·1446	·1423	·1401	·1379
1·1	·1357	·1335	·1314	·1292	·1271	·1251	·1230	·1210	·1190	·1170
1·2	·1151	·1131	·1112	·1093	·1075	·1056	·1038	·1020	·1003	·0985
1·3	·0968	·0951	·0934	·0918	·0901	·0885	·0869	·0853	·0838	·0823
1·4	·0808	·0793	·0778	·0764	·0749	·0735	·0721	·0708	·0694	·0681
1·5	·0668	·0655	·0643	·0630	·0618	·0606	·0594	·0582	·0571	·0559
1·6	·0548	·0537	·0526	·0516	·0505	·0495	·0485	·0475	·0465	·0455
1·7	·0446	·0436	·0427	·0418	·0409	·0401	·0392	·0384	·0375	·0367
1·8	·0359	·0351	·0344	·0336	·0329	·0322	·0314	·0307	·0301	·0294
1·9	·0287	·0281	·0274	·0268	·0262	·0256	·0250	·0244	·0239	·0233
2·0	·0228	·0222	·0217	·0212	·0207	·0202	·0197	·0192	·0188	·0183
2·1	·0179	·0174	·0170	·0166	·0162	·0158	·0154	·0150	·0146	·0143
2·2	·0139	·0136	·0132	·0129	·0125	·0122	·0119	·0116	·0113	·0110
2·3	·0107	·0104	·0102	·0099	·0096	·0094	·0091	·0089	·0087	·0084
2·4	·0082	·0080	·0078	·0075	·0073	·0071	·0069	·0068	·0066	·0064
2·5	·0062	·0060	·0059	·0057	·0055	·0054	·0052	·0051	·0049	·0048
2·6	·0047	·0045	·0044	·0043	·0041	·0040	·0039	·0038	·0037	·0036
2·7	·0035	·0034	·0033	·0032	·0031	·0030	·0029	·0028	·0027	·0026
2·8	·0026	·0025	·0024	·0023	·0023	·0022	·0022	·0021	·0020	·0019
2·9	·0019	·0018	·0018	·0017	·0016	·0016	·0015	·0015	·0014	·0014
3·0	·0013	·0013	·0013	·0012	·0012	·0011	·0011	·0011	·0010	·0010

Table 2. Percentage Points of the *t* Distribution



Example

For ν = 10 degrees of freedom:

$P(t > 1{\cdot}812) = 0{\cdot}05$
$P(t < -1{\cdot}812) = 0{\cdot}05$

ν \ α	·25	·20	·15	·10	·05	·025	·01	·005	·0005
1	1·000	1·376	1·963	3·078	6·314	12·706	31·821	63·657	636·619
2	·816	1·061	1·386	1·886	2·920	4·303	6·965	9·925	31·598
3	·765	·978	1·250	1·638	2·353	3·182	4·541	5·841	12·941
4	·741	·941	1·190	1·533	2·132	2·776	3·747	4·604	8·610
5	·727	·920	1·156	1·476	2·015	2·571	3·365	4·032	6·859
6	·718	·906	1·134	1·440	1·943	2·447	3·143	3·707	5·959
7	·711	·896	1·119	1·415	1·895	2·365	2·998	3·499	5·405
8	·706	·889	1·108	1·397	1·860	2·306	2·896	3·355	5·041
9	·703	·883	1·100	1·383	1·833	2·262	2·821	3·250	4·781
10	·700	·879	1·093	1·372	1·812	2·228	2·764	3·169	4·587
11	·697	·876	1·088	1·363	1·796	2·201	2·718	3·106	4·437
12	·695	·873	1·083	1·356	1·782	2·179	2·681	3·055	4·318
13	·694	·870	1·079	1·350	1·771	2·160	2·650	3·012	4·221
14	·692	·868	1·076	1·345	1·761	2·145	2·624	2·977	4·140
15	·691	·866	1·074	1·341	1·753	2·131	2·602	2·947	4·073
16	·690	·865	1·071	1·337	1·746	2·120	2·583	2·921	4·015
17	·689	·863	1·069	1·333	1·740	2·110	2·567	2·898	3·965
18	·688	·862	1·067	1·330	1·734	2·101	2·552	2·878	3·922
19	·688	·861	1·066	1·328	1·729	2·093	2·539	2·861	3·883
20	·687	·860	1·064	1·325	1·725	2·086	2·528	2·845	3·850
21	·686	·859	1·063	1·323	1·721	2·080	2·518	2·831	3·819
22	·686	·858	1·061	1·321	1·717	2·074	2·508	2·819	3·792
23	·685	·858	1·060	1·319	1·714	2·069	2·500	2·807	3·767
24	·685	·857	1·059	1·318	1·711	2·064	2·492	2·397	3·745
25	·684	·856	1·058	1·316	1·708	2·060	2·485	2·787	3·725
26	·684	·856	1·058	1·315	1·706	2·056	2·479	2·779	3·707
27	·684	·855	1·057	1·314	1·703	2·052	2·473	2·771	3·690
28	·683	·855	1·056	1·313	1·701	2·048	2·467	2·763	3·674
29	·683	·854	1·055	1·311	1·699	2·045	2·462	2·756	3·659
30	·683	·854	1·055	1·310	1·697	2·042	2·457	2·750	3·646
40	·681	·851	1·050	1·303	1·684	2·021	2·423	2·704	3·551
60	·679	·848	1·046	1·296	1·671	2·000	2·390	2·660	3·460
120	·677	·845	1·041	1·289	1·658	1·980	2·358	2·617	3·373
∞	·674	·842	1·036	1·282	1·645	1·960	2·326	2·576	3·291

Source: This table is abridged from Table III of Fisher & Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research* published by Oliver & Boyd Ltd.,

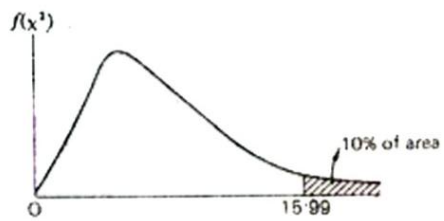


Table 3. Percentage Points of the χ^2 Distribution

Example

For $\nu = 10$ degrees of freedom:

$P(\chi^2 > 15{\cdot}99) = {\cdot}10$

ν \ P	·995	·99	·975	·95	·90	·75	·50	·25	·10	·05	·025	·01	·005	P / ν
1	$0{\cdot}0^4393$	$0{\cdot}0^3157$	$0{\cdot}0^3982$	$0{\cdot}0^2 3$	0·0158	0·102	0·455	1·323	2·71	3·84	5·02	6·63	7·88	1
2	0·0100	0·0201	0·0506	0·103	0·211	0·575	1·386	2·77	4·61	5·99	7·38	9·21	10·60	2
3	0·0717	0·115	0·216	0·352	0·584	1·213	2·37	4·11	6·25	7·81	9·35	11·34	12·84	3
4	0·207	0·297	0·484	0·711	1·064	1·923	3·36	5·39	7·78	9·49	11·14	13·28	14·86	4
5	0·412	0·554	0·831	1·145	1·610	2·67	4·35	6·63	9·24	11·07	12·83	15·09	16·75	5
6	0·676	0·872	1·237	1·635	2·20	3·45	5·35	7·84	10·64	12·59	14·45	16·81	18·55	6
7	0·989	1·239	1·690	2·17	2·83	4·25	6·35	9·04	12·02	14·07	16·01	18·48	20·3	7
8	1·344	1·646	2·18	2·73	3·49	5·07	7·34	10·22	13·36	15·51	17·53	20·1	22·0	8
9	1·735	2·09	2·70	3·33	4·17	5·90	8·34	11·39	14·68	16·92	19·02	21·7	23·6	9
10	2·16	2·56	3·25	3·94	4·87	6·74	9·34	12·55	15·99	18·31	20·5	23·2	25·2	10
11	2·60	3·05	3·82	4·57	5·58	7·58	10·34	13·70	17·28	19·68	21·9	24·7	26·8	11
12	3·07	3·57	4·40	5·23	6·30	8·44	11·34	14·85	18·55	21·0	23·3	26·2	28·3	12
13	3·57	4·11	5·01	5·89	7·04	9·30	12·34	15·98	19·81	22·4	24·7	27·7	29·8	13
14	4·07	4·66	5·63	6·57	7·79	10·17	13·34	17·12	21·1	23·7	26·1	29·1	31·3	14
15	4·60	5·23	6·26	7·26	8·55	11·04	14·34	18·25	22·3	25·0	27·5	30·6	32·8	15
16	5·14	5·81	6·91	7·96	9·31	11·91	15·34	19·37	23·5	26·3	28·8	32·0	34·3	16
17	5·70	6·41	7·56	8·67	10·09	12·79	16·34	20·5	24·8	27·6	30·2	33·4	35·7	17
18	6·26	7·01	8·23	9·39	10·86	13·68	17·34	21·6	26·0	28·9	31·5	34·8	37·2	18
19	6·84	7·63	8·91	10·12	11·65	14·56	18·34	22·7	27·2	30·1	32·9	36·2	38·6	19
20	7·43	8·26	9·59	10·85	12·44	15·45	19·34	23·8	28·4	31·4	34·2	37·6	40·0	20

Table 3. Percentage Points of the χ^2 Distribution (*contd.*)

ν \ P	·995	·99	·975	·95	·90	·75	·50	·25	·10	·05	0·25	·01	·005	P / ν
21	8·03	8·90	10·28	11·59	13·24	16·34	20·3	24·9	29·6	32·7	35·5	38·9	41·4	21
22	8·64	9·54	10·98	12·34	14·04	17·24	21·3	26·0	30·8	33·9	36·8	40·3	42·8	22
23	9·26	10·20	11·69	13·09	14·85	18·14	22·3	27·1	32·0	35·2	38·1	41·6	44·2	23
24	9·89	10·86	12·40	13·85	15·66	19·04	23·3	28·2	33·2	36·4	39·4	43·0	45·6	24
25	10·52	11·52	13·12	14·61	16·47	19·94	24·3	29·3	34·4	37·7	40·6	44·3	46·9	25
26	11·16	12·20	13·84	15·38	17·29	20·8	25·3	30·4	35·6	38·9	41·9	45·6	48·3	26
27	11·81	12·88	14·57	16·15	18·11	21·7	26·3	31·5	36·7	40·1	43·2	47·0	49·6	27
28	12·46	13·56	15·31	16·93	18·94	22·7	27·3	32·6	37·9	41·3	44·5	48·3	51·0	28
29	13·12	14·26	16·05	17·71	19·77	23·6	28·3	33·7	39·1	42·6	45·7	49·6	52·3	29
30	13·79	14·95	16·79	18·49	20·6	24·5	29·3	34·8	40·3	43·8	47·0	50·9	53·7	30
40	20·7	22·2	24·4	26·5	29·1	33·7	39·3	45·6	51·8	55·8	59·3	63·7	66·8	40
50	28·0	29·7	32·4	34·8	37·7	42·9	49·3	56·3	63·2	67·5	71·4	76·2	79·5	50
60	35·5	37·5	40·5	43·2	46·5	52·3	59·3	67·0	74·4	79·1	83·3	88·4	92·0	60
70	43·3	45·4	48·8	51·7	55·3	61·7	69·3	77·6	85·5	90·5	95·0	100·4	104·2	70
80	51·2	53·5	57·2	60·4	64·3	71·1	79·3	88·1	96·6	101·9	106·6	112·3	116·3	80
90	59·2	61·8	65·6	69·1	73·3	80·6	89·3	98·6	107·6	113·1	118·1	124·1	128·3	90
100	67·3	70·1	74·2	77·9	82·4	90·1	99·3	109·1	118·5	124·3	129·6	135·8	140·2	100
Z_α	−2·58	−2·33	−1·96	−1·64	−1·28	−0·674	0·000	0·674	1·282	1·645	1·960	2·33	2·58	Z_α

For $\nu > 100$ take $\chi^2 = \frac{1}{2}(Z_\alpha + \sqrt{2\nu - 1})^2$. Z_α is the standardised normal deviate corresponding to the α level of significance, and is shown in the bottom of the table.

Source: This table is abridged from 'Table of percentage points of the χ^2 distribution' by Catherine M. Thompson, *Biometrika,* vol. 32, 1941, pp. 187–191, and is published here by permission of the author and editor of *Biometrika.*

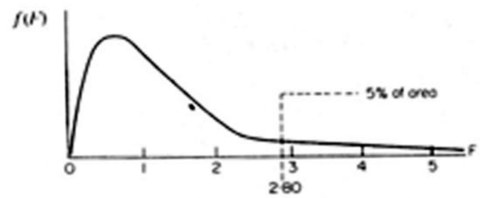


Table 4A. Values of $F_{0\cdot05,\,\nu_1,\,\nu_2}$

Example
For $\nu_1 = 9$, $\nu_2 = 12$ degrees of freedom
$P(F > 2{\cdot}80) = 0{\cdot}05$

ν_1 = degrees of freedom for numerator

ν_2 = degrees of freedom for denominator

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18·5	19·0	19·2	19·2	19·3	19·3	19·4	19·4	19·4	19·4	19·4	19·4	19·4	19·5	19·5	19·5	19·5	19·5	19·5
3	10·1	9·55	9·28	9·12	9·01	8·94	8·89	8·85	8·81	8·79	8·74	8·70	8·66	8·64	8·62	8·59	8·57	8·55	8·53
4	7·71	6·94	6·59	6·39	6·26	6·16	6·09	6·04	6·00	5·96	5·91	5·86	5·80	5·77	5·75	5·72	5·69	5·66	5·63
5	6·61	5·79	5·41	5·19	5·05	4·95	4·88	4·82	4·77	4·74	4·68	4·62	4·56	4·53	4·50	4·46	4·43	4·40	4·37
6	5·99	5·14	4·76	4·53	4·39	4·28	4·21	4·15	4·10	4·06	4·00	3·94	3·87	3·84	3·81	3·77	3·74	3·70	3·67
7	5·59	4·74	4·35	4·12	3·97	3·87	3·79	3·73	3·68	3·64	3·57	3·51	3·44	3·41	3·38	3·34	3·30	3·27	3·23
8	5·32	4·46	4·07	3·84	3·69	3·58	3·50	3·44	3·39	3·35	3·28	3·22	3·15	3·12	3·08	3·04	3·01	2·97	2·93
9	5·12	4·26	3·86	3·63	3·48	3·37	3·29	3·23	3·18	3·14	3·07	3·01	2·94	2·90	2·86	2·83	2·79	2·75	2·71
10	4·96	4·10	3·71	3·48	3·33	3·22	3·14	3·07	3·02	2·98	2·91	2·85	2·77	2·74	2·70	2·66	2·62	2·58	2·54
11	4·84	3·98	3·59	3·36	3·20	3·09	3·01	2·95	2·90	2·85	2·79	2·72	2·65	2·61	2·57	2·53	2·49	2·45	2·40
12	4·75	3·89	3·49	3·26	3·11	3·00	2·91	2·85	2·80	2·75	2·69	2·62	2·54	2·51	2·47	2·43	2·38	2·34	2·30
13	4·67	3·81	3·41	3·18	3·03	2·92	2·83	2·77	2·71	2·67	2·60	2·53	2·46	2·42	2·38	2·34	2·30	2·25	2·21
14	4·60	3·74	3·34	3·11	2·96	2·85	2·76	2·70	2·65	2·60	2·53	2·46	2·39	2·35	2·31	2·27	2·22	2·18	2·13
15	4·54	3·68	3·29	3·06	2·90	2·79	2·71	2·64	2·59	2·54	2·48	2·40	2·33	2·29	2·25	2·20	2·16	2·11	2·07
16	4·49	3·63	3·24	3·01	2·85	2·74	2·66	2·59	2·54	2·49	2·42	2·35	2·28	2·24	2·19	2·15	2·11	2·06	2·01
17	4·45	3·59	3·20	2·96	2·81	2·70	2·61	2·55	2·49	2·45	2·38	2·31	2·23	2·19	2·15	2·10	2·06	2·01	1·96
18	4·41	3·55	3·16	2·93	2·77	2·66	2·58	2·51	2·46	2·41	2·34	2·27	2·19	2·15	2·11	2·06	2·02	1·97	1·92
19	4·38	3·52	3·13	2·90	2·74	2·63	2·54	2·48	2·42	2·38	2·31	2·23	2·16	2·11	2·07	2·03	1·98	1·93	1·88
20	4·35	3·49	3·10	2·87	2·71	2·60	2·51	2·45	2·39	2·35	2·28	2·20	2·12	2·08	2·04	1·99	1·95	1·90	1·84
21	4·32	3·47	3·07	2·84	2·68	2·57	2·49	2·42	2·37	2·32	2·25	2·18	2·10	2·05	2·01	1·96	1·92	1·87	1·81
22	4·30	3·44	3·05	2·82	2·66	2·55	2·46	2·40	2·34	2·30	2·23	2·15	2·07	2·03	1·98	1·94	1·89	1·84	1·78
23	4·28	3·42	3·03	2·80	2·64	2·53	2·44	2·37	2·32	2·27	2·20	2·13	2·05	2·01	1·96	1·91	1·86	1·81	1·76
24	4·26	3·40	3·01	2·78	2·62	2·51	2·42	2·36	2·30	2·25	2·18	2·11	2·03	1·98	1·94	1·89	1·84	1·79	1·73
25	4·24	3·39	2·99	2·76	2·60	2·49	2·40	2·34	2·28	2·24	2·16	2·09	2·01	1·96	1·92	1·87	1·82	1·77	1·71
30	4·17	3·32	2·92	2·69	2·53	2·42	2·33	2·27	2·21	2·16	2·09	2·01	1·93	1·89	1·84	1·79	1·74	1·68	1·62
40	4·08	3·23	2·84	2·61	2·45	2·34	2·25	2·18	2·12	2·08	2·00	1·92	1·84	1·79	1·74	1·69	1·64	1·58	1·51
60	4·00	3·15	2·76	2·53	2·37	2·25	2·17	2·10	2·04	1·99	1·92	1·84	1·75	1·70	1·65	1·59	1·53	1·47	1·39
120	3·92	3·07	2·68	2·45	2·29	2·18	2·09	2·02	1·96	1·91	1·83	1·75	1·66	1·61	1·55	1·50	1·43	1·35	1·25
∞	3·84	3·00	2·60	2·37	2·21	2·10	2·01	1·94	1·88	1·83	1·75	1·67	1·57	1·52	1·46	1·39	1·32	1·22	1·00

Abridged from M. Merrington and C. M. Thompson, 'Tables of percentage points of the inverted beta (F) distribution', *Biometrika*, vol. 33, 1943, p. 73. By permission of the *Biometrika* trustees.

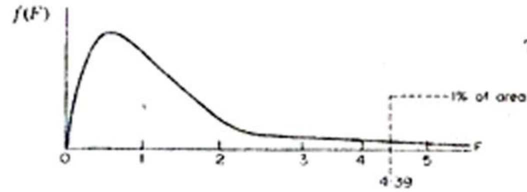


Table 4B. Values of $F_{0.01, \nu_1, \nu_2}$

Example
For $\nu_1 = 9$, $\nu_2 = 12$ degrees of freedom
$P(F > 4{\cdot}39) = 0{\cdot}01$

ν_1 = degrees of freedom for numerator; ν_2 = degrees of freedom for denominator

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6023	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98·5	99·0	99·2	99·2	99·3	99·3	99·4	99·4	99·4	99·4	99·4	99·4	99·4	99·5	99·5	99·5	99·5	99·5	99·5
3	34·1	30·8	29·5	28·7	28·2	27·9	27·7	27·5	27·3	27·2	27·1	26·9	26·7	26·6	26·5	26·4	26·3	26·2	26·1
4	21·2	18·0	16·7	16·0	15·5	15·2	15·0	14·8	14·7	14·5	14·4	14·2	14·0	13·9	13·8	13·7	13·7	13·6	13·5
5	16·3	13·3	12·1	11·4	11·0	10·7	10·5	10·3	10·2	10·1	9·89	9·72	9·55	9·47	9·38	9·29	9·20	9·11	9·02
6	13·7	10·9	9·78	9·15	8·75	8·47	8·26	8·10	7·98	7·87	7·72	7·56	7·40	7·31	7·23	7·14	7·06	6·97	6·88
7	12·2	9·55	8·45	7·85	7·46	7·19	6·99	6·84	6·72	6·62	6·47	6·31	6·16	6·07	5·99	5·91	5·82	5·74	5·65
8	11·3	8·65	7·59	7·01	6·63	6·37	6·18	6·03	5·91	5·81	5·67	5·52	5·36	5·28	5·20	5·12	5·03	4·95	4·86
9	10·6	8·02	6·99	6·42	6·06	5·80	5·61	5·47	5·35	5·26	5·11	4·96	4·81	4·73	4·65	4·57	4·48	4·40	4·31
10	10·0	7·56	6·55	5·99	5·64	5·39	5·20	5·06	4·94	4·85	4·71	4·56	4·41	4·33	4·25	4·17	4·08	4·00	3·91
11	9·65	7·21	6·22	5·67	5·32	5·07	4·89	4·74	4·63	4·54	4·40	4·25	4·10	4·02	3·94	3·86	3·78	3·69	3·60
12	9·33	6·93	5·95	5·41	5·06	4·82	4·64	4·50	4·39	4·30	4·16	4·01	3·86	3·78	3·70	3·62	3·54	3·45	3·36
13	9·07	6·70	5·74	5·21	4·86	4·62	4·44	4·30	4·19	4·10	3·96	3·82	3·66	3·59	3·51	3·43	3·34	3·25	3·17
14	8·86	6·51	5·56	5·04	4·70	4·46	4·28	4·14	4·03	3·94	3·80	3·66	3·51	3·43	3·35	3·27	3·18	3·09	3·00
15	8·68	6·36	5·42	4·89	4·56	4·32	4·14	4·00	3·89	3·80	3·67	3·52	3·37	3·29	3·21	3·13	3·05	2·96	2·87
16	8·53	6·23	5·29	4·77	4·44	4·20	4·03	3·89	3·78	3·69	3·55	3·41	3·26	3·18	3·10	3·02	2·93	2·84	2·75
17	8·40	6·11	5·19	4·67	4·34	4·10	3·93	3·79	3·68	3·59	3·46	3·31	3·16	3·08	3·00	2·92	2·83	2·75	2·65
18	8·29	6·01	5·09	4·58	4·25	4·01	3·84	3·71	3·60	3·51	3·37	3·23	3·08	3·00	2·92	2·84	2·75	2·66	2·57
19	8·19	5·93	5·01	4·50	4·17	3·94	3·77	3·63	3·52	3·43	3·30	3·15	3·00	2·92	2·84	2·76	2·67	2·58	2·49
20	8·10	5·85	4·94	4·43	4·10	3·87	3·70	3·56	3·46	3·37	3·23	3·09	2·94	2·86	2·78	2·69	2·61	2·52	2·42
21	8·02	5·78	4·87	4·37	4·04	3·81	3·64	3·51	3·40	3·31	3·17	3·03	2·88	2·80	2·72	2·64	2·55	2·46	2·36
22	7·95	5·72	4·82	4·31	3·99	3·76	3·59	3·45	3·35	3·26	3·12	2·98	2·83	2·75	2·67	2·58	2·50	2·40	2·31
23	7·88	5·66	4·76	4·26	3·94	3·71	3·54	3·41	3·30	3·21	3·07	2·93	2·78	2·70	2·62	2·54	2·45	2·35	2·26
24	7·82	5·61	4·72	4·22	3·90	3·67	3·50	3·36	3·26	3·17	3·03	2·89	2·74	2·66	2·58	2·49	2·40	2·31	2·21
25	7·77	5·57	4·68	4·18	3·86	3·63	3·46	3·32	3·22	3·13	2·99	2·85	2·70	2·62	2·53	2·45	2·36	2·27	2·17
30	7·56	5·39	4·51	4·02	3·70	3·47	3·30	3·17	3·07	2·98	2·84	2·70	2·55	2·47	2·39	2·30	2·21	2·11	2·01
40	7·31	5·18	4·31	3·83	3·51	3·29	3·12	2·99	2·89	2·80	2·66	2·52	2·37	2·29	2·20	2·11	2·02	1·92	1·80
60	7·08	4·98	4·13	3·65	3·34	3·12	2·95	2·82	2·72	2·63	2·50	2·35	2·20	2·12	2·03	1·94	1·84	1·73	1·60
120	6·85	4·79	3·95	3·48	3·17	2·96	2·79	2·66	2·56	2·47	2·34	2·19	2·03	1·95	1·86	1·76	1·66	1·53	1·38
∞	6·63	4·61	3·78	3·32	3·02	2·80	2·64	2·51	2·41	2·32	2·18	2·04	1·88	1·79	1·70	1·59	1·47	1·32	1·00

Abridged from M. Merrington and C. M. Thompson, 'Tables of percentage points of the inverted beta (F) distribution', *Biometrika*, vol. 33, 1943, p. 73. By permission of the *Biometrika* trustees.

Table 5A. Significance Points of d_L and d_U: 5%

n	$k'=1$		$k'=2$		$k'=3$		$k'=4$		$k'=5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1·08	1·36	0·95	1·54	0·82	1·75	0·69	1·97	0·56	2·21
16	1·10	1·37	0·98	1·54	0·86	1·73	0·74	1·93	0·62	2·15
17	1·13	1·38	1·02	1·54	0·90	1·71	0·78	1·90	0·67	2·10
18	1·16	1·39	1·05	1·53	0·93	1·69	0·82	1·87	0·71	2·06
19	1·18	1·40	1·08	1·53	0·97	1·68	0·86	1·85	0·75	2·02
20	1·20	1·41	1·10	1·54	1·00	1·68	0·90	1·83	0·79	1·99
21	1·22	1·42	1·13	1·54	1·03	1·67	0·93	1·81	0·83	1·96
22	1·24	1·43	1·15	1·54	1·05	1·66	0·96	1·80	0·86	1·94
23	1·26	1·44	1·17	1·54	1·08	1·66	0·99	1·79	0·90	1·92
24	1·27	1·45	1·19	1·55	1·10	1·66	1·01	1·78	0·93	1·90
25	1·29	1·45	1·21	1·55	1·12	1·66	1·04	1·77	0·95	1·89
26	1·30	1·46	1·22	1·55	1·14	1·65	1·06	1·76	0·98	1·88
27	1·32	1·47	1·24	1·56	1·16	1·65	1·08	1·76	1·01	1·86
28	1·33	1·48	1·26	1·56	1·18	1·65	1·10	1·75	1·03	1·85
29	1·34	1·48	1·27	1·56	1·20	1·65	1·12	1·74	1·05	1·84
30	1·35	1·49	1·28	1·57	1·21	1·65	1·14	1·74	1·07	1·83
31	1·36	1·50	1·30	1·57	1·23	1·65	1·16	1·74	1·09	1·83
32	1·37	1·50	1·31	1·57	1·24	1·65	1·18	1·73	1·11	1·82
33	1·38	1·51	1·32	1·58	1·26	1·65	1·19	1·73	1·13	1·81
34	1·39	1·51	1·33	1·58	1·27	1·65	1·21	1·73	1·15	1·81
35	1·40	1·52	1·34	1·58	1·28	1·65	1·22	1·73	1·16	1·80
36	1·41	1·52	1·35	1·59	1·29	1·65	1·24	1·73	1·18	1·80
37	1·42	1·53	1·36	1·59	1·31	1·66	1·25	1·72	1·19	1·80
38	1·43	1·54	1·37	1·59	1·32	1·66	1·26	1·72	1·21	1·79
39	1·43	1·54	1·38	1·60	1·33	1·66	1·27	1·72	1·22	1·79
40	1·44	1·54	1·39	1·60	1·34	1·66	1·29	1·72	1·23	1·79
45	1·48	1·57	1·43	1·62	1·38	1·67	1·34	1·72	1·29	1·78
50	1·50	1·59	1·46	1·63	1·42	1·67	1·38	1·72	1·34	1·77
55	1·53	1·60	1·49	1·64	1·45	1·68	1·41	1·72	1·38	1·77
60	1·55	1·62	1·51	1·65	1·48	1·69	1·44	1·73	1·41	1·77
65	1·57	1·63	1·54	1·66	1·50	1·70	1·47	1·73	1·44	1·77
70	1·58	1·64	1·55	1·67	1·52	1·70	1·49	1·74	1·46	1·77
75	1·60	1·65	1·57	1·68	1·54	1·71	1·51	1·74	1·49	1·77
80	1·61	1·66	1·59	1·69	1·56	1·72	1·53	1·74	1·51	1·77
85	1·62	1·67	1·60	1·70	1·57	1·72	1·55	1·75	1·52	1·77
90	1·63	1·68	1·61	1·70	1·59	1·73	1·57	1·75	1·54	1·78
95	1·64	1·69	1·62	1·71	1·60	1·73	1·58	1·75	1·56	1·78
100	1·65	1·69	1·63	1·72	1·61	1·74	1·59	1·76	1·57	1·78

Note: k' = number of explanatory variables excluding the constant term.

Source: J. Durbin and G. S. Watson, 'Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression', *Biometrika*, vol. 38, 1951, pp. 159–77. Reprinted with the permission of

Table 5B. Significance Points of d_L and d_U: 1%

n	$k' = 1$		$k' = 2$		$k' = 3$		$k' = 4$		$k' = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	0·81	1·07	0·70	1·25	0·59	1·46	0·49	1·70	0·39	1·96
16	0·84	1·09	0·74	1·25	0·63	1·44	0·53	1·66	0·44	1·90
17	0·87	1·10	0·77	1·25	0·67	1·43	0·57	1·63	0·48	1·85
18	0·90	1·12	0·80	1·26	0·71	1·42	0·61	1·60	0·52	1·80
19	0·93	1·13	0·83	1·26	0·74	1·41	0·65	1·58	0·56	1·77
20	0·95	1·15	0·86	1·27	0·77	1·41	0·68	1·57	0·60	1·74
21	0·97	1·16	0·89	1·27	0·80	1·41	0·72	1·55	0·63	1·71
22	1·00	1·17	0·91	1·28	0·83	1·40	0·75	1·54	0·66	1·69
23	1·02	1·19	0·94	1·29	0·86	1·40	0·77	1·53	0·70	1·67
24	1·04	1·20	0·96	1·30	0·88	1·41	0·80	1·53	0·72	1·66
25	1·05	1·21	0·98	1·30	0·90	1·41	0·83	1·52	0·75	1·65
26	1·07	1·22	1·00	1·31	0·93	1·41	0·85	1·52	0·78	1·64
27	1·09	1·23	1·02	1·32	0·95	1·41	0·88	1·51	0·81	1·63
28	1·10	1·24	1·04	1·32	0·97	1·41	0·90	1·51	0·83	1·62
29	1·12	1·25	1·05	1·33	0·99	1·42	0·92	1·51	0·85	1·61
30	1·13	1·26	1·07	1·34	1·01	1·42	0·94	1·51	0·88	1·61
31	1·15	1·27	1·08	1·34	1·02	1·42	0·96	1·51	0·90	1·60
32	1·16	1·28	1·10	1·35	1·04	1·43	0·98	1·51	0·92	1·60
33	1·17	1·29	1·11	1·36	1·05	1·43	1·00	1·51	0·94	1·59
34	1·18	1·30	1·13	1·36	1·07	1·43	1·01	1·51	0·95	1·59
35	1·19	1·31	1·14	1·37	1·08	1·44	1·03	1·51	0·97	1·59
36	1·21	1·32	1·15	1·38	1·10	1·44	1·04	1·51	0·99	1·59
37	1·22	1·32	1·16	1·38	1·11	1·45	1·06	1·51	1·00	1·59
38	1·23	1·33	1·18	1·39	1·12	1·45	1·07	1·52	1·02	1·58
39	1·24	1·34	1·19	1·39	1·14	1·45	1·09	1·52	1·03	1·58
40	1·25	1·34	1·20	1·40	1·15	1·46	1·10	1·52	1·05	1·58
45	1·29	1·38	1·24	1·42	1·20	1·48	1·16	1·53	1·11	1·58
50	1·32	1·40	1·28	1·45	1·24	1·49	1·20	1·54	1·16	1·59
55	1·36	1·43	1·32	1·47	1·28	1·51	1·25	1·55	1·21	1·59
60	1·38	1·45	1·35	1·48	1·32	1·52	1·28	1·56	1·25	1·60
65	1·41	1·47	1·38	1·50	1·35	1·53	1·31	1·57	1·28	1·61
70	1·43	1·49	1·40	1·52	1·37	1·55	1·34	1·58	1·31	1·61
75	1·45	1·50	1·42	1·53	1·39	1·56	1·37	1·59	1·34	1·62
80	1·47	1·52	1·44	1·54	1·42	1·57	1·39	1·60	1·36	1·62
85	1·48	1·53	1·46	1·55	1·43	1·58	1·41	1·60	1·39	1·63
90	1·50	1·54	1·47	1·56	1·45	1·59	1·43	1·61	1·41	1·64
95	1·51	1·55	1·49	1·57	1·47	1·60	1·45	1·62	1·42	1·64
100	1·52	1·56	1·50	1·58	1·48	1·60	1·46	1·63	1·44	1·65

Note: k' = number of explanatory variables excluding the constant term.

Source: J. Durbin and G. S. Watson, 'Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression', *Biometrika*, vol. 38, 1951, pp. 159–77. Reprinted with the permission of

المصطلحات

B: المصطلحات العلمية المستخدمة في الأساليب الإحصائية

A

Absolute Deviation	الانحراف المطلق
Absolute Value	القيمة المطلقة
Absolute Error	الخطأ المطلق
Analysis	تحليل
Application	تطبيق
Attempt	محاولة
Adapting	تكييف
Acceptance Region	منطقة القبول
Average mean	الوسط الحسابي
Association	علاقة
Auto Correlation	الارتباط الذاتي
Assumptions	فروض – فرضيات
Alternative Method	الطريقة البديلة
Alternative Hypothesis	الفرضية البديلة
Adjusted	المعدّل
Aitken's Generalized Least	طريقة أتكن للمربعات
Adjustment model	نموذج التعديل
Apparent or physical income	الدخل الظاهري أو المادي

Arrangement	تنظيمات أو ترتيبات أو تعديلات
Asymptotically normal	يؤال إلى التوزيع الطبيعي
Additive property	خاصية التجميع
Approximating curve	المنحنى التقريبي
Approximating plane	المستويات التقريبية
Addition Law	قانون الجمع
Alpha Level	مستوى (درجة) ألفا
Arithmetic mean	الوسط الحسابي
Average	متوسط
Adaptive expectation model	نموذج التوقعات المكيفة
Artificial variable	المتغير المصطنع
Absolute dispersion	التشتت المطلق
Average Lag	متوسط التخلف
Arbitrary constant	ثابت اختياري
Arrangement	التعديلات
Attributes	الصفات
Adjoint matrix	المصفوفة المرافقة
Analysis of variance	تحليل التباين

Analysis of variance models	نماذج تحليل التباين
Applied Econometrics	اقتصاد قياسي – تطبيقي
Absence of multicollinearity	غياب التداخل الخطي المتعدد
Actual change	التغير الفعلي

B

Base	أساس
Beta	بيتا (β)
Base Period	فترة الأساس
Bivariatenormal istribution	توزيع طبيعي ثنائي
Bivariate frequency distribution	توزيع تكراري ذي متغيرين (ثنائي)
Best fitting curve	المنحنى الأفضل توفيقاً
Bivariate population	مجتمع ثنائي
Bernoulli distribution	توزيع برونوللي
Bayes theorem (rule)	نظرية بايز
Binomial distribution	توزيع ذى الحدين
Binomial expansion(Formula)	مفكوك ذو الحدين
Binomial coefficients	معاملات ذو الحدين
Bimodal	ذي منوالين

Bar graphs	الأعمدة البيانية
Biometrics	اسم مجلة أمريكية (القياس البيولوجي)
Best	أفضل
Budget constraint	قيود الميزانية
Biased estimator	تقدير متحيز
Bivariate table	جدول مزدوج ذي متغيرين
Basic assumptions	فروض أساسية
Behavioral	سلوكي
BLUE: Best Linear Unbiased Estimator	أفضل مقدرات خطية غير متحيزة
Biased	متحيز

C

Concept	مفهوم
Constant	ثابت
Coefficient	معامل
Census	التعداد
Class Size	حجم الفئة
Combinations	التوافيق
Critical region	المنطقة الحرجة
Continuous Variable	متغير متصل

Continuous data	بيانات متصلة
Counting	العد
Cumulative rounding errors	أخطاء التقريب المتراكمة
Characteristics	خصائص
Components part bar chart	خريطة البيانات المجزأ
Complex number	الأعداد المركبة
Class Limits	نهايات الفئة
Class boundaries	حدود الفئة
Class Width (size)	عرض الفئة
Class midpoint	مركز الفئة
Cumulative Frequency Distribution	التوزيع التكراري المتجمع
Coding method	طريقة التميز و (التشفير)
Chance Variable (stochastic)	المتغير العشوائي
Cumulative probability distribution	دالة التوزيع الاحتمالية التراكمية
Continuous probability distribution	توزيع احتمالي متصل
Combinatorial analysis	التحليل التوافقي
Chi-Square test	اختبار مربع كاي
Central Limited Theorem	نظرية الحدود المركزية

Classified data	بيانات مصنفة
Consumption	استهلاك
Complex	مركب
Curve	منحنى
Closed model	نموذج مغلق
Correlation	الارتباط
Correlation Coefficient	معامل الارتباط
Correlation table	جدول الارتباط
Coefficient of Multiple Correlation	معامل الارتباط المتعدد
Coefficient of Linear Multiple Correlation	معامل الارتباط الخطي المتعدد
Coefficient of Multiple determination	معامل التحديد المتعدد
Coefficient of Multiple Linear determination	معامل التحديد الخطي المتعدد
Coefficient of partial correlation	معامل الارتباط الجزئي
Perfect correlation	الارتباط التام
Confidence intervals	فترات الثقة
Confidence coefficients	معلمات الثقة
Rank Coefficient	معامل ارتباط الرتب
Confidence Limit	حدود الثقة

Control Charts	خرائط المراقبة
Contingency Tables	جداول الاقتران
Cell Frequencies	تكرارات الخلايا
Coefficient of Contingency	معامل الاقتران
Correlation of attributes	ارتباط الصفات
Curve Fitting	توفيق المنحنى
Center of gravity	مركز الثقل
Coefficient of rank Correlation	معامل ارتباط الرتب
Coefficient of partial Correlation	معامل الارتباط الجزئي
Cyclical Variations	التغيرات الدورية
Cost per employee index number	الرقم القياسي لكلفة العامل
Critical value	القيم الحرجة
Critical region	المنطقة الحرجة
Column	عمود
Condition	شرط
Calculated (t)	(t) المحسوبة
Classes	فئات
Class Limit	حدود الثقة

Class interval	طول(فترة) الثقة
Coefficient of Variation	معامل الاختلاف
Characteristic roots	الجذور المميزة
Continuous variables	متغيرات متصلة
Categories	أقسام
Covariance	التغاير (التباين المشترك)
Comparative	مقارنة
Constraint	قيد (شرط)
Consistency	الاتساق
Calculated	المحسوب
Cofactor matrix	المصفوفة المرافقة
Cross-Section	المقطع العرضي
Consumption function	دالة الاستهلاك
Coefficient of expectation	معلمة التوقع
Current permanent income	الدخل الثابت الجاري
Categorical variables	المتغيرات التصنيفية (الفئوية)
Cramer’s rule	قانون كرايمر
Cobb-Douglas production function	دالة الإنتاج لكوب – دوكلاس

Constant elasticity of substitution	المرونة الثابتة للإحلال
Confidence belt	نطاق الثقة
Cause	سبب

D

D-W	رمز يشير إلى اختبار داربن واتسون
Deciles	أجزاء
Degrees of Freedom	درجات الحرية
Dummy variables	متغيرات وهمية
Dependent variable	متغير تابع
Distribution	توزيع
Demand for labour	الطلب على العمل
Digramatic representation of data	التمثيل البياني للبيانات
Discrimination	تميز
Descriptive	وصفي
Descriptive Statistics	الإحصاء الوصفي
Deductive statistics	الإحصاء الإستنتاجي
Domain	مجال
Discrete Variable	متغير متقطع
Discrete data	بيانات متقطعة

Dependent Variable	متغير مستقل
Deciles	العشيرات
Dispersion(Variation)	تشتت(الاختلاف)
Dimensionless moments	العزوم في شكل غير مميز
Discrete probability distribution	توزيع احتمالي متقطع
Dependent events	أحداث معتمدة
Distribution Function	دالة توزيعية
Density Function	دالة كثافة
Experiment Deign	تصميم التجارب
Decomposition	تفكيك
Deflating a time Series	إنقاص السلسلة الزمنية
Deseasonalize data	بيانات مخلصة من أثر الموسم
Direct	مباشر
Disappear	يختفي
Density function	الكثافة الاحتمالية
Differentiation	التفاضل
Deviations method	طريقة الانحرافات
Deterministic relation	علاقة محددة

Data	بيانات
Disturbance Terms	حدود الاضطراب(المتغيرات العشوائية)
Determinant	المحدد
Definitional Equation	معادلة تعريفية
Distributed lag models	نماذج توزيع التخلف
Delay operator	محرك التخلف
Deductive statistics	إحصاء تجريبي
Derivation	اشتقاق(تفاضل)
Derivative	مشتقة
Diagonal element	العناصر القطرية
Durbin-Watson test	اختبار دربن واتسون
Desired change	التغير المرغوب
Detecting auto correlation method	طريقة حذف الارتباط الذاتي

E

Error	الخطأ
Economic model	النموذج الاقتصادي
Econometrics	اقتصاد قياسي
Equation	معادلة
Explanatory variable	متغير تفسيري

Error terms	حدود الخطأ
Elimination	حذف
Exogenous variable	متغير خارجي
Estimation	تقدير
Elements	عناصر
Exact value	قيمة محدودة (مضبوطة)
Equality	مساواة
Equilibrium	توازن
Expected value	القيمة المتوقعة
Effective	فعال
Exponent	(قوة) أس
Estimation	التقدير
Experimental Sampling Distribution	توزيع المعاينة التجريبي
Efficient estimator	تقدير كفوء
Experimental Significance level	مستوى المعنوية التجريبي
Exact sampling theory	النظرية المضبوطة للعينات
Explained Variation	الاختلاف المفسر
Employment	استخدام

Efficient	كفوء
Elasticity	مرونة
Expenditures	مصروفات
Exponential equations	المعادلات الأسية
External Factor	عامل خارجي
Elementary matrix	مصفوفة أولية
Elementary transformations	تحويلات أولية
Expansion	مفكوك
Endogenous variable	متغير داخلي
Estimator	مقدر
Exponential function	دالة أسية
Insistent	متماسك
Elasticity of food expenditures	المرونة الانفاقية على الغذاء
Efficiency	الكفاءة
Errors sum of Squares	مجموع مربع الأخطاء
Export function	دالة الصادرات

F

F-test	رمز يشير إلى اختبار (F)
Factorial	عاملي

Function	دالة
Form، Formula	صيغة
Forecasting	تكهن
Factor	عنصر
Formulation Feature	تكوين الشكل
Finite	نهائي
Infinite	غير نهائي
Functional Values	القيم الدالية
Future values	القيم المستقبلية
Factorization	التحليل إلى العوامل
Functional relationship	العلاقة الدالية
Full information maximum likelihood method	طريقة الإمكان الأعظم بالمعلومات الكاملة
Fixed proportion	نسبة ثابتة
Frequency distribution	التوزيع التكراري
Frequency Table	الجدول التكراري
Frequency histogram	المدرج التكراري
Frequency polygon	المضلع التكراري
Frequency Function	الدالة التكرارية

Fishers Z transformation	تحويلةZ لفيشر
Factor reversal property test	خاصية اختبار الانعكاس في المعامل

G

Gambling	مغامرة
Geometric Lag	التباطؤ الهندسي
Groups	مجموعات
Generalized least squares	المربعات الصغرى العمومية
General Linear Model	النموذج الخطي العام
Given	معطاة
Goodness of fit	حسن المطابقة(التوفيق)
Gaussian distribution	توزيع جاوس
Grouping Error	أخطاء التجميع
Graph	شكل بياني
Grouped data	البيانات المجمعة (المبوبة)

H

Histogram	مدرج تكراري
Hypothesis testing	اختبار الفرضيات (الفروض)
Historical Analysis	تحليل تاريخي
Homoscedasticity	تجانس التباين

Hetroscedasticity	عدم تجانس التباين
Homogeneous	دالة متجانسة
High degree of Multicollinearity	الدرجة العالية من التداخل الخطي المتعدد
Harmonic Mean	الوسط التوافقي
Hypothesis	فروض
Hyper plane in four dimensional space	مستوى زائدي في مجال ذو أبعاد أربعة

I

Intercept term	حد التقاطع
Independent variable	متغير مستقل
Institutional reasons	الأسباب المؤسسية
Identical	تطابقي
Income identity	متطابقة الدخل
Isoquants	منحنيات الناتج(الإنتاج) المتساوية
Inconclusive	الحالة الحرجة
Inversions	مقلوب
Investigation	بحث(تحقيق)
Iterative method	طريقة التكرار
Identification problem	مشكلة التشخيص
Impact of multiplier	تأثير المضاعف (المضاعف التأثيري)

Indirect multiplier	الأثر غير المباشر للمضاعف
Identity matrix	مصفوفة الوحدة
Inverse matrix	معكوس المصفوفة
Idempotent	متساوي القوى
Income elasticity	المرونة الدخيلة
Input/Output analysis	تحليل المستخدم / المنتج
Implicit function	دالة ضمنية
Indeterminate Equation	معادلة غير محددة
Inefficiency	عدم الكفاءة
Inelastic	غير مرن
Inequality	غير متساوية
Inversely related	علاقة معكوسة
Intersection	تقاطع
Inconsistent	غير متناسق (غير متسق)
Imports function	دالة الاستيرادات
Inflation	تضخم
Instrumentalvariable method	طريقة المتغير الأدائي
Interval estimate	تقدير بفترة

Inefficient estimator	تقدير غير كفوء
Independent Event	أحداث مستقلة
Introduction	مقدمة
Interpolation	الاستكمال

J

Just identify	تم تعريفها (تشخيصها)حالياً
Joint distribution	التوزيعات المترابطة
J-shaped frequency distribution	توزيع تكرار بشكل J

K

K	رمز يشير إلى عدد المتغيرات
Keynesian model	النموذج الكنيزي
Koyck lag distribution model	نموذج كويك في التخلف الزمني

L

Lag variable	الإبطاء الزمني(المتغير المتخلف زمنياً)
Linear interpolation	سطوح الانحدار(الإسقاط الداخلي الخطي)
Linear extra potation	استكمال خارجي خطي
Least square regression planes	مستويات انحدار المربعات الصغرى
Line	خط
Link relatives	الوصولات النسبية

Long rang Prediction	التنبؤ طويل الأمد
Laspeyres Volume Index	رقم الأسبير القياسي للحجوم
Law of supply and demand	قانون العرض والطلب
Linear	خطي
Log equation	معادلة لوغارتمية
Likelihood estimator	تقدير الإمكان
Latent vectors	المتجهات المميزة
Linear combinations	تشكيلة خطية
Linear homogenous	التجانس الخطي
Lagrangian multiplier	مضاعف لاكرانج
Level of significance	مستوى المعنوية
Learning hypothesis error	فرضية خطأ التعلم
Linear Function	دالة خطية
Linear graph	خط بياني
Lower class limit	الحد الأدنى للفئة
Lower class boundary	الحد الأدنى الحقيقي للفئة
Less than cumulative distribution	أقل من التكرار المتجمع
Least square parabola	قطع المربعات الصغرى

Leptokurtic	مدبب
Large sampling methods	أساليب العينات الكبيرة
Linear relationship	علاقة خطية
Least Square Curve	منحنى المربعات الصغرى

M

Model	نموذج
Median	الوسيط
Matrices	مصفوفات
Multiplication Law	قانون الضرب
Method	طريقة
Measurement	قياس
Mathematical Economics	اقتصاد رياضي
Macro model	نموذج كلي
Micro model	نموذج جزئي
Multicolinearity	التداخل الخطي المتعدد
Maximization problem	مشكلة التعظيم
Minimization problem	مشكلة التصغير(التقليل)
Market demand function	دالة طلب السوق
Market supply function	دالة عرض السوق

Mutually exclusive event	الإحداث المتكافية التبادل
Multiplier	المضاعف
Mean	وسط
Multiple Correlation analysis	تحليل الارتباط المتعدد
Multiple valued function	دالة متعدد القيم
Minimum variance	أقل تباين
Minor	محيد
Multivariate methods	طرق متعدد المتغيرات
Marginal propensity ot consume	الميل الحدي للاستهلاك
Mathematical Model	النموذج الرياضي
Minimizes residuals	تقليل البواقي
Maximizes residuals	تعظيم البواقي
Markov theorem	نظرية ماركوف
Mean square error	متوسط مربط الخطأ
Moving average of order (N)	وسط متحرك من الدرجة (N)
Moving total of order (N)	مجاميع متحركة من الدرجة (N)
Marginal totals	المجاميع الحدية
Multiple correlation	ارتباط متعدد

Multiple regression	انحدار متعدد
Measures of correlation and regression	مقاييس الارتباط والانحدار
Most efficient	الأكثر كفاءة
Multinomial distribution	توزيع كثير الحدود
Multinomial expansion	مفكوك كثير الحدود
Mathematical Expectation	التوقع الرياضي
Mutually exclusive	أحداث متنافية
Moment	العزوم
Moment about the mean	العزوم حول الوسط الحسابي
Moment about any origin	العزوم حول أي نقطة أصل
Moment about zero	العزوم حول الصفر
Mean absolute deviation	الانحراف المتوسط المطلق
Mode	المنوال
Median	الوسيط
Measures of central tendency	مقاييس النزع المركزية
Measurements	قياسات
Multiple-valued function	دالة متعددة القيم

N

N	رمز يشير إلى حجم المجتمع

Nonlinear models	نماذج غير خطية
Non singular matrix	مصفوفة غير مفردة
Normal distribution	توزيع طبيعي
Normalization	التحويل إلى صيغة معيارية
Null hypothesis	فرضية العدم
Necessary condition	الشرط الضروري
Null matrix	مصفوفة صفرية
Negligible	ضئيل(مهمل)
Nuisance variables	المتغيرات المزعجة
Non- experimental	غير تجريبية (غير مختبرية)
Natural base of logarithms	الأساس الطبيعي للوغاريتمات
Null set	الفئة الخالية
Normal distribution	التوزيع الطبيعي
Normal curve	المنحنى الطبيعي
Number of degree of freedom	عدد درجات الحرية
Non-linear relationship	علاقة غير خطية
Negative correlation	ارتباط سالب
Non-linear correlation	ارتباط غير خطي

Nonsense correlation	ارتباط زائف
N year moving average	متوسط متحرك لـ N من السنين
N month moving average	متوسط متحرك لـ N من الأشهر

O

Observed frequency	التكرار المشاهد
Omission	حذف
Objective function	الدالة الهدفية(دالة الهدف)
Original formulation	الطريقة الأساسية
Over identification	تشخيص زائد
Order condition	شرط الدرجة
Optimal solution	الحل الأمثل
Obstacles	معوقات
One-tailed test	اختبار من طرف واحد
One-sided test	اختبار من جانب واحد
Order of a matrix	رتبة المصفوفة
Ordinary least squares (OLS)	المربعات الصغرى الاعتيادية
Orthogonal	متعامد
Observations	مشاهدات
Overestimation	المغالاة في التقدير

Operating characteristic	منحنيات توصيف العمليات
Ordinate	إحداثي
Origin	نقطة الأصل

P

Parameters	مؤشرات
Partial differential	تفاضل جزئي
Probability function	دالة احتمالية
Prior information	معلومات أولية (مسبقة)
Population variance	تباين المجتمع
Perfect correlation	ارتباط تام
Power of test	قوة الاختبار
Permanent income	الدخل الدائم
Progressive expectation	التوقع المتطور
Psychological reasons	أسباب نفسية
Principles	مبادئ
Predication	تنبؤ
Population	المجتمع الإحصائي
Probability	احتمال
Pie graphs	الأشكال الدائرية

Parabola	قطع مكافئ
Percentage	النسب المئوية
Probability distribution	التوزيع الاحتمالي
Percentiles	المئينات
Population variance	تباين المجتمع
Pooled variance	تباين المجمع
Personals first coefficient of skewness	معامل بيرسون للالتواء الأول
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية
Poisson distribution	توزيع بواسون
Population parameters	معلمات (معالم) المجتمع
Probable error	الخطأ المحتمل
Power function	الدالة الأسية (الدالة ذات القوة)
Polynomials	كثير الحدود
Perfect correlation	ارتباط تام
Positive correlation	ارتباط موجب
Product-moment formula	صيغة عزم حاصل الضرب
Price relative	منسوب السعر
Paasche index	رقم باش

Purchasing powers	القوة الشرائية
Production	الإنتاج
Profits	أرباح
Price of goods	سعر السلع
Partial regression coefficient	معامل الانحدار الجزئي
Principle diagonal	قطر رئيسي
Presence of multicollinearity	ظهور التداخل الخطي المتعدد
Partial adjustment model	نموذج التعديل الجزئي

Q

Quota	حصة
Quantitative methods	الطرق الكمية
Quantitative factors	عوامل كمية
Quantified	مكمم
Quantity	كمية
Qualitative variable	متغير نوعي
Quantitative variable	متغير كمي
Quadratic equation	معادلة تربيعية
Quality control	الرقابة على الجودة
Quartiles	الربيعيات

Quartiles coefficient of variation	المعامل الربيعي للاختلاف
Quartiles coefficient of relative	المعامل الربيعي للتشتت النسبي
Quarters	الأرباع

R

Regression analysis	تحليل الانحدار
Random variable	متغير عشوائي
Range	المدى
Residuals	البواقي
Relationship	علاقة
Reject	رفض
Revise	تنقيح
Row	صف
Rank condition	شرط الرتبة
Rule	قانون، قاعدة
Root	جذر
Regression coefficients	معلمات الانحدار
Rank of matrix	رتبة المصفوفة
Regression sum of squares	انحدار مجموع المربعات
Rectangular co-ordinates	الإحداثيات المتعامدة

Relative frequency distribution	التوزيع التكرار النسبي
Relative frequency histogram	المدرج التكراري النسبي
Relative frequency polygons	المضلع التكراري النسبي
Random	عشوائي
Root of mean square deviation	جذر متوسط مربع الانحرافات
Relative dispersion	التشتت النسبي
Relative frequency	التكرار النسبي
Random sample	العينة العشوائية
Rules of decision making	قواعد اتخاذ القرارات
Region of rejection of the hypothesis	منطقة رفض الفرض
Region of significance	منطقة المعنوية
Region of acceptance of the hypothesis	منطقة قبول الرفض
Region of non-significance	منطقة عدم المعنوية
Residual	المتبقي
Regression curve of X on Y	منحنى انحدار Y على X
Regression curve of Y on X	منحنى انحدار X على Y
Regression line	خط الانحدار
Regression equation	معادل الانحدار

Regression plane	مستوى الانحدار
Real income	الدخل الفعلي

S

Sign	(إشارة) علامة
Slope	ميل
Statistics	إحصاء
Substitution formula	صيغة التعويض
Static model	النموذج الساكن
Semi-log	نصف لوغاريتمي
Statistical inference	استقلال إحصائي
Scope	مجال
Special	خاص
Set	مجموعة
Stochastic terms	حدود التصادفية
Single	مفردة
Simultaneous equations	معادلات آنية
Stage	مرحلة
Specification	توصيف
Standard error	الخطأ المعياري

Standard deviation	انحراف معياري
Sample variance	تباين العينة
Subject to	خاضع إلى
Squared residuals	مربع البواقي
Serial correlation	الارتباط المتسلسل
Standard units	وحدات معيارية
Scalar	عددي (مفردة)
Scatter diagram	شكل الانتشار
Simple linear regression	الانحدار الخطي البسيط
Singular matrix	مصفوفة الوحدة
Square matrix	مصفوفة مربعة
Square root transformation	التحويل الجذري التربيعي
Standard partial regression coefficient	معامل الانحدار الجزئي المعياري
Sum	مجموع
Sum of squares (SS)	مجموع المربعات
Source of variation	مصدر التباين
Stepwise selection procedure	طريقة الاختيار التدريجي
Submatrices	مصفوفة جزئية

Subtraction	طرح
Symmetric matrix	مصفوفة متماثلة
Sufficiency	الكفاية
Second round estimate	تقدير الدورة الثانية
Seasonal adjustment	التعديل الموسمي
Single valued function	دالة وحيدة القيمة
Structural equations	المعادلات الهيكلية
Structure of goods market	هيكل السوق السلعية
Structure of money market	هيكل السوق النقدية
Shifting the base	انتقال (إزاحة) الأساس
Seasonal index numbers	الأرقام القياسية الموسمية
Simple aggregate index	رقم قياسي تجميعي بسيط
Short range prediction	التنبؤ قصير المدى
Seasonal index	الرقم الموسمي
Secular trend	الاتجاه العام
Standard error	الخطأ المعياري
Simple correlation	الارتباط البسيط
Simple regression	الانحدار البسيط

Slope	الميل
Semi log paper	ورق نصف لوغاريتمي
Student (t) distribution	توزيع اختبار t
Small sampling theory	نظرية العينات الصغيرة
Statistical decisions	القرارات الإحصائية
Statistical hypothesis	الفروض الإحصائية
Standard form	الصيغة القياسية
Sampling distribution of the sum statistics	توزيع المعاينة لمجموع الإحصاءات
Sampling distribution of proportions	توزيع المعاينة للنسب
Sampling distribution of means	توزيع المعاينة للأوساط
Sampling distribution	توزيع المعاينة
Sampling without replacement	معاينة بدون الإرجاع(الاستبدال)
Selection	اختيار
Sample variation	تباين العينة
Stan dared units	الوحدات المعيارية
Skewed to the right (positive Skewed)	ملتوي إلى اليسار (موجب)
Skewed to the left (Negative Skewed)	ملتوي إلى اليمين (سالب)
Sample	عينة

Statistical inference	الاستدلال الإحصائي
stractural	هيكلي

T

t	رمز يشير إلى اختبار t
Tabulation of data	جدول البيانات
Term	حد
Trial	تجربة
Technical	فني
t-test	اختبار t
Total differentiation	تفاضل الكلي
Transpose matrix	المصفوفة المحولة
Technological reasons	الأسباب الفنية
Target	هدف
Two-tailed	اختبار من طرفين (ذو الذيلين)
Two-sided	اختبار من جانبين
T-distribution	توزيع t
Test of hypothesis	اختبار الفرضيات
Transformation	تحويلات
Transpose matrix	مبدلة المصفوفة

Turning point	نقطة الانقلاب
Techniques	أساليب
Type I error	الخطأ من النوع الأول
Type II Error	الخطأ من النوع الثاني
Time series	السلاسل الزمنية
Total frequency	التكرار الكلي
Transformed	المحول
Test of significance	اختبارات المعنوية
Test of hypothesis	اختبارات الفرضيات
Theory of decisions	نظرية القرارات
Trend line	خط الاتجاه
Trend curve	منحنى الاتجاه
Total variation	التشتت الكلي
Technical coefficient of production	معلمات الإنتاج الفنية
Theoretical econometrics	الاقتصاد القياسي النظري
Testing stage	مرحلة الاختبار
Total sum of squares	إجمالي مجموع المربعات
Tabulated (t)	t الجدولية

V

Variance	التباين
Variable	متغير
Vector	متجه
Vital statistics	الإحصاء الحيوي
Value	قيمة
Variance explained by regression	التباين المفسر بواسطة الانحدار
Variation	التشتت
Venn diagram	شكل فن
Volume relatives	مناسيب الحجم
Value index	الأرقام القياسية للقيمة
Value	القيمة

W

Weights	أوزان
Weighting factors	عناصر الترجيح
Weighting mean	الوسط المرجح
Weighted least squares method	طريقة المربعات الصغرى الموزونة
Walrasian model of general equilibrium	نموذج فالاراس في التوازن العام
Wages	الأجور
Weighting factors	العناصر الموزونة (المرجحة)

Weighting arithmetic mean	الوسط الحسابي المرجح
Weighted moving average	الوسط المتحرك المرجح

Y

Y	رمز يشير عادة إلى المتغير التابع
Yield	محصل
Y intercept	الجزء المقطوع من المحور Y
Yates correction	تصحيح ياتس

Z

Z	رمز يشير إلى اختبار (Z)
Zero-non zero	قيد الصفر وغير الصفر
Zero vector	المتجه الصفري
Zero point	نقطة الصفر
Zero matrix	المصفوفة الصفرية
Zero order correlation coefficients	معاملات الارتباط ذات الدرجة الصفرية
Z score (Z statistic)	إحصائية Z

U

Universe	كلي
Upper class limit	الحد الأعلى للفئة
Unimodal	وحيد المنوال

Union	اتحاد
U shape curve	منحنى شكل U
Unbiased estimator	مقدر غير متحيز
Unexplained variation	الاختلاف غير المفسر
Uncorrelated	غير مرتبط
Under estimate	تقليل في التقدير

المصادر العلمية

المصادر العربية

1- إبراهيم العيسوي، "القياس والتنبؤ في الاقتصاد"، دار النهضة العربية، القاهرة، مصر، 1978.

2- أبو القاسم الطبولي وفتحي أبو سدرة، "أساسيات الإحصاء"، الدار الجماهيرية للنشر والتوزيع و الإعلان، مصراته، ليبيا، 1988.

3- أحمد محمد عريدة، "دراسة اقتصادية تحليلية للعوامل المؤثرة على إنتاج التمور بمنطقة جنوب ليبيا"، رسالة ماجستير غير منشورة ، قسم الاقتصاد الزراعي، كلية الزراعة، جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2008.

4- أحمد وفيق قاسم وعمر حلاق، "الإحصاء الاقتصادي"، منشورات جامعة حلب، سوريا، 1994.

5- أسماء سالم عبد الرازق، "دراسة تحليلية لاقتصاديات إنتاج الأغنام في محافظة الجبل الأخضر"، رسالة ماجستير، قسم الاقتصاد الزراعي، جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2008.

6- الهيئة العامة للمعلومات والتوثيق، النتائج الأولية للتعداد العام للسكان، طرابلس، ليبيا، 2006.

7- أنيس كنجو، "الإحصاء"، الجزء الأول، منشورات الرسالة، دمشق، سوريا، 1987.

8- بول. ج. هويل، "المبادئ الأولية في الإحصاء"، ترجمة بدرية شوقي عبد الوهاب و محمد كامل الشربيني، نيويورك، دار جون ويلي وأبناؤه، 1984.

9- جعفر باقر علوش،" الاقتصاد القياسي التطبيقي"، منشورات المكتبة الجامعية، غريان، ليبيا، 2004.

10- جعفر سلمان الموسوي، "مبادئ الإحصاء"، كلية الاقتصاد والإدارة، البصرة، وزارة التعليم العالي، العراق، 1990.
11- خاشع الراوي، "المدخل إلى الإحصاء"، وزارة التعليم العالي، بغداد، العراق، جامعة الموصل، 1984.
12- دومينيك سلفادور،" الإحصاء الاقتصاد القياسي"، سلسلة ملخصات شوم، دار ماكجروهيل للنشر، 1982.
13- رمضان حسن عبد الدائم،" الإحصاء التحليلي في العلوم الإدارية والاقتصادية"، دار وهران للطباعة والنشر، القاهرة، ج. م. ع، سنة النشر غير مذكورة.
14- سعد اللافي مؤمن،" الإحصاء الاستنتاجي"، الجزء الأول، الطبعة الثانية، بنغازي، ليبيا، 2007.
15- شفيق العتوم، "مقدمة في الأساليب الإحصائية"، مطبعة التاج، عمان، الأردن، 1990.
16- شلال حبيب الجبوري، "الانحدار المتعدد وتحليل التباين"، منشورات الجامعة المستنصرية، بغداد، العراق، 1990.
17- شلال حبيب الجبوري،" الإحصاء التطبيقي"، دار الحكمة للطباعة والنشر، بغداد، العراق، 1991.
18- طالب محمد عوض، " مقدمة في الاقتصاد القياسي"، منشورات الجامعة الأردنية، عمان، الأردن، 1999.

19- عبد الرزاق شربجي، "الاقتصاد القياسي التطبيقي"، الشركة المتحدة للتوزيع والنشر، بيروت، لبنان، 1985.
20- عبد العزيز فهمي هيكل، "الرياضيات والإدارة الاقتصادية"، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، القاهرة، مصر، سنة النشر غير مذكورة.
21- عبد العزيز فهمي هيكل، "موسوعة المصطلحات الاقتصادية والإحصائية"، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان ،1980.
22- عبد العزيز فهمي هيكل، "الكمبيوتر والاقتصاد القياسي"، دار الرتب الجامعية للنشر، بيروت، لبنان، 1985.
23- عبد القادر محمد عبد القادر عطية،" الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق"، الدار الجامعية للنشر والتوزيع، الإسكندرية، ج.م.ع،2000.
24- عبد الله على البركولي، "دراسة تحليلية لاقتصاديات إنتاج محصول البصل في ليبيا"، منطقة سبها كحالة دراسية، رسالة ماجستير غير منشورة، قسم الاقتصاد الزراعي، كلية الزراعة، جامعة عمر المختار، 2009.
25- عدنان بن ماجد بري ومحمود هنيدي والحسيني راضي، "أساسيات طرق التحليل الإحصائي" جامعة الملك سعود للنشر العلمي والمطابع ،الرياض ،المملكة العربية السعودية ،1998.
26- عصام عزيز شريف، "مقدمة في القياس الاقتصادي"، دار المطبوعات الجامعية،الجزائر ،1981.

27- علي أبو القاسم محمد، "أساليب الإحصاء التطبيقي"، دار الشباب للنشر والترجمة والتوزيع، المعهد العربي للتخطيط، الكويت، 1987.

28- عمر رمضان الساعدي وعلي محمد فارس ورمضان عبد المولى الهنداوي، " مقدمة في الموارد الطبيعية"، منشورات جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، 2008.

29- عمر عبد الجواد وعبد الحفيظ بلعربي، "مقدمة في الطرق الإحصائية مع تطبيقات تجارية"، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 1999.

30- عمر عبد الجواد وعبد الحفيظ بلعربي، "مقدمة في الطرق الإحصائية مع تطبيقات إدارية"، دار الجوهرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004.

31- فتحي صالح أبو سدرة ونجاة رشيد الكيخيا، "الإحصاء والاقتصاد القياسي"، منشورات المركز القومي للبحوث والدراسات العلمية ، بنغازي، ليبيا، 1999.

32- كوتسييانس،"نظرية الاقتصاد القياسي"، ترجمة محمد عبد العال النعيمي وآخرون، الجامعة المستنصرية، العراق، 1991.

33- لنكولن شاو، "الإحصاء في الإدارة"، تعريب عبد المرضي حامد عزام، دار المريخ، الرياض، السعودية، 1990.

34- مجدي الشوربجي، "الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق"، الدار المصرية اللبنانية للنشر والتوزيع ،القاهرة، ج. م. ع، 1994.

35- مجلس التخطيط العام، مكتب التخطيط الفني والاقتصادي، المؤشرات الاقتصادية والاجتماعية، (1970-1986)، طرابلس، ليبيا، 1987.

36- مجيد علي حسين وعفاف عبد الجبار سعيد،" الاقتصاد القياسي النظرية والتطبيق"، دار وائل للنشر، عمان ، الأردن، 1998.

37- محمد أبو سيف ،" الإحصاء في البحوث العلمية"، منشورات المكتبة الأكاديمية، القاهرة، ج. م. ع، بدون تاريخ نشر.

38- محمد حسين راشد، "الإحصاء الوصفي والتطبيق الحيوي" دار الصفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004.

39- محمد صالح تركى القريشي، "مقدمة في الاقتصاد القياسي"، الوراق للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004.

40- محمد صبحي أبو صالح وعدنان محمد عوض، "مقدمة في الإحصاء"، جون وايلي، لندن، بريطانيا، 1983.

41- محمد علي بشر ومحمد ممدوح الروبي وفتحي عبده بدير ،"مقدمة في طرق الإحصاء وتصميم التجارب،" دار الشنهابي للطباعة والنشر"، الإسكندرية ،ج. م. ع، الطبعة الرابعة 1996.

42- محمد لطفي فرحات، "مبادئ الاقتصاد القياسي"، الدار الليبية للنشر والتوزيع والإعلان، سرت، ليبيا، 1995.

43- محمد محمد يعقوب، "أساسيات الإحصاء"، منشورات جامعة عمر المختار، البيضاء، ليبيا، تحت الطباعة.

44- محمد يوسف أشقر وآخرون، "أساليب الإحصاء والاحتمالات"، دار الراتب الجامعية، بيروت، لبنان، 2001.

45- محمود عبد الهادي الشافعي وآخرون، محاضرات في مبادئ الاقتصاد، قسم الاقتصاد الزراعي، كلية الزراعة، جامعة الإسكندرية، ج.م.ع،2001.

46- محمود يونس محمد وعبد المنعم مبارك، " مدخل إلى الموارد واقتصادياتها"، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، 1983.

47- مختار محمود الهانسي، "مقدمة في طرق التحليل الإحصائي"، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، القاهرة، مصر، 1984.

48- مورايشبيجل، سلسلة ملخصات شوم، "الإحصاء"، ترجمة شعبان عبد الحميد، دار ماكجروهيل للنشر، لندن، بريطانيا، 1982.

49- نبيل غنيم وعبد الهادي الأحمدي وعبد الغني الحربي، "مقدمة في الإحصاء الوصفي والتطبيقي"، منشورات مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ج. م. ع، 2000.

50- نجمي إبراهيم الديلاوي، "الاستثمار الزراعي في ليبيا خلال الفترة (1970–2007) المحددات والمعوقات"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية الزراعة، جامعة طرابلس، طرابلس، ليبيا .2009

51- هاشم علون السمرائي وعبد الله المشهداني،"اقتصاديات الموارد الطبيعية"، منشورات كلية الزراعة، جامعة بغداد، العراق، 1992.

52- وليد إسماعيل السيفو وأحمد مشعل، "الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق"، دار المجدلاوي، عمان، الأردن، 2004.
53- وليد السيفو، فيصل شلوف، صائب جواد، "أساسيات الاقتصاد القياسي التحليلي"، الأهلية للنشر والتوزيع،عمان، الأردن، 2006.
54- وليد السيفو، فيصل شلوف، صائب جواد، "الأساليب الإحصائية في العلوم الإدارية و الاقتصادية " دار الجوهرة للنشر والتوزيع ، عمان، الأردن، 2004 .

المصادر الإنكليزية

1- Agrestic, A., & Finlay, B. "Statistical Methods for Social Sciences", San Francisco, 1986.

2- Barrow, M. "Statistics for Economics, Accounting & Business Studies,3rded. Prentice - hall, New York, U.S.A 2001.

3- Bryant, Edward C."Statistical Analysis" McGraw Hill Book Co, New York . U.S. A1966.

4- Douglas, A. & others, "Basic Statistics for Business & Economics". McGraw Hill, New York, U.S.A 2000.

5- Franklin, T. "Business Statistics", New York, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

6- Gujarati, Domidar N. "Basic Econometrics".3rd edition McGraw – Hill, New York, U.S.A 1995.

7- Johnson, R. "Probability & Statistics for Engineers", 5th Edition, Prentic Hall, New York. U.S.A 1994.

8- Kamenta. J. "Elementas of Econometrics"; John Wiley and Sons Inc; New York. U.S.A 1971.

9- Kazmier, Leonard j."Statistical Analysis for Business &Economics", McGraw Hill Co. New York .1978.

10- Koutsoyiannis, A. "Theory of Econometrics", The Macmillan Press LTD, 2nd Edition,1981.

11- Levin, R. & Rubin, D. "Statistics for Management", 6th Edition Prentice Hall International, New York, U.S.A 1995.

12- Pindyck, R. & Rubinfield, D. "Econometric Models &Economic Forecast", McGraw – Hill Book Co.2nd edition, New York, U.S.A 1981.

13- Spiegel, M. “Theory & Problem of Statistics”, McGraw – Hill Co, New York, U.S.A 1961.
14- Solvator, D. “Statistics & Econometrics “, Schaum’s Outline Series, McGraw Hill Book, New York, U. S.A. 1976.
15- Johnston. J., “Econometric Methods “; McGraw-Hill Book Company, New York, U. S.A 1984.
16- Thell. H. “Principles of Econometris“ , John Wiley & Sons Inc. New York, U. S.A, 1971.
17- Tintner, R. “Econometrics” New York, U.S.A, 1992.
18- Watson, B. & Huntsberger, C. “Statistics for Management & Economics”, Boston, U.S.A 1993.
19- Wonnacoh, ThomasH. Wonnacott, Ronald."Introductory Statistics for Business and Economics", John Wiley &Sons 4th edition U.S.A 1990.